第三十一章教学说明和建议

一、设计说明

1.本章的内容、地位和作用.

本章内容包括:认识确定事件和随机事件,理解概率的意义;初步认识频率的稳定性,用频率估计概率;用列举法求简单事件的概率.通过本章的学习,使学生初步感受随机现象,树立随机的观念,为进一步学习统计与概率的知识和方法奠定基础.

2.本章内容呈现方式及特点.

现实生活中存在大量的不确定事件,在一次观察或试验中,不确定事件发生与否具有偶然性(随机性),但在大量重复试验中却呈现出确定的规律性.而概率论正是研究这种不确定事件的规律性的学科.

学生亲身经历试验,分析试验结果是认识随机事件、发现事件发生的可能性大小规律、了解频率的稳定性的重要途径.让学生经历“观察与思考”“一起探究”“大家谈谈”等数学活动过程,调动学生学习的积极性,激发对概率学习的兴趣,培养学生的主动参与意识.

(1)对于随机事件的认识,让学生观察摸球试验,分析试验结果,使学生体验有些事件发生与否是不确定的,从而能区分确定事件和随机事件.

(2)对于随机事件概率的认识,首先让学生观察一些熟悉的现象,对随机事件发生的可能性大小有一个定性的认识.通过重复试验发现规律,定量描述随机事件发生的可能性大小.在试验的所有可能结果等可能性条件下计算简单事件的概率.

(3)对于频率与概率关系的认识,让学生进行实际操作试验,整理试验数据,计算事件发生的频率并经历用统计图表表示试验结果的过程,通过观察和分析事件的频率随试验次数增加时的变化趋势,认识频率的稳定性,并知道可用频率作为事件发生的概率的估计值.在此基础上,对具体问题中的随机事件发生的概率,按照“直观猜想→试验验证→理论计算→解释结果”的步骤进行探究,消除某些错误的认识,进一步体会概率的意义.

(4)对于“用列举法求简单事件的概率”的内容,创设有趣味性的情境,以学生自主探究为主,了解求简单事件概率的方法.具体步骤为:用适当的符号表示试验结果,利用表格或树形图列举试验的所有可能结果,判断试验结果的等可能性,计算简单事件的概率并解释结果.

二、教学目标

1.通过观察一些现象或试验,初步体会有些事件的发生是确定的,有些是不确定的.在具体问题情境中,能够区分必然事件、不可能事件、随机事件.

2.了解事件发生的可能性有大小之分,能对一些简单事件发生的可能性大小作定量描述.

3.通过试验,知道在大量重复试验时频率具有稳定性,用频率估计事件发生的概率.

4.能利用表格或树形图列举试验的所有可能结果,求简单事件的概率.

5.能设计简单的试验,验证对事件发生的可能性大小的直观猜想.

三、教学建议

1.随机观念的培养是教学的重点也是难点,应通过观察、分析大量学生熟悉而有趣的问题,使学生认识到不确定现象的普遍性,丰富对概率背景的认识.注重引导学生积极参与试验,分析试验结果并和同学交流操作的活动,体会随机事件在一次试验中具有不确定性,在大量试验下却呈现出确定的规律(频率的稳定性).

2.对于用频率估计概率的教学,要让学生亲自做 1～2 次试验,加深对频率稳定性的认识.要根据现有条件,设计方便操作的试验.由于试验耗费的时间较多,可以安排学生在课下进行试验,课堂上重点进行汇报试验结果、数据交流、统计分析、讨论交流的工作.

3.对于用列举法计算事件的概率的教学,首先要提供不同类型的问题情境,让学生进行充分的观察思考和讨论交流,形成解决问题的策略,并对不同的观点进行辨析.在这个过程中,使学生进一步丰富对概率背景的认识,理解概率的意义.其次是引导学生探究计算简单事件概率的方法,其中用适当的符号表示试验结果和判断试验结果的等可能性是难点.特别对于需要两步完成的试验,可以用数对(a,b)或两个字母表示试验结果,而用树形图列举试验结果则方便试验结果等可能性的判断.

四、课时安排建议

31.1	确定事件和随机事件	1 课时	31.2	随机事件的概率	2 课时
31.3	用频率估计概率	2 课时	31.4	用列举法求简单事件的概率	2 课时
	回顾与反思				1 课时
	合计				8 课时

五、评价建议

1.知识与技能的评价.

(1)在具体的问题情境中能否区分必然事件、不可能事件和随机事件.

(2)通过“游戏是否公平”“抽签问题”等考查学生对概率的意义是否有初步的了解.

(3)对频率与概率的区别及联系是否有初步的了解.

(4)对简单事件概率的计算,关注学生能否合理表示试验结果并用表格或树形图列举试验的所有可能结果,是否注意到试验结果的等可能性,计算结果是否正确.

2.数学思考的评价.

对于学生发现问题、思考问题能力的评价,要关注学生在学习活动中能否积极进行独立思考;能否从不同角度提出问题、发现规律而形成猜想,并能设计试验或直接计算验证猜想.注重了解学生直观经验的合理性与局限性.

3.情感与态度的评价.

本章内容的学习,主要是在学生进行观察思考、试验操作、合作探究、讨论交流活动中进行,应注重对学生在活动过程中的表现进行评价.如能否积极参与试验,是否在活动中积极思考,能否和同学进行合作交流等.

第三十一章 随机事件的概率

在本章中，我们将学习

- 随机事件及其概率
- 频率与概率的关系
- 用列举法计算简单事件的概率

如图，彩票号码摇奖器中，有10个质地、大小完全相同的球，分别标号为0，1，2，…，9．摇奖器在转动的过程中，将有一个球从下方的洞中漏出．你事先能确定这个球的号码吗？漏出球的号码有多少种可能结果？每个号码出现的可能性大小是否相同？

$P(A)=\frac{k}{n}$

章题页中的问题情境简要地指明了本章要研究的内容：认识随机事件以及随机事件发生的可能性大小规律．

每次摇出几号球，事先不能做肯定的回答，其结果是不确定的，但所有的可能结果是明确的，即可能摇出0号球，1号球，…，9号球．摇出每个号码球的可能性都相同，机会各是$\frac{1}{10}$．

教学目标

1.通过观察一些现象或试验，初步认识有些事情的发生是确定的，有些事情的发生是不确定的.

2.通过观察试验，在具体的问题情境中区分必然事件、不可能事件和随机事件. 能正确地表述事件.

观察与思考

观察随机试验，认识随机现象，归纳必然事件、不可能事件、随机事件的概念.

31.1 确定事件和随机事件

在现实生活中，有些事情事先我们能知道它们一定发生或一定不发生，但对有些事情是否发生，我们事先不能作出肯定的回答，它们有时会发生，有时不会发生，发生与否具有随机性.

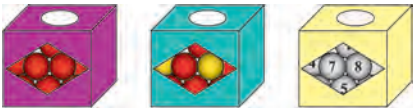
观察与思考

观察下列摸球试验，思考相应的问题.

试验 1：A 盒中有 10 个大小和质地都相同的红球，搅匀后从中任意摸出 1 个球. 事先能肯定摸到的是红球吗？能摸到黄球吗？

试验 2：B 盒中有 10 个大小和质地都相同的球，其中 6 个是红球，4 个是黄球，搅匀后从中任意摸出 1 个球. 事先能肯定摸到的是红球吗？能肯定摸到的是黄球吗？

试验 3：C 盒中有 10 个大小和质地都相同的球，分别标号为 0，1，…，9，搅匀后从中任意摸出 1 个球. 摸到球的号码有多少种可能结果？事先能肯定摸到球的号码是几吗？



A　　B　　C

在试验 1 中，由于 A 盒中全是红球，所以摸到的肯定是红球. 我们说“摸到红球”是必然发生的事情. 由于 A 盒中没有黄球，所以肯定不会摸到黄球，即“摸到黄球”是不可能发生的事情.

在试验 2 中，可能摸到红球，也可能摸到黄球，事先不能肯定摸到的是红球还是黄球. 我们说“摸到红球”和“摸到黄球”都是随机发生的事情.

在试验 3 中，标号为 0，1，…，9 的球都有可能被摸到，共有 10 种可能结果，但事先不能肯定哪种结果会发生.

教学建议

我们把在一定的条件下，结果具有不确定性的现象称为随机现象. 概率论研究随机现象的统计规律性. 对随机现象的观察统称为随机试验. 一个随机试验有多种可能结果，每一次试验，有一种结果发生，但事先不能确定哪一种结果会发生. 随机事件是随机试验的可能结果，而概率是对随机事件发生的可能性大小的度量.

本节是概率的起始课，通过观察具体的摸球试验，让学生了解必然事件、不可能事件和随机事件的概念，会正确表述事件.

1.对于“观察与思考”的教学，可以让学生亲自做一做试验 2 和试验 3，而且要重复试验几次. 让学生体会在试验 2 中“摸到红球”和“摸到黄球”可能发生，也可能不发生；在试验 3 中，“摸到 1 号球”“摸到 2 号球”… “摸到 9 号球”可能发生，也可能不发生，从而归纳出随机

在一定条件下，必然发生的事情叫做**必然事件**(certain event)，不可能发生的事情叫做**不可能事件**(impossible event)，可能发生也可能不发生的事情叫做**随机事件**(random event). 必然事件和不可能事件统称为确定事件.

例如，在试验 1 中，“摸到红球”[1]是必然事件，“摸到黄球”是不可能事件，它们都是确定事件. 在试验 2 中，“摸到红球”和“摸到黄球”都是随机事件.

做一做

对于试验 3，指出下列事件中，哪些是必然事件，哪些是不可能事件，哪些是随机事件.

(1) 摸到球的号码不超过 9.

(2) 摸到球的号码为 6.

(3) 摸到球的号码为 10.

(4) 摸到球的号码为奇数.

为方便起见，一般用大写拉丁字母 A，B，C，…表示事件. 例如，在试验 3 中，可设 $A=$“摸到球的号码为奇数”，$B=$“摸到球的号码为偶数”，事件 A 和 B 都是随机事件.

在现实世界中，存在大量的随机事件，例如：

(1) 抛掷一枚硬币，硬币落地后，“正面朝上”和“反面朝上”都是随机事件.

正面　反面

(2) 上学路上，小明在某个有交通信号灯的路口“遇到红灯”是随机事件.

(3) 小亮拨打火车票订票电话，“线路占线”是随机事件.

(4) 从一批节能灯管中任意抽查一只，“使用寿命超过 3 000 h”是随机事件.

练　习

1. 指出下列事件中，哪些是必然事件，哪些是不可能事件，哪些是随

[1]描述事件一定要用陈述语句.

做一做

(1)必然事件.
(2)随机事件.
(3)不可能事件.
(4)随机事件.

练　习

1.(1)必然事件.
(2)必然事件.
(3)不可能事件.
(4)随机事件.
(5)随机事件.

2.略.

* * * * * * * * * * *

事件的概念.

2.“做一做”的设计意图是让学生认识到：①在试验 3 中，除了上面列出的 10 个随机事件外，还有许多随机事件.建议让学生列举尽可能多的随机事件，如“摸到球的号码为偶数”“摸到球的号码小于 5”“摸到球的号码能被 3 整除”等都是随机事件.②在某个试验中，对必然事件的表述可能不同，但一个试验中必然事件是唯一的.如“摸到球的号码不超过 9”“摸到球的号码不超过 10”指的是同一个必然事件.对不可能事件也有相同的结论.

要强调用陈述语句来表述事件.如“摸到球的号码可能是 3 吗？这是一个什么事件”这样的表述是错误的.

3.结合练习中的问题，留一定的时间让学生列举各种不同的随机现象，并指出其中的随机事件.例如，体育比赛的结果，期末考试成绩，明天的最高气温，买彩票能否中奖，上学路上所用的时间，某人的寿命等.让学生认识到随机现象的普遍性，并逐步学会正确表述随机事件.

习 题

A 组

(1) A 是必然事件，B 是不可能事件，C 和 D 都是随机事件.

(2) E 是不可能事件，F 是随机事件，G 是必然事件.

(3) H 是随机事件.

B 组

1.

事件	判断
(1)	随机事件
(2)	随机事件
(3)	随机事件
(4)	不可能事件
(5)	随机事件
(6)	必然事件

2.“点数之和不超过 12”是必然事件.

“点数之和等于 13”是不可能事件.

“点数之和等于 7”“点数之和为偶数”“点数之和小于 5”“点数之和能被 3 整除”是随机事件.

* * * * * * * * * * *

机事件.

(1) 在标准大气压下，水在 100 ℃时沸腾.

(2) 向空中抛掷一个玻璃球，球落到地面.

(3) 在没有氧气的密闭瓶子中，蜡烛能燃烧.

(4) 解答有 4 个选项的单项选择题，随意猜一个答案，猜中正确答案.

(5) 某射击运动员射击一次，成绩为 10 环.

2. 请你再举出几个随机事件的例子.

习 题

A 组

对于下列试验中的事件，分别指出哪些是必然事件，哪些是不可能事件，哪些是随机事件.

(1) 从 1，2，…，10 中任意选择两个数.

A=“两个数的和是自然数”；B=“两个数的和等于 21”；

C=“两个数的比是整数”；D=“两个数的积等于 15”.

(2) 从装有 3 个红球，1 个黄球的盒子中任意取出 2 个球.

E=“2 个球都是黄球”；

F=“2 个球都是红球”；

G=“2 个球中有红球”.

(3) 形状相近的 5 把钥匙中只有 1 把能打开门.

H=“任意摸出 1 把，打开了门”.

B 组

1. 一个袋子中装有 3 个红球，2 个黄球，1 个白球. 从中取球，判断下列事件是什么事件.

事件	判断	事件	判断
(1) 任取 1 个球，恰是红球		(2) 任取 1 个球，恰是黄球	
(3) 任取 2 个球，全是黄球		(4) 任取 2 个球，全是白球	
(5) 任取 3 个球，其中有红球		(6) 任取 4 个球，其中有红球	

2. 掷两颗骰子，请你针对掷的结果写出 1 个必然事件、1 个不可能事件和 4 个随机事件.

31.2 随机事件的概率

随机事件是否发生具有偶然性，但它们发生的可能性有大小之分．如何用数值刻画随机事件发生的可能性大小呢？

大家谈谈

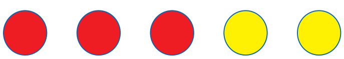
1．在足球比赛时，通过掷硬币，以正、反面朝向来决定谁先挑边．你认为这种方式公平吗？

2．“今天有雨”是必然事件还是随机事件？“很可能要下雨”是什么意思？

掷一枚质地均匀的硬币，落地后“正面朝上”和“反面朝上”都是随机事件，它们发生的可能性相同．“今天有雨”是随机事件，“很可能要下雨”是说事件“今天有雨”发生的可能性较大．

一起探究

袋子中有大小、质地完全相同的5个球，其中3个是红球，2个是黄球．从中任意摸出1个球，事件 A= “摸到红球”，B= “摸到黄球”．



（1）猜想：事件 A 和 B 发生的可能性大小相同吗？

（2）分组做摸球试验，每摸出1个球，记下球的颜色后放回袋子中，搅匀后再进行下一次摸球．每组重复20次试验，记录事件 A 和 B 发生的次

教学目标

1.经历观察试验、分析试验结果的过程.认识到事件发生的可能性有大小之分,能对事件发生的可能性大小作出判断,并进行定量描述.

2.初步认识当大量重复试验时,频率在某种程度上可以反映事件发生的可能性大小.

3.理解概率的意义,在试验结果等可能发生的条件下,会求简单事件的概率.

大家谈谈

1.公平的含义是指两个事件发生的可能性大小是相同的.

2.一般情况下,阴天有雨比晴天有雨可能性大.

一起探究

（1）因为红球的个数多,容易猜想事件 A 发生的可能性大.

（2）略.

* * * * * * * * * * *

教学建议

1.关于“大家谈谈”的教学,建议再补充两个实例,让学生在独立思考的基础上与同学交流,然后选代表表达自己的观点,使学生认识到随机事件发生的可能性有大小之分.

2.关于“一起探究”的教学,在教师的引导下,以学生的自主探究为主.按照“凭直觉判断—进行试验—汇总试验数据—分析结果—发现规律”的过程进行.

这个问题情境虽然很简单,但概率作为事件发生的可能性大小的度量比较抽象,就一次试验看,随机事件只有发生与不发生两种可能,只有当进行大量重复试验时,会发现“摸到红球”和“摸到黄球”的频率呈现出一定的规律性,再结合两种颜色球的比例,帮助学生认识到用红球的个数所占的比例定量地描述“摸到红球”的可能性大小是合理的.因此进行试验是必要的,试验有助于对概率意义的理解.

（3）当重复试验的次数足够多时，事件 A 和 B 发生的次数占试验总次数的百分比分别接近 0.6 和 0.4.

（4）结合两色球的个数，可以用 0.6 和 0.4 来刻画事件 A 和 B 发生的可能性大小.

[1] 频率描述随机事件在具体的试验中发生的频繁程度.

认识频率的稳定性以及用频率估计概率将在 31.3 讨论.

[2] 这是概率的描述性定义，它揭示了概率是随机事件发生的可能性大小的度量.

[3]这可以看做试验的所有结果等可能发生时事件概率的定义.也可以看成在等可能条件下，计算概率的公式.

数. 汇总各组的摸球结果并填写下表(试验总次数不少于 200 次)：

事件	$A=$“摸到红球”	$B=$“摸到黄球”	合计
发生的次数			
占试验总次数的百分比			

（3）事件 A 和 B 发生的次数占试验总次数百分比的大小有什么规律？

（4）能用两个数分别刻画事件 A 和 B 发生的可能性大小吗？

做 n 次重复试验，如果事件 A 发生了 m 次，那么数 m 叫做事件 A 发生的**频数**(frequency)，比值 $\frac{m}{n}$ 叫做事件 A 发生的**频率**(relative frequency). [1]

事件发生的频率，在某种程度上反映了事件发生的可能性大小.

在上面“一起探究”的摸球试验中，任意摸出 1 个球，有 5 种可能结果，摸到每个球的可能性大小相同，即摸到每个球具有等可能的结果，我们可以用 $\frac{1}{5}$ 来刻画摸到每个球的可能性大小. 于是可以用 $\frac{3}{5}$ 来刻画摸到红球的可能性大小，用 $\frac{2}{5}$ 来刻画摸到黄球的可能性大小.

我们用一个数刻画随机事件 A 发生的可能性大小，这个数叫做事件 A 的**概率**(probability)，[2] 记作 $P(A)$.

如果一个试验有 n 种等可能的结果，事件 A 包含其中的 k 种结果，那么事件 A 发生的概率为 $P(A)=\frac{k}{n}$. [3]

任何一个事件 A 都满足 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$. 必然事件的概率为 1，不可能事件的概率为 0.

例 1 有 10 张正面分别写有 1，2，…，10 的卡片，背面图案相同. 将卡片背面朝上充分混匀后，从中随机抽取 1 张卡片，得到一个数. 设 $A=$“得到的数是 5”，$B=$“得到的数是偶数”，$C=$“得到的数能被 3 整除”，求事件 A，B，C 发生的概率.

解：试验共有 10 种可能结果，每个数被抽到的可能性相等，则 A 包含 1 种可能结果，B 包含 5 种可能结果，C 包含 3 种可能结果.

所以

$$P(A)=\frac{1}{10},\ P(B)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2},\ P(C)=\frac{3}{10}.$$

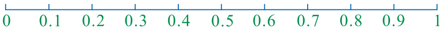
* * * * * * * * * * * *

3.关于频率和概率的关系，我们将在 31.3 详细讨论.在本节只针对具体的摸球试验，让学生发现如下的规律：当试验次数足够多时，“摸到红球”发生的频率约为 0.6，“摸到黄球”发生的频率约为 0.4.初步体会随机事件发生的可能性大小是客观存在的，并且在试验的可能结果等可能的条件下，可以用事件 A 包含的可能结果数与可能结果总数 n 的比值定量描述.

4.对于例题的教学，建议让学生列举试验的所有可能结果及各事件包含的可能结果.例如，用 A_i 表示“取到的卡片上的数为 $i(i=1,2,\cdots,10)$”，那么 10 种可能结果分别为 A_1，A_2，…，A_{10}，事件 A 包含 1 种可能结果 A_5，事件 B 包含 5 种可能结果 A_2，A_4，A_6，A_8，A_{10}，事件 C 包含 3 种可能结果 A_3，A_6，A_9.

练 习

1. 袋子中装有 10 个球，它们除颜色外全相同，其中 5 个是红球，3 个是黄球，2 个是白球．从中任取 1 个球，设 A＝“取到红球”，B＝“取到黄球”，C＝“取到白球”．求事件 A，B，C 发生的概率，并标在图中．

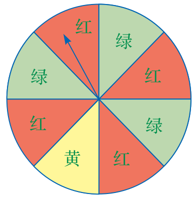


（第 1 题）

2. 如图，一个可以转动的圆盘，其中 8 个扇形的圆心角都相等．

（1）转动圆盘，等圆盘停下时，指针落在哪种颜色区域的可能性最大？请说明理由．

（2）分别求指针落在红色区域、绿色区域和黄色区域的概率．

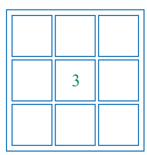


（第 2 题）

习 题

A 组

1. 在一个设有交通信号灯的路口，红灯持续 40 s，绿灯持续 60 s，交替进行．在这个路口，“遇到红灯”和“遇到绿灯”，哪个事件发生的可能性较大？
2. 从标有数字 1，2，…，8 的 8 张卡片中，任意抽取 1 张．设 A＝“取到 2 的倍数”，B＝“取到 3 的倍数”．
   （1）事件 A 和 B 哪个发生的可能性大？
   （2）事件 A 和 B 的概率各是多大？
3. 一个袋子中有 20 个外形相同的球，其中 12 个是红球，8 个是白球．从袋子中任意取出 1 个球，求取出的是红球的概率．
4. 扫雷游戏：如图所示，点击中间的按钮，出现数字 3，表明周围 8 个位置中有 3 颗地雷．任意点击这 8 个按钮中的一个，碰上地雷的概率是多大？



（第 4 题）

5. 一副扑克牌共有 54 张，充分洗匀后从中任意抽取1 张．设 A＝“抽到大王牌”，B＝“抽到黑桃牌”，C＝“抽到 K 牌”，D＝“抽到黑色的牌”．将事件 A，B，C，

第三十一章　随机事件的概率 | 65

练 习

1. 事件 A，B，C 的概率分别为 $\frac{1}{2}$，$\frac{3}{10}$，$\frac{1}{5}$．图略．

2. (1) 指针落在红色区域的可能性最大，因为红色扇形个数最多．

(2) 指针落在红色区域、绿色区域、黄色区域的概率分别为 $\frac{1}{2}$，$\frac{3}{8}$，$\frac{1}{8}$．

习 题

A 组

1. “遇到绿灯”的可能性比“遇到红灯”的可能性大．

2. (1) 事件 A 发生的可能性比事件 B 发生的可能性大．

(2) 事件 A 和 B 的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{4}$．

3. 取到红球的概率为 $\frac{3}{5}$．

4. 碰上地雷的概率为 $\frac{3}{8}$．

5. A，C，B，D．

* * * * * * * * * * *

B 组

1.(1) $\frac{2}{11}$.(2)0.(3)$\frac{4}{11}$.

2.袋子中有 6 个除颜色外其他完全相同的球，其中有 3 个红球，2 个白球，1 个黄球. 搅匀后从中任意摸出 1 个球.

大家谈谈

1.甲同学的观点错误，乙同学的观点正确.

2.一个公平的游戏应该使游戏的双方获胜的机会相同，即双方获胜的概率相等.

D 按发生的可能性大小从小到大排列为________________.

B 组

1. 将英文单词 MATHEMATICS(数学)的各字母写在 11 张卡片上，充分混匀后任取 1 张，求下列事件的概率.
   (1) 取到字母 M.
   (2) 取到字母 P.
   (3) 取到元音字母.

2. 请你设计一个摸球试验，使“摸到红球”的概率为$\frac{1}{2}$，“摸到白球”的概率为$\frac{1}{3}$，“摸到黄球”的概率为$\frac{1}{6}$.

小明和小亮做掷硬币游戏.

将一枚质地均匀的硬币投掷两次. 如果都是正面朝上，那么小明胜；如果一次正面朝上、一次反面朝上，那么小亮胜. 这个游戏公平吗?

甲同学的观点	乙同学的观点
掷两次硬币，有三种可能结果：“两次都是正面朝上”“一次正面朝上、一次反面朝上”“两次都是反面朝上”. 这三个事件的概率相等，都是$\frac{1}{3}$. 游戏是公平的.	我做过掷两次硬币的试验，在 100 次重复试验中，“一次正面朝上、一次反面朝上”的频率明显比“两次都是正面朝上”的频率大. 我认为游戏不公平.

大家谈谈

1. 甲、乙两名同学发表了各自的观点，你同意谁的观点?
2. 怎样才算是一个公平的游戏?

实际上，在机会游戏中，对于两个事件 A 和 B，如果规定 A 发生，甲胜，B 发生，乙胜，那么当事件 A 和 B 的概率相等时，游戏是公平的. 否则，就不公平.

66 | 数学 九年级下册

* * * * * * * * * * * *

教学建议

本节设计了判断一个机会游戏是否公平的问题情境，在解决问题的过程中，进一步理解概率的意义，通过“做一做”和例 2，了解求简单事件概率的方法步骤.

1.关于“大家谈谈”的教学，要求学生对甲和乙的观点进行判断，鼓励学生充分发表自己的见解.甲认为“掷两次硬币有 3 种可能结果”，这是正确的.但这三种结果发生的可能性是不同的，所以“两次都是正面朝上”和“一次正面朝上，一次反面朝上”的概率相等的判断是错误的.这个判断可能代表了多数同学的认识.判断试验可能结果的等可能性是一个难点，需要采取适当的措施来突破这个难点，对掷两次硬币的试验，画树形图是有效的方法.乙同学是通过重复试验做出“游戏不公平”的判断，虽然结果正确，但理论依据不足，特别当重复试验次数较少时，也可能做出错误的判断.

一起探究

如图 31－2－1，掷两次硬币.

（1）有几种等可能的结果？

（2）P(两次正面朝上)＝________；

P(一次正面朝上，一次反面朝上)＝________；

P(两次反面朝上)＝________.

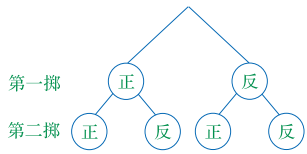


图 31－2－1

（3）对于小明和小亮所做的掷硬币游戏，如果游戏不公平，怎样修改游戏规则，可使其成为一个公平的游戏？

做一做

甲、乙两个盒子中各装有三张分别标记 1，2，3 的卡片，分别从甲、乙两个盒子中随机抽取一张，记录上面的数，并用$(m，n)$表示“甲盒中抽取的卡片上的数为 m，乙盒中抽取的卡片上的数为 n”这一结果.

（1）这样的“数对”共有多少种可能结果？

（2）将所有这样的“数对”的可能结果及对应的两数之和填入下表：

可能结果									
两数的和									

（3）P(两数之和为奇数)＝________，P(两数之和为偶数)＝________.

例 2 一副扑克牌除去“大、小王”后共有 52 张，充分洗匀后从中任意抽取 1 张牌.

（1）抽到红心牌的概率是多大？

（2）抽到 A 牌的概率是多大？

（3）抽到红色牌的概率是多大？

解：从 52 张扑克牌中任意抽取 1 张牌，共有 52 种等可能结果，其中抽到红心牌的结果有 13 种，抽到 A 牌的结果有 4 种，抽到红色牌(红心牌 13 张、方块牌 13 张)的结果有 26 种. 所以

一起探究

(1)由图形容易看出：掷两次硬币，有 4 种等可能的结果.

(2)$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$.

(3)游戏不公平.可以修改为：两次正面朝上或两次反面朝上，小明胜；一次正面朝上，一次反面朝上，小亮胜.

做一做

(1)试验共有 $3\times3=9$ 种可能结果.

(2)所有可能结果为：

(1,1)(1,2)(1,3)

(2,1)(2,2)(2,3)

(3,1)(3,2)(3,3)

对应两数之和分别为 2,3,4,3,4,5,4,5,6.

(3)$\frac{4}{9}$，$\frac{5}{9}$.

* * * * * * * * * * *

关于游戏是否公平的问题，常有这样的错误认识：重复进行游戏 $2n$ 次，如果双方各胜 n 次，游戏就是公平的；否则，游戏不公平.教学中要引导学生进行辨析.

2.关于“一起探究”的教学，教师要引导学生结合树形图列举试验的所有可能结果，并说明这些可能结果是等可能的.

第一次掷硬币有 2 种等可能的结果，第二次掷硬币也有 2 种等可能的结果，组合成 4 种等可能的结果，可以表示为正正，正反，反正，反反.其中事件“一次正面朝上，一次反面朝上”包含 2 种等可能的结果.注意：如果是同时掷两枚硬币，要对两枚硬币进行区分，同样地，试验也有 4 种等可能的结果.

3.“做一做”中的试验与掷两次硬币的试验属于相同的类型，可以完全让学生独立完成.

$$P(\text{抽到红心牌})=\frac{13}{52}=\frac{1}{4},$$

$$P(\text{抽到 A 牌})=\frac{4}{52}=\frac{1}{13},$$

$$P(\text{抽到红色牌})=\frac{26}{52}=\frac{1}{2}.$$

练　习

1. 甲、乙两人做掷硬币游戏．掷一枚质地均匀的硬币，落地后，正面朝上，甲胜；反面朝上，乙胜．共掷了 10 次硬币，结果有 6 次正面朝上，4 次反面朝上．乙认为这个游戏不公平．你同意他的看法吗？请说说你的理由．

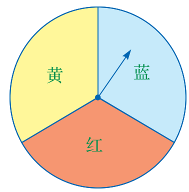
2. 如图所示的转盘，三个扇形的圆心角都相等，转动圆盘，等停下时观察指针停下的区域．

甲的观点：如果前 3 次指针都停在蓝色区域，下一次停在蓝色区域的概率会变大．

乙的观点：重复试验 3 次，一定会有一次停在蓝色区域．

丙的观点：指针停在红、黄、蓝三个区域的概率相等．

你认为谁的观点是正确的？



（第 2 题）

习　题

A　组

1. 足球比赛前，参赛的两队通过掷一枚硬币来挑边．如果正面朝上，那么甲队先开球或选择进攻方向；如果反面朝上，那么乙队先开球或选择进攻方向．这种挑边的方式公平吗？为什么？

2. 在猜一商品价格的游戏中，参与者事先不知道该商品的价格，主持人要求他从图中的 4 张卡片中任意拿走 1 张，使剩下的卡片从左到右连成一个三位数，

4	5	8	0

（第 2 题）

68 | 数学　九年级下册

练　习

1. 乙的看法不正确．
因为“正面朝上”和“反面朝上”的概率相等，所以游戏是公平的．

2. 只有丙的观点正确．

习　题

A 组

1. 公平．因为“正面朝上”和“反面朝上”的概率相等．

2. 由于拿走卡片有 4 种等可能地选择，而只有拿走卡片 5 才能猜对价格，所以一次猜中价格的概率为 $\frac{1}{4}$．

* * * * * * * * * * *

4．对试验结果等可能性的判断，要引导学生关注问题叙述中的关键词．如掷硬币和掷骰子试验中的“质地均匀”，摸球试验中的“充分搅匀”或“随机地取出一球”，扑克牌游戏中的将牌“充分洗匀”等，这样的叙述都暗示了试验结果的等可能性．

5．对于简单事件概率的计算，在 31.4 讨论借助表格或树形图表示试验结果求概率的方法，所以在本节要控制问题的难度和复杂程度．

该数就是他猜的价格．若商品的价格是 480 元，则参考者一次就能猜中的概率是________．

3. 掷一颗质地均匀的骰子，观察上面的点数．设 $A=$ “点数为偶数”，$B=$ “点数为奇数”，$C=$ “点数能被 3 整除”，分别求事件 A，B，C 的概率．

4. 在一个有 40 人的班里，18 名女生中有 6 名共青团员，22 名男生中有 8 名共青团员．随机选择 1 名学生，求下列事件的概率．

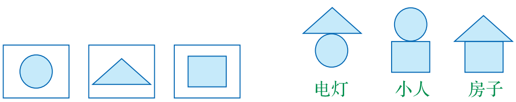
(1) 选到女生．

(2) 选到共青团员．

(3) 选到女共青团员．

B 组

1. 甲和乙用 3 张同样规格的硬纸片做拼图游戏．硬纸片正面如图 (1) 所示，背面完全一样．将它们背面朝上混匀后，同时抽出 2 张．游戏规则如下：如图 (2)，当两个图形可以拼成电灯或小人时，甲获胜；当两个图形可以拼成房子时，乙获胜．你认为这个游戏规则公平吗？为什么？

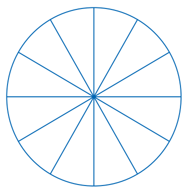


(1) (2)

(第 1 题)

2. 如图，一个圆被分成 12 个等圆心角的扇形，假设投一次飞镖一定命中圆内区域，而且命中每个扇形的可能性相等．请你用红、黄、蓝三种颜色对某些扇形涂色，将这个圆设计成一个飞镖盘．

要求：投一次飞镖，命中红、黄、蓝区域的概率之比为 1∶2∶3．



(第 2 题)

3. $P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{2}$，$P(C)=\frac{1}{3}$．

4. 设 $A=$“选到女生”，$B=$“选到共青团员”，$C=$“选到女团员”，则

(1) $P(A)=\frac{18}{40}=\frac{9}{20}$；

(2) $P(B)=\frac{14}{40}=\frac{7}{20}$；

(3) $P(C)=\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$．

B 组

1. 游戏不公平．从 3 张卡片中任取 2 张，共有 3 种等可能的情况，所以拼成电灯或小人的概率是 $\frac{2}{3}$，而拼成房子的概率是 $\frac{1}{3}$．

2. 满足要求的设计方法：2 个扇形涂红色，4 个扇形涂黄色，6 个扇形涂蓝色．

通过阅读短文，了解概率论的起源和发展.

概率论的出现，带有许多传奇色彩. 拉普拉斯说过：一门开始于研究赌博机会的科学，居然成了人类知识中最重要的科学之一，这无疑是令人惊讶的事情，这门科学就是概率论.

下面是一个“赌金分配问题”.

赌徒保罗和梅累两人相约掷骰子，各押赌金12个金币，共24个金币. 约定：如果梅累先掷出3次“6点”或保罗先掷出3次“4点”，就算赢了对方，赢者获得全部赌金.

当梅累已掷出2次“6点”，保罗掷出1次“4点”时，一件意外的事中断了他们的赌博，并且以后也不想继续进行这场没有结束的赌博，那么怎样分配赌金才公平呢？

读一读

概率论的起源与发展

17世纪中叶，有些人对博弈中的问题发生了争论，其中的一个问题是“赌金分配问题”. 他们决定请教法国数学家帕斯卡(Pascal)和费马(Fermat). 两位数学家对这个问题进行了认真的讨论，并最终解决了这个问题. 这个问题的解决直接推动了概率论的诞生.

帕斯卡(1623～1662)

费马(1601～1665)

类似“赌金分配问题”的一个例子如下：

甲、乙两名运动员进行乒乓球比赛，设立600元奖金，规定先胜3局的运动员将获得全部奖金. 两人实力相当，现已赛完3局，甲2∶1领先，此时比赛因故终止. 这600元奖金怎样分配才公平？

平均分配，甲不同意. 全部给甲，对乙不公平. 于是，有人提出了按已胜局数的比例分配的方案：甲得三分之二，400元；乙得三分之一，200元. 这个方案表面上看似公平，但真的公平吗？

设想继续比赛，第四局比赛甲胜或乙胜的概率各为0.5. 如果甲胜，那么甲将先胜3局获得全部奖金；如果乙胜，那么需要进行第五局比赛，又各有0.5的获胜机会. 总之，若继续比赛，甲先胜3局的概率为0.75，乙先胜3局的概率为0.25. 因此奖金应按最终获胜概率的比例分配，甲得450元，乙得150元.

概率与统计的一些概念和简单方法，早期主要用于赌博和人口统计模型. 随着人类的社会实践，人们需要了解各种不确定现象中隐含的必然规律，并用数学方法研究各种结果出现的可能性大小，从而产生了概率论，并使之逐步发展成为一门严谨的学科. 现在，概率与统计的方法日益渗透到各个领域，并广泛应用于自然科学、经济学、医学、金融、保险甚至人文科学中.

31.3 用频率估计概率

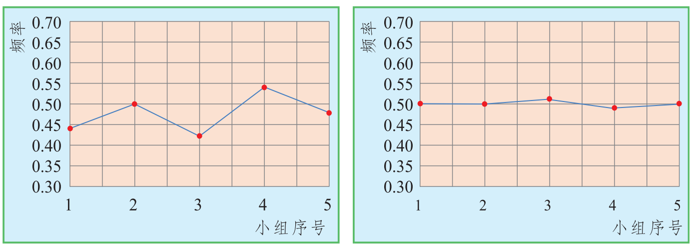
对现实生活中的某些随机事件，需要做大量重复试验，用事件的频率去估计概率．那么，频率和概率具有怎样的关系呢？

我们知道，掷一枚质地均匀的硬币，落地后，“正面朝上”和“反面朝上”的概率都是$\frac{1}{2}$.

五个小组分别掷一枚硬币 50 次和 500 次，统计“正面朝上”发生的频数和频率，结果如下表：

小组序号	$n=50$		$n=500$	
	频数	频率	频数	频率
1	22	0.44	251	0.502
2	25	0.50	249	0.498
3	21	0.42	256	0.512
4	27	0.54	246	0.492
5	24	0.48	251	0.502

将上面的试验结果用折线统计图表示，如图 31－3－1.



$n=50$　　　　$n=500$

图 31－3－1

第三十一章　随机事件的概率 | 71

教学目标

1.经历观察思考、试验操作，用折线统计图表示不同试验次数下事件发生的频率，观察频率的波动情况及变化趋势，认识频率的稳定性.

2.对具体的随机事件，经历对事件概率的直观猜想、试验验证、直接计算概率确认的过程，体会频率和概率的关系，知道用频率估计概率.

教学建议

概率是事件发生的可能性大小的度量，频率反映在特定的重复试验中事件发生的频繁程度，二者既有联系，又有区别.对于指定的随机事件，概率是唯一确定的，而频率则具有不确定性：不同次数的试验，频率可能不同；次数相同的不同重复试验，频率也可能不同.重要的是频率具有稳定性，即随着试验次数的增大，频率由摇摆不定到逐渐稳定，这个稳定值就是事件的概率.频率的稳定性是概率论的基础，它说明事件发生的可能性大小是客观存在的，同时也说明可以用试验次数较大时的频率估计概率.对频率的稳定性及频率与概率的关系的认识，有助于理解概率的意义.

1.首先让学生思考问题：掷 10 次硬币，“正面朝上”可能发生多少次，频率有什么规律；接着引导学生观察教科书提供的试验结果，思考掷 50 次硬币、掷 500 次硬币，“正面朝上”发

观察与思考

(1)当试验次数较小时,由于受各种偶然因素的影响,“正面朝上”的频率波动较大.

(2)当试验次数很大时,“正面朝上”的频率的波动减小.

做一做

通过亲自操作试验,整理数据,用折线统计图表示数据的过程,使学生认识到随着试验次数的增加频率逐渐趋于稳定,对频率的稳定性认识会更深刻.

观察与思考

观察图 31－3－1,思考下列问题:

(1) 当试验次数较小时,频率有什么特征?

(2) 当试验次数很大时,频率有什么样的变化趋势?

实际上,对掷硬币试验,“正面朝上”的概率为 0.5,而频率则具有不确定性. 试验次数不同,频率可能不同;即使是相同次数的不同试验,频率也可能不同. 当试验次数较小时,频率的波动较大,但是随着试验次数的增大,“正面朝上”发生的频率波动明显减小,逐渐稳定到 0.5 附近. 这个性质叫做频率的稳定性.

做一做

1. 将全班分成 12 个小组,课外时间每个小组做 20 次掷硬币试验,记录事件 A=“正面朝上”发生的次数. 汇总各小组的试验结果,填写下表:

小组序号	1	2	3	4	5	6
A 发生次数						
小组序号	7	8	9	10	11	12
A 发生次数						

2. 整理上表中的数据,依次累计进行 20 次、40 次、…、240 次试验,记录事件 A 发生的次数,计算相应的频率,填写下表:

累计抛掷次数	20	40	60	80	100	120
A 发生次数						
A 发生的频率						
累计抛掷次数	140	160	180	200	220	240
A 发生次数						
A 发生的频率						

生的频率有什么规律,使学生对频率的稳定性有一个初步的感性认识.

2.本节课以“做一做”活动为主,目的是使学生经历下面的过程:进行重复试验,各组汇报试验结果,汇总试验结果,计算不同次数试验下的频率,画频率折线统计图,观察频率的变化趋势,了解频率的特点及频率的稳定性规律.完成全过程可能用时较多,所以要精心组织,合理分配时间,突出重点,不要在枝节上耗费过多的时间.如试验安排在课外完成,计算频率可以使用计算器,有条件的学校可以用 Excel 软件画折线统计图.重点是在真实的试验中,体验频率的稳定性.

由于最多只有 240 次试验,可能出现频率的稳定性规律不明显的情况,因为根据理论计算,做 240 次重复试验,只有约 90%的可能性保证频率在 0.45 与 0.55 之间,所以建议每个小组做 40 次或 50 次试验.

3. 在图 31－3－2 中画折线统计图，表示事件“正面朝上”发生的频率的变化趋势.

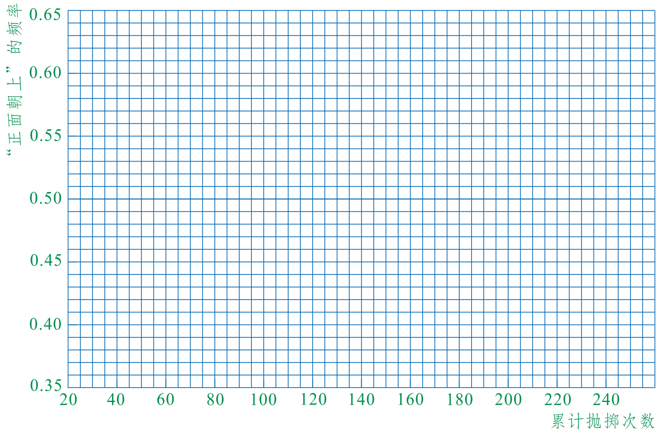


图 31－3－2

4. 观察上面的统计表与统计图，随着投掷次数的增加，事件“正面朝上”发生的频率是如何变化的？是否逐渐稳定到 0.5 附近？

练 习

关于掷一枚质地均匀硬币的试验，下列说法是否正确？为什么？

（1）“正面朝上”和“反面朝上”的概率都是 0.5，所以掷 100 次硬币一定是“正面朝上”和“反面朝上”各发生 50 次.

（2）结果是“正面朝上”还是“反面朝上”，全凭运气，没有什么规律.

习 题

A 组

1. 判断下列说法是否正确，在题后的括号内填写“正确”或“错误”.

（1）掷一枚质地均匀的硬币，“正面朝上”的概率为 0.5.　　（　　）

练 习

(1)说法错误.

当试验次数较大时,“正面朝上”的频率在 0.5 附近摆动,且波动幅度较小,但未必恰好为 0.5.

(2)说法错误.

因为频率具有稳定性.

习 题

A 组

1.(1)正确.(2)错误.

(3)错误.(4)正确.

(5)正确.

＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊

3.结合练习和习题,通过辨析,澄清一些错误的认识,使学生对频率和概率的关系有一个正确的认识.

2.“掷出 6 点”的概率为 $\frac{1}{6}$；掷 6 次骰子，不一定出现一次 6 点；如果掷 600 次骰子，“掷出 6 点”的频率接近 $\frac{1}{6}$.

3. 由于彩票的随机性，购买 100 张彩票，未必能中奖；购买 10 000 张这样的彩票，大约有 100 张有奖.

B 组

(1) 试验有 (1，1)(1，2)(2，1)(2，2) 4 种等可能结果，所以

$P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B)=\frac{1}{2}$，

$P(C)=\frac{1}{4}$.

(2) 统计表和统计图见本页底.

(3) 由图可以看出，事件 A，B 的频率分别稳定到它们的概率值附近.

(2) 掷一枚质地均匀的硬币 10 次，“正面朝上”恰好发生 5 次. (　　)

(3) 掷一枚质地均匀的硬币 20 次，“正面朝上”发生的频率是 0.5. (　　)

(4) 掷一枚质地均匀的硬币 1 000 次，“正面朝上”发生的频率接近 0.5. (　　)

(5) 随着掷硬币次数的增大，“正面朝上”发生的频率逐渐稳定到 0.5. (　　)

2. 掷一颗骰子，“掷出 6 点”的概率是多大？如果掷 6 次骰子，那么一定出现一个 6 点吗？如果做 600 次试验，那么“掷出 6 点”发生的频率应接近什么数？

3. 一种彩票中奖率为 1%(如 100 000 张中 1 000 张有奖)，购买 100 张彩票一定会中奖吗？购买 10 000 张这样的彩票，大约有多少张有奖？

B 组

将两个标号分别为 1 和 2 的乒乓球放入一个盒子中，先从中任意取出 1 个，记下号码后放回盒中，然后再取出 1 个记下号码. 两个号码之和可能为 2，3，4. 设事件 A=“和为 2”，B=“和为 3”，C=“和为 4”.

(1) 事件 A，B，C 的概率各是多大？

(2) 两名同学做了 150 次试验，获得的数据(两个号码的和)如下：

3434344323	4332324423	2233223344	4243232342	3243323333
4333433344	2422433423	3433423232	3233324433	3443343442
3433422333	3432343222	3232233443	4343433432	3343343432

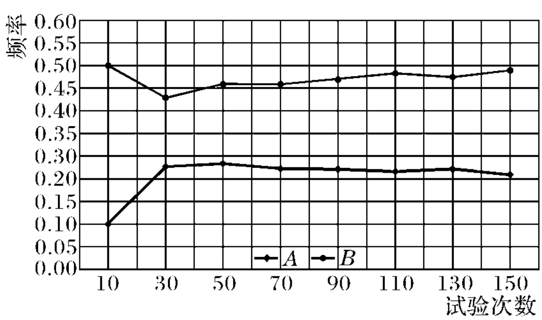
设计适当的表格，表示累计试验 10 次、30 次、50 次、…、150 次时，事件 A，B，C 发生的频率. 用折线统计图表示事件 A，B 发生的频率变化趋势.

(3) 随着试验次数的增大，事件发生的频率是否稳定到它的概率值附近？

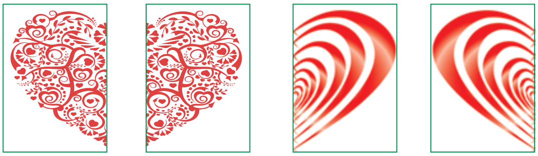
对于掷硬币试验，当投掷次数很大时，“正面朝上”发生的频率逐渐稳定到 0.5，即频率稳定到概率. 对于其他的试验，事件发生的频率是否也具有稳定性呢？

如图 31－3－3，在 4 张图片中，(1)和(2)，(3)和(4)分别拼在一起时，

试验次数	10	30	50	70	90	110	130	150
A 频数	1	8	14	18	23	26	33	35
A 频率	0.1	0.267	0.280	0.257	0.256	0.236	0.254	0.233
B 频数	5	13	23	32	43	53	62	73
B 频率	0.5	0.433	0.460	0.457	0.478	0.482	0.477	0.487
C 频数	4	9	13	20	24	31	35	42
C 频率	0.4	0.300	0.260	0.286	0.267	0.282	0.269	0.280



各为一个完整的心形图片．将 4 张图片背面向上，充分混匀后，从中依次任意取出 2 张，能拼成一个完整的心形图案算“成功”，否则算“失败”．



(1)　(2)　(3)　(4)

图 31－3－3

一起探究

1. 凭直觉判断：事件“成功”和“失败”的概率相等吗？如果你认为不等，哪一个事件的概率较大？

2. 做重复试验进行验证．两名同学做了 240 次试验，结果如下表：

试验次数	30	60	90	120	150	180	210	240
“成功”发生的次数	7	17	33	43	48	63	68	83
“成功”发生的频率	0.23							

计算事件“成功”发生的频率(结果精确到 0.01)，并在下面的网格图中，适当标记刻度，绘制折线统计图．

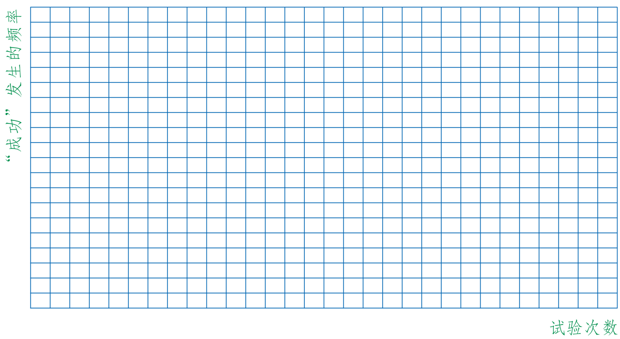


图 31－3－4

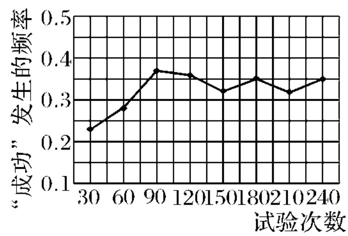
一起探究

1. 多数人直观判断“成功”和“失败”的概率相等，都是 0.5. 事实上，“成功”的概率为$\frac{1}{3}$，“失败”的概率为$\frac{2}{3}$.

2. 事件 S 的频率表如下：

试验次数	频数	频率
30	7	0.23
60	17	0.28
90	33	0.37
120	43	0.36
150	48	0.32
180	63	0.35
210	68	0.32
240	83	0.35

折线统计图如下：



是，$\frac{1}{3}$.

＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊

教学建议

本课时内容是在学生对频率与概率的关系有了一定认识的基础上，对图片复原游戏中“成功”的概率按照下面的过程展开探究：凭直觉猜想“成功”的概率→试验验证猜想→直接计算“成功”的概率，以加深学生对频率与概率关系的认识，并进一步验证频率的稳定性.之所以选择图片复原的情境，是因为人们对“成功”的概率会有不同观点，多数人直观感觉“成功”与“失败”的概率都是$\frac{1}{2}$，而实际上“成功”的概率为$\frac{1}{3}$.这时，试验验证是消除错误认识的最好方法.

1.猜想是凭学生已有的经验或直觉，目的是有意识地培养学生的直觉思维，希望通过猜想显露学生的各种不同认识和观点，并通过试验澄清错误的观点，统一认识.要注意不要求

$3.12，4，\frac{1}{3}，\frac{2}{3}.$

观察图 31－3－4，随着试验次数的增大，“成功”发生的频率是否趋于稳定？稳定在哪个数附近？

3. 直接计算“成功”和“失败”的概率.

从 4 张图片中依次任取 2 张，我们用(1，2)表示第一次取到(1)号图片、第二次取到(2)号图片的结果，依此类推，所有可能结果见下表：

第 2 张号码 / 第 1 张号码	(1)	(2)	(3)	(4)
(1)	×	(1，2)	(1，3)	(1，4)
(2)	(2，1)	×	(2，3)	(2，4)
(3)	(3，1)	(3，2)	×	(3，4)
(4)	(4，1)	(4，2)	(4，3)	×

试验的所有可能结果有________种，其中，只有________种能拼成一个完整的心形图案. “成功”的概率为________，“失败”的概率为________.

大量试验表明，随着试验次数的增大，事件发生的频率逐渐稳定到它的概率，或者说概率是频率的稳定值. 在实际中，我们常用比较稳定时的频率估计事件的概率，而试验次数越大，得到概率的较精确估计值的可能性越大.

概率反映了事件发生可能性大小的规律，这个规律是由大量重复试验呈现出来的. 所以在用频率估计概率时，需要做大量试验，这要花费大量的时间. 如果全班同学合作，每人做 10 次试验，把所得试验数据合起来，那么就相当于做了 400 次至 500 次试验，得到的频率值就较接近概率.

做一做

1. 估计命中率约为 40%.

2. 投篮一次，命中的概率约为 0.7.

做一做

1. 某射击手射击 500 次，中靶 200 次. 估计该射击手的命中率.

2. 某运动员练习篮球投篮 200 次，命中 140 次. 投篮 1 次，命中的概率大约为多大？

练 习

1. 因为调查的人数太少，所以结论不可信.

练 习

1. 某种化妆品经销商随机访问了 4 名顾客，结果有 3 人使用 X 品牌的化妆品. 经销商宣称：“X 品牌化妆品的市场占有率为 75%.” 这个结论可

* * * * * * * * * * * *

学生说明猜想的理由是什么，也不要在这个环节上花费太多的时间.

2.在试验验证环节，为了节省时间，给出了重复试验的结果，只要求学生计算相应的频率并画折线统计图.教学中也可以要求学生用扑克牌代替图片，在课外分组进行试验.需要注意的是抽取图片时要采用不放回方式，如果采用有放回方式抽取图片，则有 16 种等可能的结果，“成功”和“失败”的概率分别为$\frac{1}{4}$，$\frac{3}{4}$.

3.对于“直接计算概率”的教学，要突出强调表示试验结果的方法，对图片编号可以方便表示试验结果，也是计算概率常用的方法.鼓励学生用多种方法列举试验结果.例如，不考虑抽取顺序(一次抽取两张)得到 6 种等可能的结果：(1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，3)，(2，4)，(3，4).其中能拼成完整心形图案的结果为(1，2)和(3，4)，成功的概率为$\frac{1}{3}$.

信吗？为什么？

2．某地区在 2009 年至 2013 年 5 年间，共出生婴儿 29 362 人，其中男婴 14 900 人．据此分别估计该地区生男孩和生女孩的概率．

习 题

A 组

1．为了解某电视节目的收视率，三家新闻单位分别进行了调查，结果如下表：

A 单位的调查结果			B 单位的调查结果			C 单位的调查结果		
调查人数	收看人数	收视率	调查人数	收看人数	收视率	调查人数	收看人数	收视率
100	30	30%	1000	256	25.6%	3 000	693	23.1%

你认为哪家新闻单位调查到的收视率可能更准确些？为什么？

2．将一枚硬币的一面贴上号码 1，另一面贴上号码 2，掷硬币两次，观察掷出的两个号码的积．设 A＝“积是 2”．对 160 次试验数据进行整理的结果如下表：

试验次数	10	20	40	60	80	100	120	140	160
A 发生的次数	3	8	25	27	37	53	63	72	78
A 发生的频率									

（1）用计算器计算 A 发生的频率，并填表．

（2）根据表中数据绘制折线统计图．

（3）随着试验次数的增大，频率稳定到什么数附近？

（4）根据频率估计“积是 2”发生的概率．

（5）直接计算“积是 1”“积是 2”和“积是 4”的概率．

B 组

准备 3 个乒乓球，分别标上号码 1，2，3，放入盒子中，按下列要求做摸球试验，并规定摸到 1 号球算“成功”．

（1）甲、乙、丙三人按甲→乙→丙的固定顺序有放回地依次摸出 1 个球．猜想甲、乙、丙“成功”的概率各是多大．

（2）全班同学分为 10 组，每组按规定做 30 次重复试验，汇总全班的试验数据，计算“成功”发生的频率，验证你的猜想是否正确．

2.估计生男孩的概率约为 0.507 5，生女孩的概率约为 0.492 5.

习 题

A 组

1.C 单位调查的收视率结果可能更准确一些．当调查人数较少时，频率不稳定，对收视率得到较准确估计的可能性小．由频率的稳定性，当调查的人数较多时，对收视率得到较准确估计的可能性大．

2.(1)频率表如下：

试验次数	频数	频率
10	3	0.300
20	8	0.400
40	25	0.625
60	27	0.450
80	37	0.463
100	53	0.530
120	63	0.525
140	72	0.514
160	78	0.488

(2)折线统计图见页底．

(3)稳定在 0.5 附近．

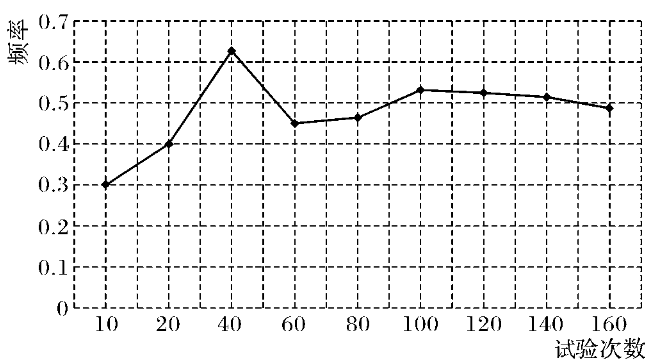
(4)估计“积是 2”的概率为 0.5.

(5)概率分别为 $\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$．

B 组

(1)这是一个三个人抽签的问题，实际上每个人成功的概率与抽签的顺序无关，概率都是 $\frac{1}{3}$．

(2)略．



教学目标

1.在具体问题情境中了解概率的意义.

2.能通过列表、画树形图等方法列举试验的所有可能结果,并求简单事件的概率.

一起探究

设计意图:探究用表格列举试验的所有可能结果以及求简单事件的概率的方法.

[1]表示试验的可能结果时,当 $m \neq n$ 时,必须将 (m,n) 和 (n,m) 看成是不同的结果,否则不满足等可能条件.

31.4 用列举法求简单事件的概率

如果一个随机试验只有有限个等可能的结果,我们可以利用图表,列举试验的所有可能结果及事件所包含的可能结果,直接计算事件的概率.

如图 31-4-1,一个质地均匀的正四面体(四个面都是等边三角形),四个面上分别标有数字 1,2,3,4. 投掷这个正四面体,然后观察底面上的数字.

一起探究

1. 投掷一次,有多少种可能结果?它们发生的可能性相同吗,概率各是多大?
2. 投掷两次,共有多少种可能结果?如何表示这些可能结果?
3. 如何计算两数之和为 2,3,…,8 的概率?

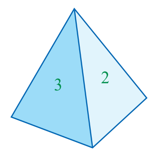


图 31-4-1

投掷一次,有 4 种等可能的结果,它们发生的概率都是 $\frac{1}{4}$.

投掷两次,有 16(4×4)种等可能的结果,用 (m, n) 表示两次投掷的结果,其中 m 为第一次掷出的数,n 为第二次掷出的数,m 和 n 分别可能是 1,2,3,4. 所有可能的结果以及对应的两个数的和可分别用下面的表格表示:[1]

m \ n	1	2	3	4
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

+	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

教学建议

本节是在试验的所有可能结果等可能的条件下,探究用表格或树形图列举试验结果,判断试验结果的等可能性,求简单事件的概率.本课时的教学重点:理解掷一次四面体有 4 种等可能结果,从而掷两次四面体共有 4×4=16 种等可能的结果.用有序数对表示试验结果,用表格列举试验的所有可能结果,方便计算两数之和分别为 2,3,4,…,8 包含的可能结果数,求得相关事件的概率.

1.对“一起探究”的教学,建议学生在独立思考的基础上,就如何表示试验的结果,如何判断试验结果的等可能性等问题进行相互交流,理清解决问题的思路步骤.教师给予适当的概括,让学生通过这个探究活动,了解求简单事件概率的一般步骤.

2.“做一做”是写出探究活动所得的结果,应该没有难度.建议对下面的解法进行辨析,说明这个解法为什么是错误的.

从表中可以看出，投掷两次所发生的可能结果及对应的两个数的和．如：投掷两次，事件“两数之和为 4”包含 3 种等可能的结果，分别是(1，3)，(2，2)，(3，1)，所以“两数之和为 4”的概率是$\frac{3}{16}$．

做一做

对投掷正四面体的试验，分别求出两数之和为 2，3，5，6，7，8 的概率，并填入下面的表格中．

两数之和	2	3	5	6	7	8
概率						

例 如图 31－4－2，四个开关按钮中有两个各控制一盏灯，另两个按钮控制一个发音装置．当连续按对两个按钮点亮两盏灯时，“闯关成功”；而只要按错一个按钮，就会发出“闯关失败”的声音．求“闯关成功”的概率．

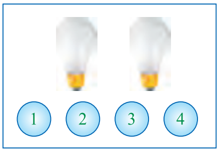


图 31－4－2

解：不妨设 1 号，2 号按钮各控制一盏灯，

连续按两个按钮(不考虑按钮的顺序)[2]的所有可能结果列表如下：

按钮代号	12	13	14	23	24	34
结果	成功	失败	失败	失败	失败	失败

所有可能结果有 6 种，它们都是等可能发生的，而其中只有一种结果为“闯关成功”，所以，P(闯关成功)$=\frac{1}{6}$．

练 习

对本节“一起探究”投掷正四面体的试验，求下列事件的概率．

$A=$“两数之和为偶数”．

$B=$“两数之和为奇数”．

$C=$“两数之和大于 5”．

$D=$“两数之和为 3 的倍数”．

做一做

试验共有 16 种等可能的结果，由上面的右表可得：两数之和为 2，3，5，6，7，8 的概率分别为$\frac{1}{16}$，$\frac{1}{8}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{3}{16}$，$\frac{1}{8}$，$\frac{1}{16}$．

[2]如果考虑按按钮的顺序，把 12 和 21 看成是不同的结果，那么共有 $4\times3=12$ 种等可能的结果：12，13，14，21，23，24，31，32，34，41，42，43．同样可求得“闯关成功”的概率为$\frac{1}{6}$．

练 习

$P(A)=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$，

$P(B)=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$，

$P(C)=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$，

$P(D)=\frac{5}{16}$．

* * * * * * * * * * *

有同学认为掷两次正四面体，共有 10 种等可能的结果：(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，2)，(2，3)，(2，4)，(3，3)，(3，4)，(4，4)．由此求出两数之和为 2，3，4，5，6，7，8 的概率分别为 0.1，0.1，0.2，0.2，0.2，0.1，0.1．

3.关于例题的教学，让学生思考：为什么按下面的解法也能得到正确的结果．

考虑按按钮的顺序，把 12 和 21 看成是不同的结果，那么共有 $4\times3=12$ 种等可能的结果，它们分别是 12，13，14，21，23，24，31，32，34，41，42，43．其中 12 和 21 两种结果都可以闯关成功，所以“闯关成功”的概率为$\frac{1}{6}$．

前面遇到的几个问题可以归为有放回摸球模型(掷两次四面体)和不放回摸球模型(图片复原、闯关游戏)．对于有放回模型，列举试验结果时必须考虑摸球顺序，否则不能保证所有试验结果的等可能性．对于不放回摸球模型，有序或无序都可保证所有结果的等可能性．

习 题

A 组

1.(1)$\frac{1}{2}$.(2) $\frac{1}{2}$.(3)$\frac{1}{4}$.

2.(1)用(m,n)表示第一次得到的数字为m，第二次得到的数字为n的结果. 则所有可能结果表示如下：

(1,1)	(1,2)	(1,3)
(2,1)	(2,2)	(2,3)
(3,1)	(3,2)	(3,3)

(2)各事件的概率下：

和	2	3	4	5	6
概率	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

(3)两数之和为偶数的概率是$\frac{5}{9}$，两数之和为奇数的概率是$\frac{4}{9}$.

3.(1)$\frac{1}{3}$.

(2)甲和乙获胜的概率都是$\frac{1}{3}$.

(3)公平.

B 组

1.不妨设 1 号、2 号、3 号按钮各控制一盏灯，所有可能结果表示为 123，124，134，234，而且这 4 种结果是等可能的，因此，所求的概率为$\frac{1}{4}$.

2.对 3 个红球分别标号为 1，2，3，对 2 个黄球分别编号为 4，5. 列表表示所有可能结果如右表.

甲＼乙	1	2	3	4	5
1	×	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)
2	(2,1)	×	(2,3)	(2,4)	(2,5)
3	(3,1)	(3,2)	×	(3,4)	(3,5)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	×	(4,5)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	×

(1)P（甲取到红球）$=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

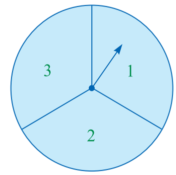
(2)P(乙取到红球）$=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

(3)P(两人都取到红球）$=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$.

习 题

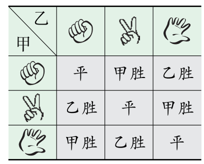
A 组

1. 将四个面分别标有 1，2，3，4 的正四面体连续投掷两次，用两次投掷底面上的数字按投掷顺序组成一个两位数（第一次掷出的数为十位数，第二次掷出的数为个位数），求下列事件的概率.
   (1) 这个两位数是偶数.
   (2) 这个两位数是奇数.
   (3) 这个两位数的个位数和十位数相同.
2. 如图，将一个圆盘等分成三个扇形，分别标上数字 1，2，3，指针不动，转动圆盘两次，等圆盘停下时，由指针指向区域各得到一个数，把这两个数组成一个数对 (m, n).
   (1) 用表格表示所有可能结果.
   (2) 分别求两数的和是 2，3，4，5，6 的概率.
   (3) 分别求两数之和为偶数和奇数的概率.



（第 2 题）

3. “锤子、剪刀、布”是一个古老的儿童游戏，三种不同手势分别代表锤子、剪刀和布. 规则是：锤子胜剪刀，剪刀胜布，布胜锤子；当两人做出相同的手势时，不能决定胜负. 设甲、乙两人都等可能地采用三种手势.
   (1) 求一个回合不能决定胜负的概率.
   (2) 分别求甲、乙获胜的概率.
   (3) 用这种方式决定胜负公平吗？



（第 3 题）

B 组

1. 在本节例题的闯关游戏中，如果四个开关按钮中有三个各控制一盏灯，连续按三个按钮，能点亮三盏灯的概率是多大？
2. 袋子中有 3 个红球，2 个黄球. 甲先从中任取 1 个球，取后不放回，乙再从中任取 1 个球. 用表格列举试验结果，分别求下列事件的概率.
   (1) 甲取到红球.
   (2) 乙取到红球.
   (3) 两人都取到红球.

在一次知识竞赛中，有三名同学都答对了，但奖品只有一份，谁应该得到这份奖品呢？他们决定用抽签的方式来确定.

取 3 张大小相同，分别标有数字 1，2，3 的卡片，充分混匀后扣到桌子上，按甲、乙、丙的顺序，每人从中任意抽取 1 张(取后不放回)，规定抽到 1 号卡片的人中奖. 中奖的概率和抽签的顺序有关吗?

大家谈谈

下面是三名同学的看法，你同意谁的观点？请说出你的理由.

小明的看法	小亮的看法	小红的看法
先下手为强，如果我先抽到 1 号卡片，后面的人就没有机会了.	后发制人，如果前面的人都没有抽中，机会就全是我的了.	中奖的机会是一样的，与抽签的顺序无关.

我们首先来描述三人按先后顺序抽签的所有可能结果.

用“123”表示甲抽到 1 号卡片、乙抽到 2 号卡片、丙抽到 3 号卡片的结果，依此类推.

甲抽取时有 3 种可能，乙抽取时有 2 种可能，丙抽取时只有 1 种可能. 用图形表示可能结果，如图 31-4-3.[3]

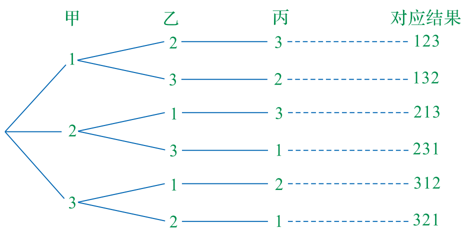


图 31-4-3

还可以用如下的表格列举试验的可能结果.

甲	1	1	2	2	3	3
乙	2	3	1	3	1	2
丙	3	2	3	1	2	1

大家谈谈

小明和小亮的观点都是错误的，小红的观点是正确的.

如何说明中奖的概率与抽签的顺序无关呢？一种方法是做大量重复试验，发现甲、乙、丙中奖的频率相差无几；二是直接计算甲、乙、丙中奖的概率，如果这些概率都相等，就说明抽签结果与抽签的顺序无关，对每个人都是公平的.

[3]当试验的可能结果个数不大时，用树形图列举试验结果，既可以做到不重不漏，也容易判断所有结果的等可能性.

教学建议

在一些机会游戏中，人们常用抽签的方式决定谁能中奖.实际上，中奖的概率与抽签的顺序无关.但人们往往有不同的认识，比较多的人认为先抽中奖的概率大，也有人认为后抽有利，这都是错误的认识.即使人们承认抽签对每个人都是公平的，但对其中的道理也说不明白.本课时以抽签问题为例，讨论用树形图列举试验的所有可能结果，求简单事件概率的方法.

1.如何计算甲、乙、丙中奖的概率呢？可以让学生首先回忆求简单事件概率的方法步骤.在下列问题的引导下，以学生独立思考、小组交流、师生共同归纳概括的方式进行.目的是让学生了解求简单事件概率的一般方法，积累经验，澄清一些错误的认识，进一步理解概率的意义.

做一做

(1)共有 8 条不同的路径，在图 31－4－5 中从左到右对应每条路径小球落进格子的号码分别为：1，2，2，3，2，3，3，4.

(2)由于小球每次碰到钉子后都是等可能地向左或向右下落，所以 8 种结果是等可能的.设事件 A_k＝“小球落入第 k 号格(k＝1，2，3，4)”，则

$$P(A_1)=\frac{1}{8},$$

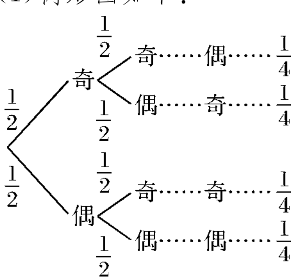
$$P(A_2)=\frac{3}{8},$$

$$P(A_3)=\frac{3}{8},$$

$$P(A_4)=\frac{1}{8}.$$

练　习

(1)树形图如下：



＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊

容易看出，三个人依次抽签，有 6 种等可能的结果，而甲、乙、丙抽到 1 号卡片各有 2 种可能结果，所以甲、乙、丙中奖的概率都是$\frac{1}{3}$.

如果三个人参加抽签，但有两份奖品，规定抽到 1 号或 2 号卡片都可以中奖，则甲、乙、丙中奖的概率都是$\frac{2}{3}$.

事实上，抽签不分先后顺序，每个人中奖的概率都相等.

做一做

如图 31－4－4，一木板上均匀地钉有几排钉子，将一小球从顶端放入，小球碰到钉子后等可能地向左或向右落下，最后落入下面的格子中.

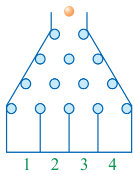


图 31－4－4

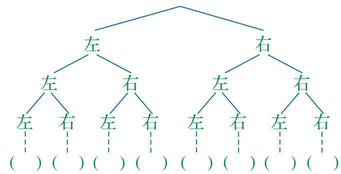


图 31－4－5

(1) 图 31－4－5 表示小球下落的所有可能路径. 对应每条路径，将小球最后落入格子的号码填写在图下方的括号内.

(2) 计算小球最后落入 1 号、2 号、3 号、4 号格子中的概率.

像图 31－4－3 和图 31－4－5 这样的图形，叫做**树形图**(tree diagram). 树形图可以清楚地表示试验结果. 在同一层，如果从每个节点等可能地分出数目相同的分支，那么整个树形图的所有分支数目就是试验的可能结果个数，而且这些结果都是等可能的.

练　习

掷两颗骰子，得到两个点数，计算两个点数之和.

(1) 在树形图的括号内填写适当的数或结果.

(2) 判断树形图的 4 个分支对应的事件是否等可能.

(3) 分别求“点数之和为奇数”和“点数之和为偶数”的概率.

82 | 数学　九年级下册

(1)如何表示三个人按次序完成一次抽签的结果？

(2)试验共有多少种不同的可能结果，如何将它们一一列举出来？

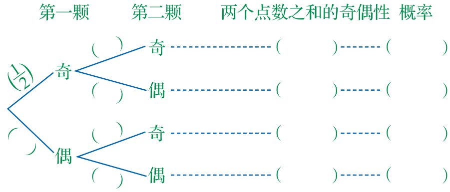
(3)如何说明所有可能结果是等可能发生的？

(4)在所有可能结果中，表示甲、乙、丙中奖的结果各有几种？

(5)甲、乙、丙中奖的概率各是多少？是否相等？

对于该抽签问题，根据学生的理解情况，适当予以推广.例如，现有标有数字 1，2，3，4 的四张卡片，抽到 4 号的中奖，甲、乙依次从中抽取一张，分别求甲、乙中奖的概率.

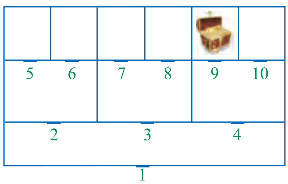
2.关于“做一做”的教学，可以让学生独立完成，对有困难的同学给予适当的帮助.重点是让学生体会用树形图列举试验可能结果的优点.对于试验结果不是太多的情形，画树形图既可以保证不重不漏地列举试验的所有可能结果，也方便对所有结果等可能性的判断.



习　题

A　组

1. 小红有红色、黄色、白色三件衬衣，有红色和蓝色两条裙子，任取一件衬衣，并任取一条裙子，求它们恰好都是红色的概率.
2. 如图，在上排六个房间中的某个房间内放有一个存宝箱，1～10 各是一扇可以打开的门. 假如你事先不知道存宝箱在哪里，从 1 号门进入后，只允许再打开两扇门，则能找到存宝箱的概率是多大?



（第 2 题）

3. 从 1，2，3，4 四个数字中任取两个，按顺序组成没有重复数字的两位数，求组成的两位数是偶数的概率.

B　组

1. 掷 3 枚质地均匀的硬币，求下列事件的概率.
   (1) 3 枚全是反面向上.
   (2) 2 枚正面向上，1 枚反面向上.
2. 甲、乙、丙三名同学做传球练习，先由甲等可能地将球传给乙或丙，每人接到球后又等可能地传给其他两人. 画树形图，求三次传球后球分别在甲、乙、丙手中的概率.

(2)4 个分支对应的事件是等可能的.

(3)P(和为奇数)$=\frac{1}{2}$，

P(和为偶数)$=\frac{1}{2}$.

习　题

A 组

1.树形图略.有 6 种不同的搭配，衬衣和裙子都是红色的搭配只有一种，所求概率为$\frac{1}{6}$.

2.树形图略.有 6 种等可能的结果，只有一种结果能找到存宝箱，所求概率为$\frac{1}{6}$.

3.共有 $4\times3=12$ 种可能结果，将所有可能结果列表如下：

×	12	13	14
21	×	23	24
31	32	×	34
41	42	43	×

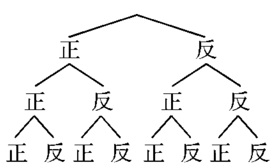
其中，组成的偶数有 6 个，所以组成的两位数是偶数的概率为$\frac{1}{2}$.

B 组

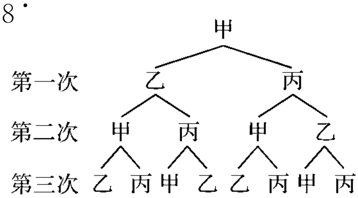
1.树形图如下.共有 8 种等可能的结果.

(1)全是反面向上的概率为$\frac{1}{8}$.

(2)两个正面向上，一个反面向上的概率为$\frac{3}{8}$.



（第 1 题）



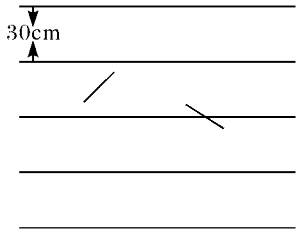
（第 2 题）

2.P(球落在甲手中)$=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$，P(球落在乙手中)$=\frac{3}{8}$，P(球落在丙手中)$=\frac{3}{8}$.

教学目标

通过分组做类似于投针的重复试验，体会频率的稳定性及频率与概率的关系．了解用频率估计概率的方法．

活动一：如图，要多画几条平行线，以免筷子落到区域外．



活动二：计算筷子与平行线相交（事件 A）的概率超出了教学目标的要求，承认这个事实即可．

（1）$P(A)\approx 0.530\ 8$．

（2）试验次数较少，误差较小的可能性也小．

（3）800 次重复试验的频率与概率的差较小的可能性要大些．

活动三：设在 800 次试验中，事件 A 发生了 n 次，则 $\dfrac{n}{800}\approx\dfrac{2\times 25}{30\pi}$，$\pi\approx\dfrac{4\ 000}{3n}$．

数学活动

蒲丰投针试验

1777 年，法国科学家蒲丰（Buffon，1707～1788）提出了一个著名的问题：在平面上画一些平行线，相邻两条平行线之间的距离都是 a，向这个平面上任意投一长度为 l $(l<a)$ 的针，那么针与任一平行线相交的概率是多大？

活动一：做类似的试验．

在平整的地面上用粉笔画一些平行线，相邻两条平行线之间的距离都是 a $(a=30\text{ cm})$，将一根长为 l $(l=25\text{ cm})$ 的筷子投向平行线所在的区域，观察筷子和平行线是否相交．记事件 $A=$“筷子与平行线相交”．

分 8 个小组做投筷子试验，每个小组做 100 次重复试验，记录事件 A 发生的次数，计算事件 A 发生的频率，将结果填入下表．

小组编号	1	2	3	4	5	6	7	8	合计
投掷次数									
A 发生的次数									
A 发生的频率									

活动二：比较结果．

（1）经理论计算，可知 $P(A)=\dfrac{2l}{\pi a}$．将 $a=30\text{ cm}$，$l=25\text{ cm}$ 代入公式中，计算事件 A 的概率 $P(A)$．

（2）用上面每组得到的频率值估计事件 A 的概率，看看它们与 $P(A)$ 的误差分别是多大．

（3）汇总各组试验结果，看看 800 次重复试验得到的频率是否与 $P(A)$ 更接近些．

活动三：求 π 的近似值．

筷子与平行线相交的概率与圆周率 π 有关，用频率作为概率的近似值，借助 $P(A)=\dfrac{2l}{\pi a}$，就可以求得 π 的近似值．根据 800 次试验的结果，求 π 的近似值．

回顾与反思

一、知识结构

随机事件 → 事件的概率 → 合理决策

在等可能的条件下，用列举法求事件的概率

通过做重复试验，用稳定时的频率估计事件的概率

二、总结与反思

大千世界中充满了不确定性，偶然中蕴含着必然规律. 概率是研究随机现象规律性的学科.

1. 在随机试验中，可能发生也可能不发生的事情叫做随机事件. 随机事件的发生具有偶然性，但在大量重复试验中，却呈现出确定的规律. 用一个数值描述事件发生的可能性大小，这个数值就叫做事件的概率.

2. 如果一个试验只有有限个等可能的结果，我们可以直接计算相关事件的概率. 利用表格、树形图列举试验的可能结果，可帮助我们计算概率.

3. 对于大量的随机事件，需要通过重复试验，用频率估计概率. 频率具有稳定性，即当试验次数逐渐增加时，事件发生的频率逐渐稳定到一个常数附近，这个数就是事件的概率，或者说概率是频率的稳定值. 用频率估计概率，得到的只是一个近似值. 试验次数越大，得到较准确的估计值的可能性也越大.

4. (1) 举例说明什么是随机事件.

(2) 事件的频率和概率的关系是什么，主要区别在哪里？

(3) 计算事件的概率的一般步骤是什么？

(4) 举例说明概率在实际中的简单应用.

三、注意事项

在计算简单事件的概率时，要注意试验的所有可能结果是不是等可能的.

在随机试验中，经常用到的“随机抽取”“质地均匀”等词汇，都是为了保证试验结果的等可能性.

教学目标

1.梳理本章的知识，了解知识间的联系，形成知识网络.

2.总结求简单事件概率的方法步骤，进一步理解概率的意义及概率在实际生活中的简单应用.

3.提炼数学思想，了解频率稳定性的意义，理解用频率估计概率的思想.

4.通过回顾与反思，发展学生归纳与概括的能力，促进学生养成良好的学习习惯.

教学建议

可以根据知识结构图，结合复习题设计几组思考题，在学生独立思考的基础上，分组进行交流，并用自己的语言表达.

1.举例说明什么是必然事件，什么是不可能事件，什么是随机事件.

2.概率的意义是什么？事件的频率有哪些特性？频率与概率的关系是什么？频率与概率的主要区别是什么？用频率估计概率，怎样才能估计得较为准确？

3.如何求简单事件的概率？计算概率时应注意什么？

复习题

A 组

1.A 是不可能事件，B，C 都是随机事件.

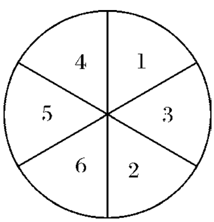
2.(1)错误.(2)错误.
(3)错误.(4)错误.
对每一次试验，必然事件一定发生，必然事件的概率为 1；对每一次试验，不可能事件一定不会发生，不可能事件的概率为 0.

3.(1)指针指向的数字与得到数字的对应关系如下：

指针指向的数字	1	2	3	4	5	6
最后得到的数字	3	4	4	2	4	6

所以，得到偶数的概率为 $\frac{5}{6}$，得到奇数的概率为 $\frac{1}{6}$.

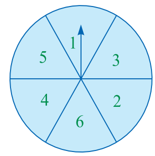
(2)下面的设计满足要求.



复 习 题

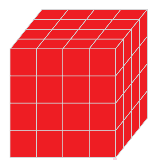
A 组

1. 一个袋子中有 2 个红球，1 个黄球，从中任意取出 2 个球. 在下列事件中，哪些是必然事件，哪些是不可能事件，哪些是随机事件？
$A=$“两球都是黄球”；$B=$“两球都是红球”；$C=$“一个红球一个黄球”.
2. 下列说法正确吗？请说明理由.
(1) 必然事件是发生的可能性很大的事情.
(2) 不可能事件是几乎不可能发生的事情.
(3) 如果一个事件发生的机会达到 99.99%，那么它就是必然事件.
(4) 如果一个事件发生的机会只有百万分之一，那么它就是不可能事件.
3. 如图是一个可以转动的圆盘(指针固定不动)，六个扇形的圆心角相等. 转动圆盘，等它停止后，指针指向几就按顺时针方向走几格，得到一个数字.
(1) 分别求得到数字为偶数和奇数的概率.
(2) 请修改圆盘中的数字，使“得到偶数”与“得到奇数”具有相同的概率.



(第 3 题)

4. 有两个游戏，如果第一个游戏你获胜的概率为 0.8，第二个游戏你获胜的概率为 0.3，那么做第一个游戏你一定能赢吗，做第二个游戏你一定会输吗？
5. 从 10 到 99 这 90 个数中任意选取 1 个数. 求下列事件的概率.
$A=$“取到的是一位数”；　$B=$“取到的是两位数”；
$C=$“取到的是 2 的倍数”；　$D=$“取到的是 5 的倍数”.
6. 把一个正方体木块的表面涂上红色，将该正方体木块分割成 64 个大小相同的小正方体，再将这些小正方体均匀地混合在一起，然后从中任意取出 1 个. 求下列事件的概率.
(1) 取到的小正方体各面都没有红色.
(2) 取到的小正方体一面有红色.
(3) 取到的小正方体两面有红色.
(4) 取到的小正方体三面有红色.



(第 6 题)

4.做第一个游戏不一定赢，做第二个游戏也不一定输.

5.在这 90 个数中，有 0 个一位数，90 个两位数，是 2 的倍数的数有 45 个，是 5 的倍数的数有 18 个，所以，$P(A)=0$，$P(B)=1$，$P(C)=\frac{45}{90}=\frac{1}{2}$，$P(D)=\frac{18}{90}=\frac{1}{5}$.

6.在这 64 个小正方体中，各面都没有红色的有 8 个，恰好一面有红色的有 24 个，恰好两面有红色的有 24 个，恰好三面有红色的有 8 个，所以

(1)P(没有红色)$=\frac{8}{64}=\frac{1}{8}$.(2)$P$(一面红色)$=\frac{24}{64}=\frac{3}{8}$.

(3)P(两面红色)$=\frac{24}{64}=\frac{3}{8}$.(4)$P$(三面红色)$=\frac{8}{64}=\frac{1}{8}$.

7. 两组标有字母的卡片各 7 张．第一组标的字母分别为 C，H，I，N，E，S，E；第二组标的字母分别为 E，N，G，L，I，S，H．从两组卡片中各任取 1 张，得到两个字母．

(1) 求两个字母相同的概率．

(2) 求两个字母都是元音字母的概率．

B 组

1. 从你所在班里任选一名同学当值日组长．

(1) 采用什么办法才能保证每名同学都有同样的机会被选到？

(2) 小明说，任选一名同学，选到的不是男生就是女生，所以“选到男生”和“选到女生”的概率各是$\frac{1}{2}$．你同意这个说法吗？为什么？

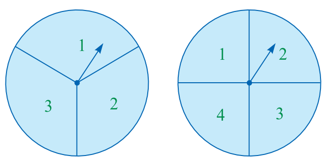
2. 为了估计一批产品的次品率，小明任意抽查了 10 件产品，发现有 1 件次品，他估计次品率为 10%．小刚任意抽查了 100 件产品，发现有 4 件次品，他估计次品率为 4%．哪个结果更可信？为什么？

3. 甲、乙两个工厂生产同一型号的家用电器，甲厂产品的合格率为 95%，乙厂产品的合格率为 99%．如果价格和其他方面都相同，你愿意购买哪个工厂的产品？为什么？

4. 从长分别为 1，2，3，4，5，6 的六条线段中任意选择三条，事件 A 表示“这三条线段能构成三角形”．计算事件 A 的概率．

5. 对四选一的选择题，即使不会解题，完全凭猜也有$\frac{1}{4}$的概率得到正确答案．为了防止乱猜，现制订评分标准为：答案正确得 3 分，答案错误扣 1 分(得－1 分)．做 100 道选择题，完全凭猜测，大约能得多少分？

6. 如图是两个可以转动的圆盘(指针固定不动，两圆中扇形的圆心角分别相等)，同时转动两个圆盘，等它们停下时，圆盘(1)和(2)上的指针分别指向一个数．设 A= “两数之和为奇数”，B= “两数之和为偶数”．画树形图求事件 A 和 B 的概率．



(1)　　(2)

(第 6 题)

7. 从两组卡片中各取一张，可以组合成 7×7=49 种等可能的结果．

(1) 两个字母相同的结果为 HH，II，NN，EE，SS，EE．

P(两个字母相同)$=\frac{6}{49}$.

(2) 两个字母都是元音字母的结果为 IE，II，EE，EI，EE，EI．

P(两个元音字母)$=\frac{6}{49}$.

B 组

1.(1) 将每个人的姓名分别写在大小相同的卡片上，充分混匀后，从中任意抽取一张，姓名在卡片上的学生被选中．

(2) 小明的说法不正确．因为“选到男生”的概率等于男生的人数与总人数的比值；“选到女生”的概率等于女生的人数与总人数的比值．所以当班内男生与女生的人数不同时，“选到男生”和“选到女生”的概率不相等．

2. 4%的结果更可信．根据频率的稳定性，当抽查的产品件数较多时，用频率估计概率的结果更可信．

3. 愿意购买乙厂生产的产品．因为乙厂产品的合格率高，任意购买一件，买到合格品的概率要大些．

4. 从 6 条线段中任取 3 条，所有可能结果有 20 种．列举如下：123，124，125，126，134，135，136，145，146，156，234，235，236，245，246，256，345，346，356，456．

三条线段能构成三角形的条件是较短的两条线段的长之和大于第三条线段的长．所以，能构成三角形的结果是：234，245，256，345，346，356，456．因此 $P(A)=\frac{7}{20}$.

5. 根据频率与概率的关系，100 道题大约猜对 25 题，猜错 75 题，大约能得 25×3－75×1=0(分)．

6.共有 $3\times4=12$ 种等可能的结果,树形图如下:

圆盘(1) 圆盘(2) 和 奇偶性

1
- 1……2……偶
- 2……3……奇
- 3……4……偶
- 4……5……奇

2
- 1……3……奇
- 2……4……偶
- 3……5……奇
- 4……6……偶

3
- 1……4……偶
- 2……5……奇
- 3……6……偶
- 4……7……奇

"和是奇数""和是偶数"各有 6 种可能结果,所以 $P(A)=\frac{1}{2}$,$P(B)=\frac{1}{2}$.

C 组

1.P(摸到黄球)$=\frac{1}{4}$,

P(摸到红球)$=\frac{3}{4}$.

(1)因为 $\frac{1}{4}\times4\neq\frac{3}{4}\times1$,所以游戏不公平.

(2)根据频率和概率的关系,玩 400 次这样的游戏,大约有 100 次摸到黄球,大约有 300 次摸到红球,所以,小明大约得 400 分,小强大约得 300 分.

(3)修改得分标准为:摸到黄球,小明得 3 分;摸到红球,小强得 1 分.在这个标准下,游戏是公平的.

2.略.

C 组

1. 小明和小强玩一种游戏:从装有 3 个红球和 1 个黄球的袋子中,任意摸出一个球. 如果摸到黄球,小明得 4 分;如果摸到红球,小强得 1 分.

(1) 你认为这个游戏公平吗? 为什么?

(2) 假设玩这个游戏 400 次,小明大约可得多少分,小强大约可得多少分?

(3) 如果你认为游戏不公平,那么怎样修改得分标准才公平?

2. 和同学合作,做抛掷图钉的试验,分别抛掷 10 次、20 次、…、200 次图钉,记录每一次试验中钉尖触地的次数,计算"钉尖触地"发生的频率,画折线统计图表示频率的变化情况.

试验次数	10	20	40	80	120	160	200
钉尖触地次数							
钉尖触地频率							

随着试验次数的增加,"钉尖触地"发生的频率是否趋于稳定?如果稳定,稳定到什么数附近?由此估计"钉尖触地"的概率.