

第二十二章 四 边 形

22.1 平行四边形的性质(一)

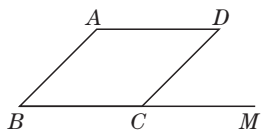
• 知识 点拨

1. 平行四边形对边平行且相等, 对角相等, 邻角互补.
2. 平行四边形是中心对称图形, 对称中心是两条对角线的交点.
3. 由定义可知, 两组对边分别平行的四边形是平行四边形.

• 知识与技能

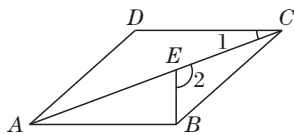
1. 填空题.

- (1) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, M 是 BC 延长线上的一点. 若 $\angle A = 135^\circ$, 则 $\angle MCD$ 的度数为_____.



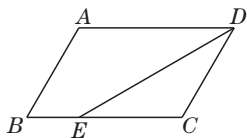
第 1(1)题

- (2) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $BE \perp AB$ 交对角线 AC 于点 E . 若 $\angle 1 = 20^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为_____.



第 1(2)题

- (3) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, DE 平分 $\angle ADC$, $AD = 6$, $BE = 2$, 则 $\square ABCD$ 的周长为_____.

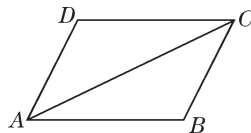


第 1(3)题

- (4) 在 $\square ABCD$ 中, 若 $\angle B + \angle D = 128^\circ$, 则

$\angle C =$ _____, $\angle D =$ _____.

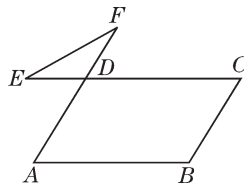
- (5) 如图, $\square ABCD$ 的周长是 8 cm, $\triangle ABC$ 的周长是 7 cm, 则 $AC =$ _____.



第 1(5)题

2. 选择题.

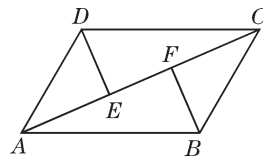
- (1) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle B = 120^\circ$, 延长 AD 至点 F , 延长 CD 至点 E , 连接 EF , 则 $\angle E + \angle F$ 的度数为 ()



第 2(1)题

- A. 120° B. 30° C. 50° D. 60°

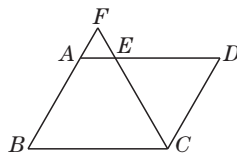
- (2) 如图, E, F 是 $\square ABCD$ 的对角线 AC 上的两点, 且 $AE = CF$, 连接 DE, BF , 则图中全等三角形的对数是 ()



第 2(2)题

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

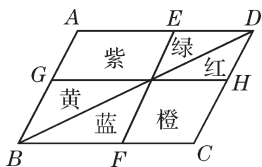
- (3) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 8$, $\angle BCD$ 的平分线交 AD 于点 E , 交 BA 的延长线于点 F , 则 $AE + AF$ 的值为 ()



第 2(3)题

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

(4)如图,某广场上有一个形状是平行四边形的花坛.花坛分别种有红、绿、橙、紫、黄、蓝等6种颜色的花.如果 $AB \parallel EF \parallel DC$, $BC \parallel GH \parallel AD$,那么下列说法中,错误的是 ()

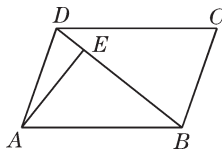


第 2(4)题

- A. 红花、绿花种植面积一定相等
B. 紫花、橙花种植面积一定相等
C. 红花、蓝花种植面积一定相等
D. 蓝花、黄花种植面积一定相等

(5)如图,在 $\square ABCD$ 中, $BD = CD$, $\angle C = 70^\circ$, $AE \perp BD$ 于点 E ,则 $\angle DAE$ 的度数为

()

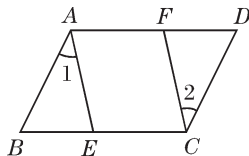


第 2(5)题

- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

3. 已知:如图,四边形 $ABCD$ 是平行四边形, E, F 分别是 BC, AD 上的点, $\angle 1 = \angle 2$.

求证: $AF = CE$.

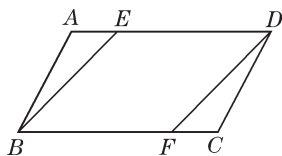


第 3 题

• 数学思考

4. 已知:如图,在 $\square ABCD$ 中,点 E, F 分别在 AD, BC 上,且 $AE = CF$.

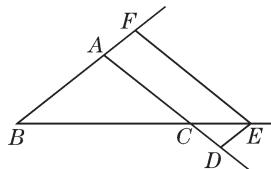
求证: $BE = DF$.



第 4 题

5. 已知:如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D, E, F 分别是 AC, BC, BA 延长线上的点,四边形 $ADEF$ 为平行四边形.

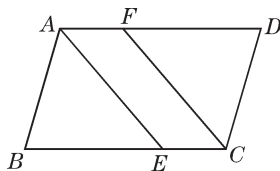
求证: $AD = BF$.



第 5 题

6. 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 分别是 BC, AD 上的点, $AE \parallel CF$.

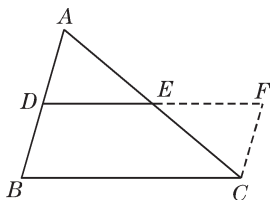
求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$.



第 6 题

• 解决问题

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$. 现把 $\triangle ADE$ 绕着点 E 顺时针旋转 180° 得到 $\triangle CFE$. 试判断四边形 $DBCF$ 是怎样的四边形. 证明你的结论.



第 7 题

22.1 平行四边形的性质(二)

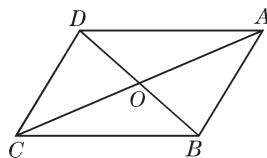
• 知识点拨

1. 平行四边形的对角线互相平分.
2. 平行四边形两条对角线分成的四个三角形的面积相等.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 如图, O 是 $\square ABCD$ 的对角线的交点, $AC = 19$ cm, $BD = 12$ cm, $AD = 13.5$ cm, 那么 $\triangle OBC$ 的周长是 _____ cm.



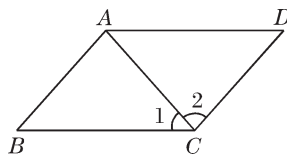
第 1(1) 题

(2) 平行四边形的周长是 40 cm, 它的相邻两边之和是 _____ cm, 它的每条对角线的长必须小于 _____ cm.

(3) 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , $AC = 6$, $BD = 4$, 则 AB 的取值范围是 _____.

(4) $\square ABCD$ 的周长是 30, AC, BD 相交于点 O , $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3, 则 $AB =$ _____.

(5) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle 1 = \angle B = 48^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____.



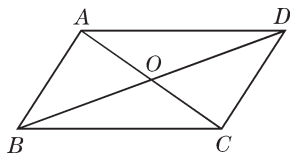
第 1(5) 题

2. 选择题.

(1) 平行四边形相邻两边长分别为 6 和 8, 那么其对角线应 ()

- A. 大于 2 B. 小于 14
C. 大于 2 且小于 14 D. 大于 2 或小于 12

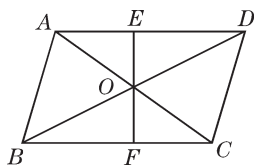
(2) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 下列式子中一定成立的是 ()



第 2(2) 题

- A. $AC \perp BD$ B. $OA = OC$
C. $AC = BD$ D. $AO = OD$

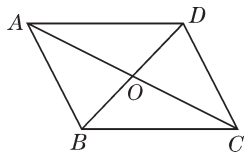
(3) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , EF 过点 O , 与 AD, BC 分别相交于点 E, F . 若 $AB = 4, BC = 5, OE = 1.5$, 则四边形 $EFCD$ 的周长为 ()



第 2(3) 题

- A. 16 B. 14 C. 12 D. 10

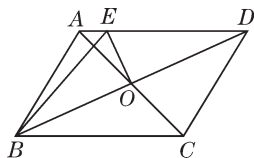
(4) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , $AB = 5$, $\triangle OCD$ 的周长为 23, 则 $\square ABCD$ 的两条对角线长的和是 ()



第 2(4) 题

- A. 18 B. 28 C. 36 D. 46

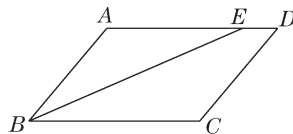
(5) 如图, 在周长为 20 cm 的 $\square ABCD$ 中, $AB \neq AD$, AC, BD 相交于点 O , $OE \perp BD$ 交 AD 于点 E , 则 $\triangle ABE$ 的周长为 ()



第 2(5) 题

- A. 4 cm B. 6 cm C. 8 cm D. 10 cm

3. 已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, BE 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于点 E .



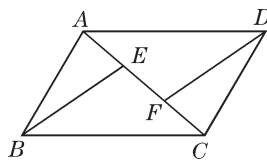
第 3 题

(1) 若 $\angle AEB = 25^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数.

(2) 若 $AE = 5$ cm, 求 CD 的长.

• 数学思考

4. 如图, E, F 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的点, $CE = AF$.

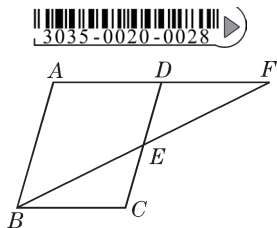


第 4 题

(1) 请你猜想 BE 与 DF 有怎样的位置关系和数量关系, 并对你的猜想加以说明.

(2) 当点 E 落在 CA 的延长线上, 点 F 落在 AC 的延长线上时, (1) 中的结论还成立吗? 请说明你的理由.

5. 已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, E 为 CD 的中点, 连接 BE 并延长交 AD 的延长线于点 F .



第 5 题

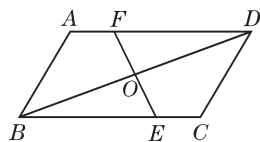
(1) 请说明 E 也为 BF 的中点.

(2) 若使 $\angle F = \angle ABF$, $\square ABCD$ 的边长之间还需添加一个什么条件? 请你补上这个条件, 并进行说明. (不添加辅助线)

• 解决问题

6. 已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD$, $AD = BC$, 点 E, F 分别在 BC 和 AD 边上, $AF = CE$, EF 和对角线 BD 相交于点 O .

求证: O 是 BD 的中点.



第 6 题

22.2 平行四边形的判定(一)

• 知识点拨

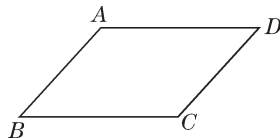
平行四边形的判定方法:

1. 两组对边分别平行的四边形是平行四边形.
2. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

• 知识与技能

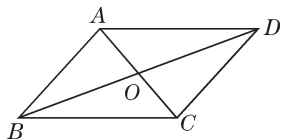
1. 填空题.

(1) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 请你添加一个条件, 使得四边形 $ABCD$ 成为平行四边形, 你添加的条件是_____.



第 1(1)题

(2) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, AC , BD 相交于点 O . 若 $AC = 6$, 则线段 AO 的长等于_____.



第 1(2) 题

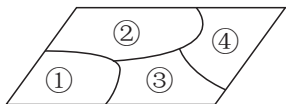
(3) 已知在直角坐标系中有四个点 $O(0, 0)$, $A(3, 0)$, $B(1, 1)$, $C(x, 1)$, 若以 O, A, B, C 为顶点的四边形是平行四边形, 则 $x =$ _____.

2. 选择题.

(1) 在平面直角坐标系中, 以 $(0, 0)$, $(5, 0)$, $(2, 3)$ 为顶点作平行四边形, 第四个顶点不在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

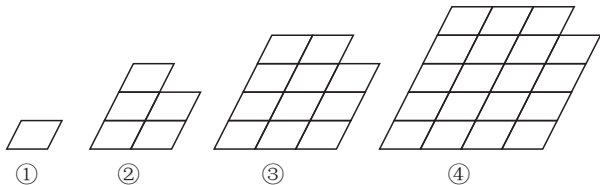
(2) 小敏不慎将一块平行四边形玻璃打碎成如图所示的四块, 为了能在商店配到一块与原来相同的平行四边形玻璃, 她带了两块碎玻璃, 其编号应该是 ()



第 2(2) 题

- A. ①② B. ①④
C. ③④ D. ②③

(3) 下面图形都是由同样大小的平行四边形按一定的规律组成的. 其中, 图形①一共有 1 个平行四边形, 图形②一共有 5 个平行四边形, 图形③一共有 11 个平行四边形……则图形⑥中平行四边形的个数为 ()



第 2(3) 题

- A. 55 B. 45 C. 29 D. 41

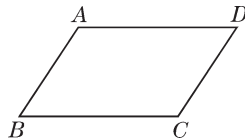
3. 如图, 请在下列四个关系中, 选出两个恰当的关系作为条件, 推出四边形 $ABCD$ 是平行四

边形, 并予以证明. (写出一种即可)

- ① $AD \parallel BC$; ② $AB = CD$; ③ $\angle A = \angle C$;
④ $\angle B + \angle C = 180^\circ$.

已知: 在四边形 $ABCD$ 中, _____,
_____.

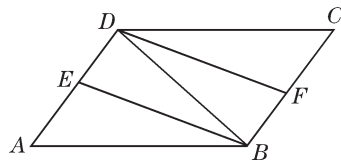
求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



第 3 题

4. 已知: 如图, BD 是 $\square ABCD$ 的对角线, $\angle ABD$ 的平分线 BE 交 AD 于点 E , $\angle CDB$ 的平分线 DF 交 BC 于点 F .

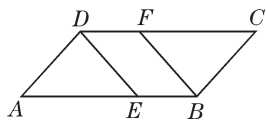
求证: 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.



第 4 题

• 数学思考

5. 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在 AB 上, 点 F 在 CD 上, 且 $AE=CF$.

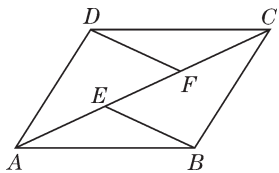


第 5 题

(1) 求证: 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

(2) 连接 BD , 写出图中所有的全等三角形.
(不要求证明)

6. 已知: 如图, E, F 是四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的两点, $AF=CE$, $DF=BE$, $DF \parallel BE$.



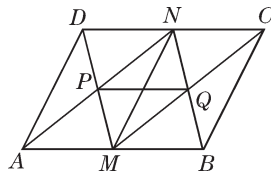
第 6 题

(1) 求证: $\triangle AFD \cong \triangle CEB$.

(2) 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

• 解决问题

7. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, M, N 分别是 AB, CD 的中点, AN 和 DM 相交于点 P , BN 和 CM 相交于点 Q .



第 7 题

(1) 判断图中有几个平行四边形, 并试着说明理由.

(2) 试说明 PQ 与 MN 互相平分.

22.2 平行四边形的判定(二)

• 知识点拨

平行四边形的判定方法:

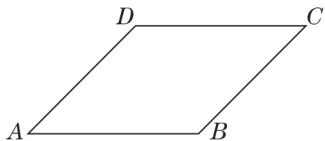
1. 两组对边分别平行的四边形是平行四边形.
2. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形.
3. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.
4. 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

• 知识与技能

1. 填空题.

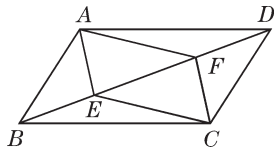
(1) A, B, C 是平面内不在同一条直线上的三个点, D 是平面内任意一点. 若 A, B, C, D 四点恰能构成一个平行四边形, 则在平面内符合这样条件的点 D 有 _____ 个.

(2) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB = CD$, 请你添加一个条件, 使四边形 $ABCD$ 成为平行四边形, 你添加的条件是 _____. (写出一个即可, 图形中不添加辅助线)



第 1(2)题

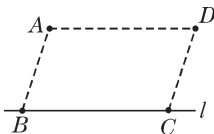
(3) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 为对角线上的两点, 要使四边形 $AECF$ 为平行四边形, 在不连接其他线段的前提下, 还需添加一个条件是 _____.



第 1(3)题

2. 选择题.

(1) 如图, A 是直线 l 外一点, 在 l 上取两点 B, C , 分别以点 A, C 为圆心, BC, AB 的长为半径画弧, 两弧交于点 D , 分别连接

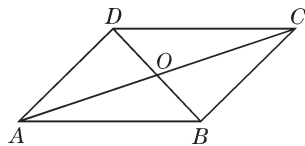


第 2(1)题

AB, AD, CD , 则四边形 $ABCD$ 一定是 ()

- A. 平行四边形 B. 长方形
C. 正方形 D. 梯形

(2) 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是 ()

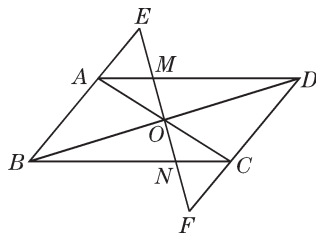


第 2(2)题

- A. $AB \parallel DC, AD \parallel BC$
B. $AB = DC, AD = BC$
C. $AO = CO, BO = DO$
D. $AB \parallel DC, AD = BC$

(3) 如图, 在 $\square ABCD$ 中 ($AB \neq BC$), 直线 EF 经过其对角线的交点 O , 且分别交 AD, BC 于点 M, N , 交 BA, DC 的延长线于点 E, F . 下列结论中, 正确的是 ()

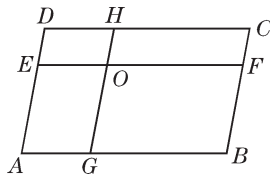
① $AO = BO$; ② $OE = OF$; ③ $\triangle EAM \cong \triangle EBN$; ④ $\triangle EAO \cong \triangle FCO$.



第 2(3)题

- A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ③④

(4) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $EF \parallel AB, GH \parallel AD$, EF 与 GH 相交于点 O , 则图中的平行四边形的个数是 ()

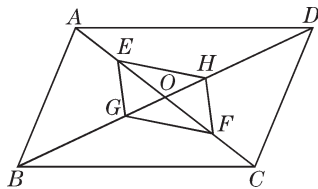


第 2(4)题

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 11

3. 已知：如图， $\square ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ，点 E ， F 在 AC 上，点 G ， H 在 BD 上， $AF=CE$ ， $BH=DG$ 。

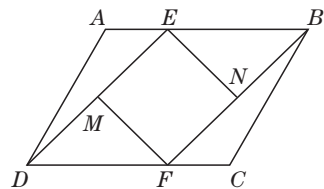
求证： $GF \parallel HE$ 。



第 3 题

5. 已知：如图，在 $\square ABCD$ 中， $AE=CF$ ， M ， N 分别是 DE ， BF 的中点。

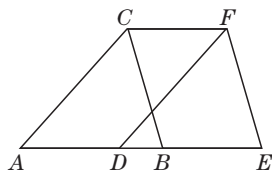
求证：四边形 $MFNE$ 是平行四边形。



第 5 题

• 数学思考

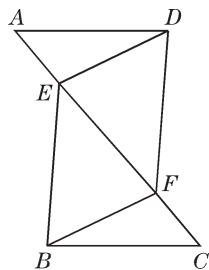
4. 如图，点 A ， D ， B ， E 在同一条直线上， $AD=BE$ ， $AC=DF$ ， $AC \parallel DF$ 。请从图中找出一个与 $\angle E$ 相等的角，并加以证明。（不再添加其他的字母和线段）



第 4 题

6. 已知：如图， $BE \parallel DF$ ， $\angle ADF = \angle CBE$ ， $AF=CE$ 。

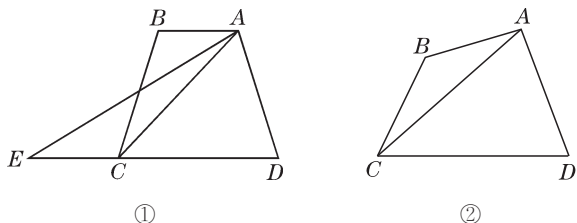
四边形 $DEBF$ 是平行四边形吗？为什么？



第 6 题

• 解决问题

7. 如果一条直线把一个平面图形的面积分成相等的两部分, 我们就把这条直线称为这个平面图形的一条面积等分线. 如平行四边形的一条对角线所在的直线就是平行四边形的一条面积等分线.



第 7 题

(1) 三角形的中线、高线、角平分线分别所在的直线一定是三角形的面积等分线的有_____.

(2) 如图①, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, 如果延长 DC 到点 E , 使 $CE = AB$, 连接 AE , 那么有 $S_{\text{梯形 } ABCD} = S_{\triangle AED}$. 请你给出这个结论成立的理由, 并过点 A 作出梯形 $ABCD$ 的面积等分线. (不写作法, 保留作图痕迹)

(3) 如图②, 在四边形 $ABCD$ 中, AB 与 CD 不平行, $S_{\triangle ADC} > S_{\triangle ABC}$, 过点 A 能否作出四边形 $ABCD$ 的面积等分线? 若能, 请画出面积等分线, 并给出证明; 若不能, 说明理由.

22.3 三角形的中位线

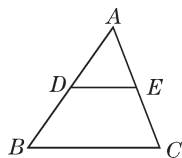
• 知识点拨

1. 连接三角形两边中点的线段, 叫做三角形的中位线, 三角形有三条中位线.
2. 三角形中位线定理: 三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.
3. 一个三角形的三条中位线把原三角形分成四个全等的三角形.

• 知识与技能

1. 填空题.

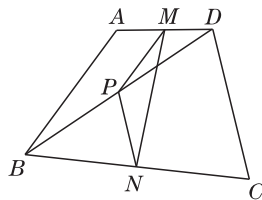
(1) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 AB, AC 的中点, $DE = 4$, 则 $BC =$ _____.



第 1(1) 题

(2) 已知三角形的三边长分别是 4, 5, 6, 则它的三条中位线围成的三角形的周长是_____.

(3) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD$, M, N, P 分别是 AD, BC, BD 的中点, $\angle ABD = 20^\circ$, $\angle BDC = 70^\circ$, 则 $\angle MPN =$ _____.

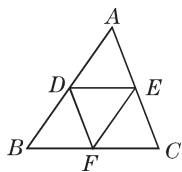


第 1(3) 题

(4) 任意四边形各边中点的连线所组成的四边形是_____.

2. 选择题.

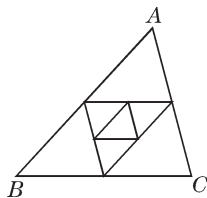
(1) 如图, D, E, F 分别是 $\triangle ABC$ 三边的中点, 且 $S_{\triangle DEF} = 3$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于 ()



第 2(1)题

- A. 6 B. 9 C. 12 D. 15

(2)如图, $\triangle ABC$ 三边长分别为 a, b, c , 它的三条中位线组成一个新三角形, 这个新三角形的三条中位线又组成一个小三角形, 那么这个小三角形的周长为 ()

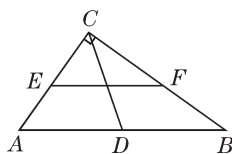


第 2(2)题

- A. $\frac{1}{2}(a+b+c)$ B. $\frac{1}{4}(a+b+c)$
C. $\frac{1}{3}(a+b+c)$ D. $a+b+c$

3. 已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, EF 是中位线, CD 是斜边 AB 上的中线.

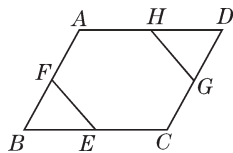
求证: $EF = CD$.



第 3 题

4. 已知: 如图, E, F, G, H 分别是 $\square ABCD$ 的边 BC, AB, CD, DA 的中点.

求证: $\triangle BEF \cong \triangle DHG$.

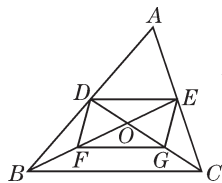


第 4 题

• 数学思考

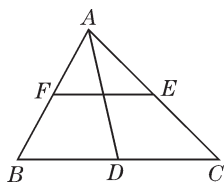
5. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 中线 BE , CD 相交于点 O , F, G 分别是 OB, OC 的中点.

求证: 四边形 $DFGE$ 是平行四边形.



第 5 题

6. 如图, EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线, AD 为 BC 边上的中线.



第 6 题

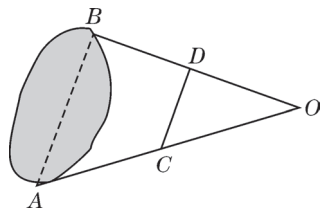
(1) 请从点 A, B, C, D, E, F 中选出四个点, 使以这四个点为顶点的四边形为平行四边形.
(要求至少找出三个平行四边形)

(2) 请在(1)中选择一个平行四边形, 说明它是平行四边形的理由.

(3) 请说明 AD 和 EF 相互平分的理由.

• 解决问题

7. 如图, 小明想用皮尺测量池塘上 A, B 两点间的距离, 但现有皮尺无法直接测量. 请根据所学知识并参考图中所示方法帮助小明测量 A, B 两点间的距离.

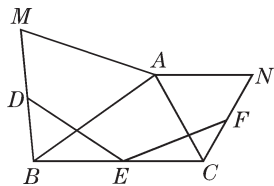


第 7 题

8. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 是锐角三角形, 分别以 AB, AC 为边向外侧作两个等边三角形 $\triangle ABM$ 和 $\triangle CAN$. D, E, F 分别是 MB, BC, CN 的中点, 连接 DE, FE .



求证: $DE = EF$.



第 8 题

22.4 矩形 (一)

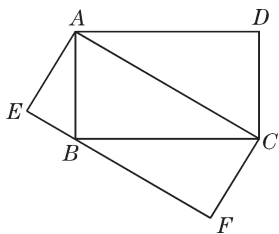
• 知识点拨

1. 有一个角是直角的平行四边形叫做矩形.
2. 矩形是特殊的平行四边形, 它的对边相等, 对角相等.
3. 矩形的四个内角都是 90° , 它的对角线不仅互相平分而且相等.
4. 从图形变换角度来看, 矩形既是中心对称图形, 又是轴对称图形.

• 知识与技能

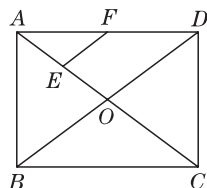
1. 填空题.

(1) 如图, 四边形 $ABCD$ 和四边形 $AEFC$ 是两个矩形, 点 B 在 EF 边上. 若矩形 $ABCD$ 和矩形 $AEFC$ 的面积分别是 S_1, S_2 , 则 S_1, S_2 的大小关系是_____.



第 1(1)题

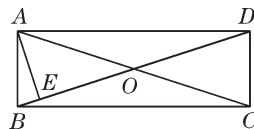
(2) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , E, F 分别是 AO, AD 的中点. 若 $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, 则 $\triangle AEF$ 的周长 = _____ cm.



第 1(2)题

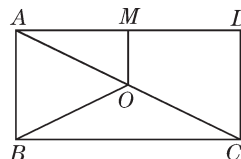
(3) 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , $AE \perp BD$, 垂足为 E . 若 $\angle DAE = 4\angle BAE$, 则

$\angle EAC =$ _____.



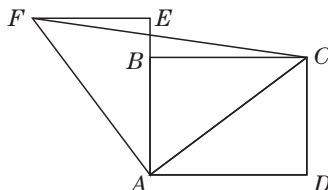
第 1(3)题

(4) 如图, O 是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 的中点, M 是 AD 的中点. 若 $AB = 5$, $AD = 12$, 则四边形 $ABOM$ 的周长为_____.



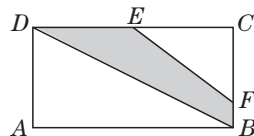
第 1(4)题

(5) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 4$, $DC = 3$, 将 $\triangle ADC$ 按逆时针方向绕点 A 旋转到 $\triangle AEF$ (点 A, B, E 在同一条直线上) 的位置, 连接 CF , 则 $CF =$ _____.



第 1(5)题

(6) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$ cm, $BC = 4$ cm, E 是 DC 的中点, $BF = \frac{1}{4}BC$, 则四边形 $DBFE$ 的面积为 _____ cm^2 .



第 1(6)题

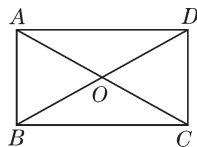
2. 选择题.

(1) 矩形具有而一般平行四边形不一定具有的特征是 ()

- A. 对边相等
- B. 对角相等
- C. 对角线相等
- D. 对角线互相平分

(2)如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB < BC$, AC , BD 相交于点 O , 则图中等腰三角形的个数是

()

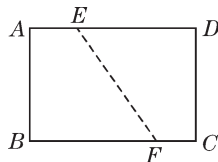


第 2(2)题

- A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

(3)如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 8$. 若将矩形折叠,使点 B 与点 D 重合,则折痕 EF 的长为

()

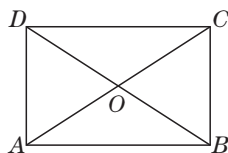


第 2(3)题

- A. $\frac{15}{2}$ B. $\frac{15}{4}$ C. 5 D. 6

(4)如图,在矩形 $ABCD$ 中,对角线 AC , BD 相交于点 O , 以下说法中错误的是

()

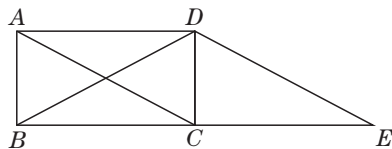


第 2(4)题

- A. $\angle ABC = 90^\circ$ B. $AC = BD$
C. $OA = OB$ D. $OA = AD$

(5)如图, AC , BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线, 过点 D 作 $DE \parallel AC$ 交 BC 的延长线于点 E , 则图中与 $\triangle ABC$ 全等的三角形共有

()

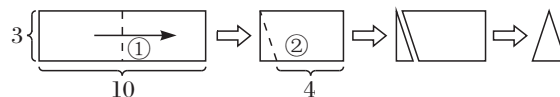


第 2(5)题

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

(6)如图,如果将矩形纸沿虚线①对折后,再沿虚线②剪开,剪出一个直角三角形,展开后得到一个等腰三角形,则展开后三角形的周长是

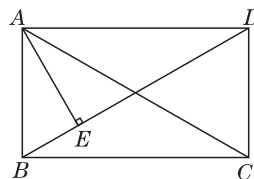
()



第 2(6)题

- A. $2 + \sqrt{10}$ B. $2 + 2\sqrt{10}$
C. 12 D. 18

3. 如图,已知在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2$ cm, $BD = 4$ cm, $AE \perp BD$, E 是垂足.



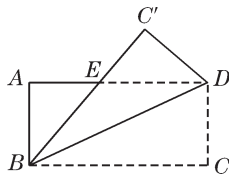
第 3 题

(1) $\triangle ABC$ 是什么三角形? 请说明理由.

(2)求 AC , BE 的长.

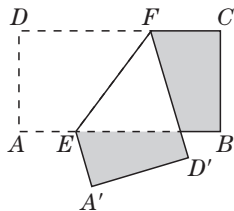
• 数学思考

4. (1)如图,将矩形纸片沿对角线 BD 折叠,使点 C 落在点 C' 处, BC' 交 AD 于点 E . 若 $\angle EBD = 25^\circ$, 求 $\angle C'DE$ 的度数.



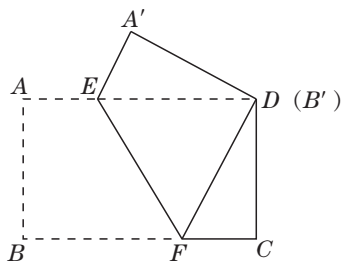
第 4(1)题

(2)如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 12$ cm, $BC = 6$ cm, 点 E, F 分别在 AB, CD 上. 将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠,使点 A, D 分别落在矩形 $ABCD$ 外部的点 A', D' 处,则整个阴影部分图形的周长为 _____ cm.



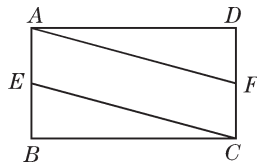
第 4(2)题

(3)把一张矩形纸片(矩形 $ABCD$)按如图所示的方式折叠,使点 B 和点 D 重合,折痕为 EF . 若 $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm, 则重叠部分 $\triangle DEF$ 的面积为 _____ cm^2 .



第 4(3)题

5. 已知:如图,在矩形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, CD 的中点,连接 AF, CE .



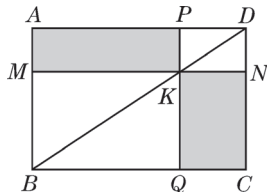
第 5 题

(1)求证: $\triangle BEC \cong \triangle DFA$.

(2)求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

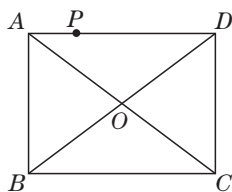
• 解决问题

6. (1)如图,过矩形 $ABCD$ 的对角线 BD 上的一点 K 分别作矩形两边的平行线 MN 与 PQ , 那么图中矩形 $AMKP$ 的面积 S_1 与矩形 $QCNK$ 的面积 S_2 的大小关系是怎样的? 请说明理由.



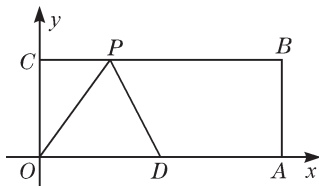
第 6(1)题

(2)如图, P 是矩形 $ABCD$ 的边 AD 上的一动点, 矩形的两条边 AB , BC 的长分别是 6 和 8. 当点 P 在 AD 上移动时, 它到矩形的两条对角线 AC 和 BD 的距离之和变化吗? 请说明理由.



第 6(2)题

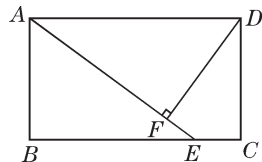
7. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的顶点 A , C 的坐标分别为 $(10, 0)$, $(0, 4)$, D 是 OA 的中点, 点 P 在 BC 上运动. 当 $\triangle ODP$ 是腰长为 5 的等腰三角形时, 求点 P 的坐标.



第 7 题

8. 已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 BC 上一点, $AE=AD$, $DF \perp AE$, 垂足为 F .

求证: $DF=DC$.



第 8 题

22.4 矩 形 (二)

• 知识点拨

矩形的判定方法:

1. 有一个角是直角的平行四边形是矩形.
2. 对角线相等的平行四边形是矩形.
3. 有三个角是直角的四边形是矩形.

• 知识与技能

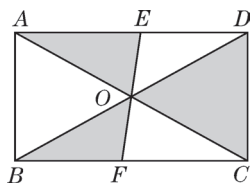
1. 填空题.

(1)在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 且 $AB = CD$, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , 若不增加任何字母与辅助线, 要使四边形 $ABCD$ 为矩形, 还需增加的一个条件是_____.

(2)在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $\angle AOB = 2\angle BOC$. 若 $AC = 6 \text{ cm}$, 则 $AD =$ _____.

(3)如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O , 过点 O 的直线分别交 AD 和 BC 于

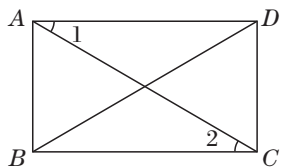
点 E, F , $AB=2$, $BC=3$, 则图中阴影部分的面积为_____.



第 1(3)题

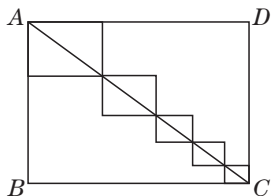
(4)如图, 已知平行四边形 $ABCD$, 下列条件中能说明平行四边形 $ABCD$ 是矩形的有_____. (只填序号)

① $AC = BD$; ② $AB = AD$; ③ $\angle 1 = \angle 2$; ④ $AB \perp BC$.



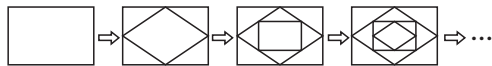
第 1(4)题

(5)如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 $AC = 10$, $BC = 8$, 则图中五个小矩形的周长之和为_____.



第 1(5)题

(6)如图, 依次连接第一个矩形各边的中点得到一个菱形, 再依次连接菱形各边的中点得到第二个矩形, 按照此方法继续下去. 已知第一个矩形的面积为 1, 则第 n 个矩形的面积为_____.



第 1(6)题

2. 选择题.

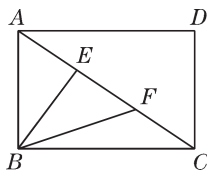
(1)具备下列条件的四边形中, 不能断定四边形是矩形的是 ()

- A. 三个角都是直角
- B. 四个角都相等

C. 对角线相等的平行四边形

D. 对角线垂直且相等

(2)如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=20$, $AD=30$, 点 E, F 三等分 AC , 则 $\triangle ABE$ 的面积是 ()



第 2(2)题

- A. 60
- B. 100
- C. 150
- D. 200

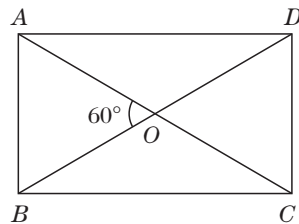
(3)在 $\square ABCD$ 中, 增加下列条件中的一个, 就能断定它是矩形的是 ()

- A. $\angle A + \angle C = 180^\circ$
- B. $AB = BC$
- C. $AC \perp BD$
- D. $AC = 2AB$

(4)下列关于矩形的说法中, 正确的是 ()

- A. 对角线相等的四边形是矩形
- B. 对角线互相平分的四边形是矩形
- C. 矩形的对角线互相垂直且平分
- D. 矩形的对角线相等且互相平分

(5)如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O . 已知 $\angle AOB = 60^\circ$, $AC = 16$, 则图中长度为 8 的线段有 ()

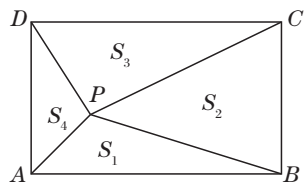


第 2(5)题

- A. 2 条
- B. 4 条
- C. 5 条
- D. 6 条

(6)如图, P 是矩形 $ABCD$ 内的任意一点, 连接 PA, PB, PC, PD , 得到 $\triangle PAB, \triangle PBC, \triangle PCD, \triangle PDA$, 设它们的面积分别是 S_1, S_2, S_3, S_4 , 则下列结论中正确的是 ()

- ① $S_1 + S_2 = S_3 + S_4$;
- ② $S_2 + S_4 = S_1 + S_3$;
- ③ 若 $S_3 = 2S_1$, 则 $S_4 = 2S_2$;
- ④ 若 $S_1 = S_2$, 则点 P 在矩形的对角线上.

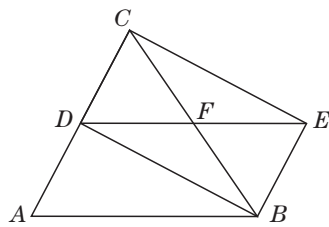


第 2(6) 题

- A. ②④ B. ②③ C. ①② D. ①④

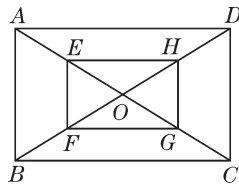
3. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， BD 平分 $\angle ABC$ 。四边形 $ABED$ 是平行四边形， DE 交 BC 于点 F ，连接 CE 。

求证：四边形 $BECD$ 是矩形。



第 3 题

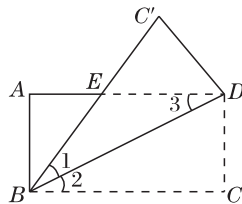
4. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ， E ， F ， G ， H 分别是 OA ， OB ， OC ， OD 的中点，顺次连接点 E ， F ， G ， H 所得的四边形 $EFGH$ 是矩形吗？说明理由。



第 4 题

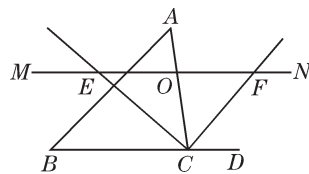
• 数学思考

5. 如图，将矩形 $ABCD$ 沿着直线 BD 折叠，使点 C 落在点 C' 处， BC' 交 AD 于点 E ， $AD = 8$ ， $AB = 4$ ，求 $\triangle BED$ 的面积。



第 5 题

6. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， O 是边 AC 上的一个动点，过点 O 作直线 $MN \parallel BC$ 。设 MN 交 $\angle ACB$ 的平分线于点 E ，交 $\angle ACB$ 的外角平分线于点 F 。



第 6 题

(1) 求证： $OE = OF$ 。

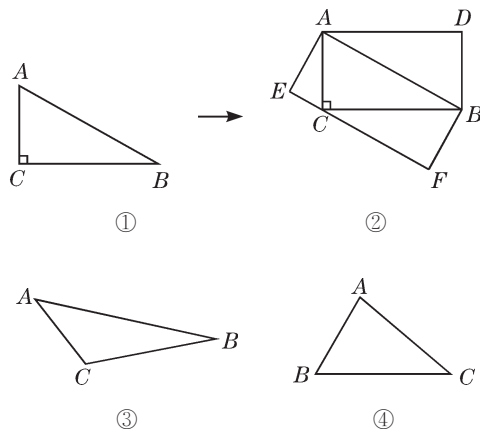
(2)若 $CE=12$, $CF=5$, 求 OC 的长.

(3)当点 O 在边 AC 上运动到什么位置时, 四边形 $AECF$ 是矩形? 请说明理由.

• 解决问题

7. 阅读下面短文, 回答问题.

如图①, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle C = 90^\circ$, 现将 $\triangle ABC$ 补成矩形, 使 $\triangle ABC$ 的两个顶点为矩形一边的两个端点, 第三个顶点落在矩形这一边的对边上, 那么符合要求的矩形可以画出两个: 矩形 $ACBD$ 和矩形 $AEFB$ (如图②).



第 7 题

(1)设图②中矩形 $ACBD$ 和矩形 $AEFB$ 的面积分别为 S_1 , S_2 , 则 S_1 _____ S_2 . (填“>”“=”或“<”)

(2)如图③, $\triangle ABC$ 是钝角三角形, 按短文中的要求把它补成矩形, 那么符合要求的矩形可以画出 _____ 个, 利用图③把它画出来.

(3)如图④, $\triangle ABC$ 是锐角三角形且三边满足 $BC > AC > AB$, 按短文中的要求把它补成矩形, 那么符合要求的矩形可以画出 _____ 个, 利用图④把它画出来.

22.5 菱形 (一)

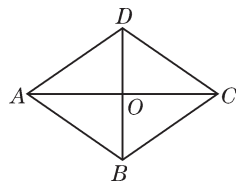
• 知识点拨

1. 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.
2. 菱形既是中心对称图形, 也是轴对称图形.
3. 菱形的四条边都相等; 对角线不仅互相平分, 而且互相垂直; 每一条对角线都平分一组对角.

• 知识与技能

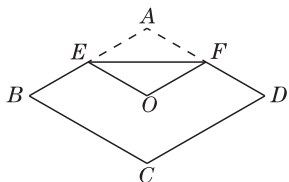
1. 填空题.

(1)如图, 菱形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 O . 若 $AC=6$, $BD=4$, 则菱形 $ABCD$ 的周长是 _____.



第 1(1)题

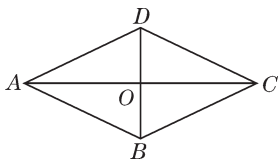
(2)如图,将菱形纸片 $ABCD$ 折叠,使点 A 恰好落在菱形的对称中心点 O 处,折痕为 EF . 若菱形 $ABCD$ 的边长为 2 cm , $\angle A = 120^\circ$, 则 $EF =$ _____ cm .



第 1(2)题

2. 选择题.

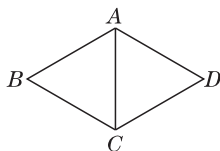
(1)如图,在菱形 $ABCD$ 中,对角线 AC , BD 相交于点 O , 则下列说法中错误的是 ()



第 2(1)题

- A. $AB \parallel DC$ B. $AC = BD$
C. $AC \perp BD$ D. $OA = OC$

(2)如图,在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $\angle BCD = 120^\circ$, 则对角线 AC 的长是 ()



第 2(2)题

- A. 20 B. 15 C. 10 D. 5

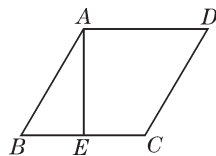
(3)菱形的周长为 12 cm , 相邻两角之比为 $5:1$, 那么菱形对边间的距离是 ()

- A. 6 cm B. 1.5 cm
C. 3 cm D. 0.75 cm

(4)菱形的边长是 2 cm , 一条对角线的长是 $2\sqrt{3}\text{ cm}$, 则另一条对角线的长是 ()

- A. 4 cm B. $\sqrt{3}\text{ cm}$
C. 2 cm D. $2\sqrt{3}\text{ cm}$

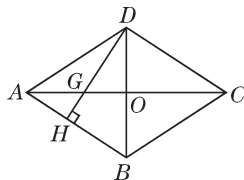
(5)如图,已知在菱形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E . 若菱形 $ABCD$ 的面积为 $8\sqrt{3}$, 且 $AE = 2\sqrt{3}$, 则菱形的边长为 ()



第 2(5)题

- A. 12 B. 8 C. 4 D. 2

(6)如图,四边形 $ABCD$ 是菱形, 对角线 $AC = 8\text{ cm}$, $BD = 6\text{ cm}$, $DH \perp AB$ 于点 H , 则 DH 的长为 ()

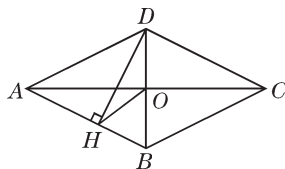


第 2(6)题

- A. $\frac{24}{5}\text{ cm}$ B. $\frac{21}{20}\text{ cm}$
C. $\frac{28}{15}\text{ cm}$ D. $\frac{25}{21}\text{ cm}$

3. 已知:如图,四边形 $ABCD$ 是菱形, 对角线 AC , BD 相交于点 O , $DH \perp AB$ 于点 H , 连接 OH .

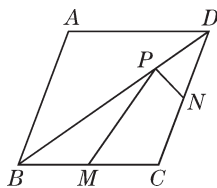
求证: $\angle DHO = \angle DCO$.



第 3 题

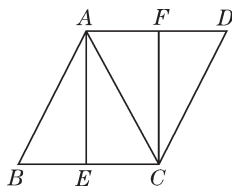
• 数学思考

4. 已知菱形 $ABCD$ 的两条对角线长分别为 6 和 8, M, N 分别是边 BC, CD 的中点, P 是对角线 BD 上一动点, 求 $PM+PN$ 的最小值.



第 4 题

5. 已知: 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, AC 为对角线, E, F 分别是边 BC, AD 的中点. 若 $\angle B = 60^\circ$, $AB = 4$, 求线段 AE 的长.

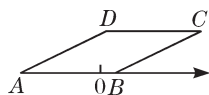


第 5 题

• 解决问题

6. 我们把顺次连接四边形四条边的中点所得的四边形叫做中点四边形. 现有一个对角线长分别为 6 cm 和 8 cm 的菱形, 它的中点四边形的对角线长是_____.

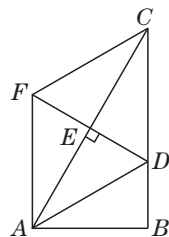
7. 如图, 已知菱形 $ABCD$, 其顶点 A, B 在数轴上对应的数分别为 -4 和 1, 则 $BC =$ _____.



第 7 题

8. 已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, E 是 AC 的中点, $AC = 2AB$, $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D , 作 $AF \parallel BC$, 连接 DE 并延长交 AF 于点 F , 连接 FC .

求证: 四边形 $ADCF$ 是菱形.



第 8 题

22.5 菱形 (二)

• 知识点拨

菱形的判定方法:

1. 有一组邻边相等的平行四边形是菱形.
2. 四条边都相等的四边形是菱形.
3. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形.

• 知识与技能

1. 填空题.

在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 从① $AB=CD$; ② $AB \parallel CD$; ③ $OA=OC$; ④ $OB=OD$; ⑤ $AC \perp BD$; ⑥ AC 平分 $\angle BAD$ 这六个条件中, 选取三个推出四边形 $ABCD$ 是菱形. 如①②③ $\Rightarrow$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 请你再写出两个符合要求的:

_____ $\Rightarrow$ 四边形 $ABCD$ 是菱形;

_____ $\Rightarrow$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

2. 选择题.

(1) 在下列命题中, 是真命题的是 ()

- A. 对角线互相垂直且相等的四边形是菱形
- B. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
- C. 对角线互相平分且相等的四边形是菱形
- D. 对角线相等的四边形是菱形

(2) 红丝带是关注艾滋病防治问题的国际性标志, 人们将红丝带剪成小段, 并用别针将折叠好的红丝带别在胸前. 如图所示, 红丝带重叠部分形成的图形是 ()

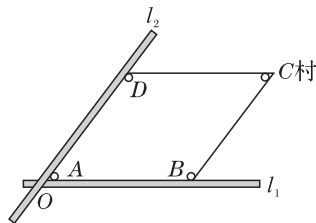


第 2(2) 题

- A. 正方形
- B. 等腰梯形
- C. 菱形
- D. 矩形

(3) 如图, 两条笔直的公路 l_1 , l_2 相交于点 O , 村庄 C 的村民在公路的旁边建了三个加工厂 A , B , D . 已知 $AB=BC=CD=DA=5$ km,

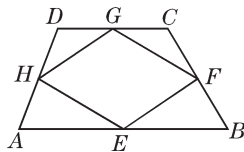
村庄 C 到公路 l_1 的距离为 4 km, 则村庄 C 到公路 l_2 的距离是 ()



第 2(3) 题

- A. 3 km
- B. 4 km
- C. 5 km
- D. 6 km

(4) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, E , F , G , H 分别是边 AB , BC , CD , DA 的中点. 要使四边形 $EFGH$ 是菱形, 则下列补充条件中不正确的是 ()



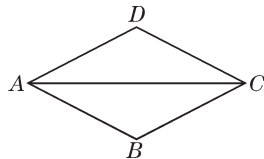
第 2(4) 题

- A. $AC \perp BD$
- B. $AC = BD$
- C. $AD = BC$
- D. $\angle D = \angle C$

(5) 若四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 互相垂直, 则下列条件中能判定四边形 $ABCD$ 为菱形的是 ()

- A. $BA = BC$
- B. AC , BD 互相平分
- C. $AC = BD$
- D. $AB \parallel CD$

(6) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC 平分 $\angle DAB$, $AB=3$, 则 $\square ABCD$ 的周长为 ()

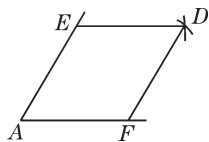


第 2(6) 题

- A. 6
- B. 9
- C. 12
- D. 15

3. 如图, $\angle A$ 是锐角, E , F 分别是 $\angle A$ 两边上的点, $AE=AF$. 分别以点 E , F 为圆心, AE 的长为半径画弧, 两弧相交于点 D , 连接 DE , DF .

请你判断所画四边形的形状，并说明理由.

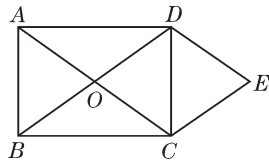


第 3 题

• 数学思考

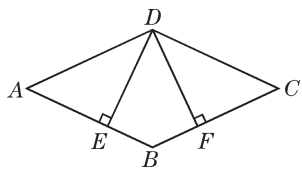
4. 已知：如图，矩形 $ABCD$ 的对角线相交与点 O ， $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$.

求证：四边形 $OCED$ 是菱形.



第 4 题

5. 已知：如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $DE \perp AB$ ， $DF \perp BC$ ，垂足分别是 E ， F ，并且 $DE = DF$.

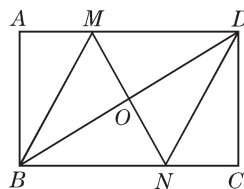


第 5 题

(1) 求证： $\triangle AED \cong \triangle CFD$.

(2) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形.

6. 已知：如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 BD 的垂直平分线 MN 与 AD 相交于点 M ，与 BD 相交于点 O ，与 BC 相交于点 N ，连接 BM ， MN ， DN .

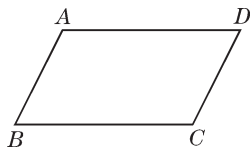


第 6 题

(1) 求证：四边形 $BMDN$ 是菱形.

(2) 若 $AB = 4$ ， $AD = 8$ ，求 MD 的长.

7. 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AD > AB$.



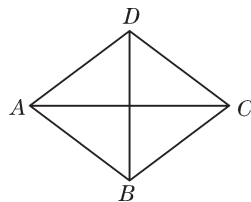
第 7 题

(1) 作出 $\angle ABC$ 的平分线. (尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 若 (1) 中所作的角平分线交 AD 于点 E , $AF \perp BE$, 垂足为 O , 交 BC 于点 F , 连接 EF .

求证: 四边形 $ABFE$ 为菱形.

9. 如图, 有一张菱形纸片 $ABCD$, $AC = 8$, $BD = 6$.



第 9 题

(1) 请沿着 AC 剪一刀, 把它分成两部分, 把剪开的两部分拼成一个平行四边形, 画出这个平行四边形 (不能与原菱形全等), 并求出它的周长.

(2) 请沿着 BD 剪一刀, 把它分成两部分, 把剪开的两部分拼成一个平行四边形, 画出这个平行四边形 (不能与原菱形全等), 并求出它的周长.

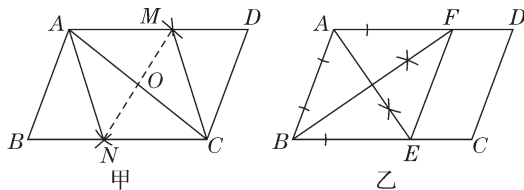
• 解决问题

8. 如图, 在给定的一张平行四边形纸片上作一个菱形. 甲、乙两人的作法如下:

甲: 连接 AC , 作 AC 的垂直平分线 MN 分别交 AD , AC , BC 于点 M , O , N , 连接 AN , CM , 则四边形 $ANCM$ 是菱形.

乙: 分别作 $\angle BAD$, $\angle ABC$ 的平分线 AE , BF , 分别交 BC , AD 于点 E , F , 连接 EF , 则四边形 $ABEF$ 是菱形.

根据两人的作法可判断 ()



第 8 题

- A. 甲正确, 乙错误 B. 乙正确, 甲错误
C. 甲、乙均正确 D. 甲、乙均不正确

(3) 沿着某一条直线剪开, 拼成与上述两种都不全等的平行四边形, 请画出这个平行四边形. (不能与原菱形全等)

22.6 正方形

• 知识点拨

正方形的性质：

1. 正方形的四个角都是 90° .
2. 正方形的四条边都相等.
3. 正方形的对角线相等且互相垂直.

正方形的判定方法：

1. 有一个角是直角，一组邻边相等的平行四边形是正方形.
2. 一组邻边相等的矩形是正方形.
3. 有一个角是直角的菱形是正方形.
4. 对角线相等且互相垂直的平行四边形是正方形.

• 知识与技能

1. 填空题.

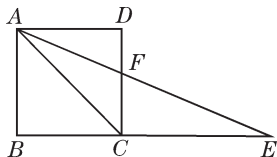
(1) 某正方形的一边长为 5 cm，则其周长为 _____ cm，面积为 _____ cm^2 .

(2) E 是正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的一点，且 $AE=AB$ ，则 $\angle ABE=$ _____.

(3) E 是正方形 $ABCD$ 内一点，且 $\triangle EAB$ 是等边三角形，则 $\angle ADE=$ _____.

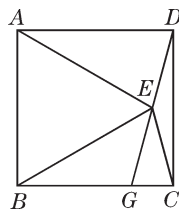
(4) 在正方形 $ABCD$ 中，对角线 BD 的长为 16 cm， P 是 AB 上任意一点，则点 P 到 AC ， BD 的距离之和等于 _____ cm.

(5) 如图，在正方形 $ABCD$ 的边 BC 的延长线上取一点 E ，使 $CE=AC$ ，连接 AE 交 CD 于点 F ，则 $\angle AFC=$ _____.



第 1(5)题

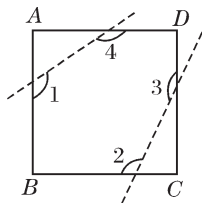
(6) 如图， E 是正方形 $ABCD$ 内一点， DE 的延长线交 BC 于点 G 。如果 $\triangle ABE$ 是等边三角形，那么 $\angle DCE=$ _____， $\angle BEG=$ _____.



第 1(6)题

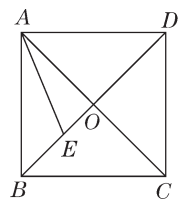
(7) F 是正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上一点， $AF=AD$ ， $FG \perp AC$ 于点 F ，交 CD 于点 G ，则 $\angle DFG=$ _____.

(8) 如图，截去正方形 $ABCD$ 的 $\angle A$ ， $\angle C$ 后， $\angle 1$ ， $\angle 2$ ， $\angle 3$ ， $\angle 4$ 的和为 _____.



第 1(8)题

(9) 如图，正方形的对角线相交于点 O ， $\angle BAC$ 的平分线交 BD 于点 E 。若正方形的周长是 20 cm，则 $DE=$ _____.



第 1(9)题

(10) 我们把依次连接任意一个四边形各边中点所得的四边形叫做中点四边形。若一个四边形 $ABCD$ 的中点四边形是一个正方形，则四边形 $ABCD$ 是 _____.

2. 选择题.

(1) 正方形具有而矩形不一定具有的特征是 _____ ()

- A. 四个角都是直角 B. 对角线互相平分
C. 对角线互相垂直 D. 对角线相等

(2) 在下列命题中，是真命题的是 _____ ()

- A. 两条对角线相等的四边形是矩形
B. 两条对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 两条对角线互相平分的四边形是平行

四边形

D. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

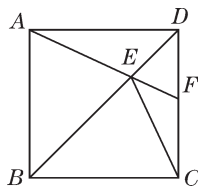
(3) 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()

- A. 平行四边形 B. 等腰三角形
C. 等边三角形 D. 正方形

(4) 在四边形 $ABCD$ 中, AC, BD 相交于点 O , 能判定这个四边形是正方形的是 ()

- A. $AO=BO=CO=DO, AC \perp BD$
B. $AB \parallel CD, AC=BD$
C. $AO=BO, \angle A=\angle C$
D. $AO=CO, BO=DO, AB=BC$

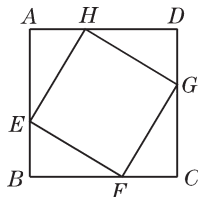
(5) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $\angle DAF=25^\circ$, AF 交对角线 BD 于点 E , 则 $\angle BEC$ 的度数为 ()



第 2(5) 题

- A. 45° B. 60° C. 70° D. 75°

(6) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 8, 在各边上顺次截取 $AE=BF=CG=DH=5$, 则四边形 $EFGH$ 的面积是 ()



第 2(6) 题

- A. 30 B. 34 C. 36 D. 40

(7) 如图, 将一张正方形纸片对折两次, 然后上面打 3 个洞, 则纸片展开后是 ()



第 2(7) 题

- A.  B.  C.  D. 

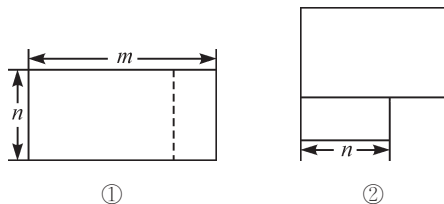
A

B

C

D

(8) 如图①, 把一个长为 m , 宽为 n ($m > n$) 的长方形沿虚线剪开, 拼接成图②, 其可看作一个大正方形在一角去掉一个小正方形后的图形, 则去掉的小正方形的边长为 ()



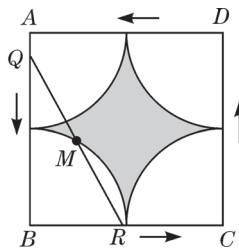
①

②

第 2(8) 题

- A. $\frac{m-n}{2}$ B. $m-n$ C. $\frac{m}{2}$ D. $\frac{n}{2}$

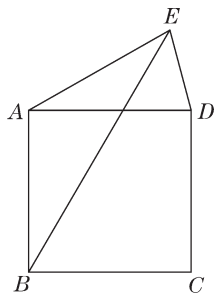
(9) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2. 长为 2 的线段 QR 的两端在正方形的相邻的两边上同时滑动. 如果点 Q 从点 A 出发, 沿图中所示方向按 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 滑动到点 A 止, 同时点 R 从点 B 出发, 沿图中所示方向按 $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B$ 滑动到点 B 止, 在这个过程中, 线段 QR 的中点 M 所经过的路线围成的图形的面积 (阴影部分) 为 ()



第 2(9) 题

- A. 2 B. $4-\pi$ C. π D. $\pi-1$

3. 如图, E 是正方形 $ABCD$ 外一点, $AE=AD$, $\angle ADE=75^\circ$, 求 $\angle AEB$ 的度数.

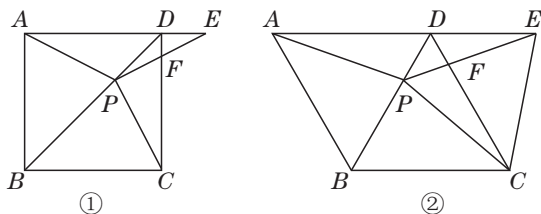


第 3 题

4. 已知直线 l 经过正方形 $ABCD$ 的顶点 A , 过点 B 和 D 分别作直线 l 的垂线 BM 和 DN , 垂足分别为 M, N . 如果 $BM=5, DN=3$, 求 MN 的长.

• 数学思考

5. 如图①, 在正方形 $ABCD$ 中, P 是对角线 BD 上的一点, 点 E 在 AD 的延长线上, 且 $PA=PE$, PE 交 CD 于点 F .



第 5 题

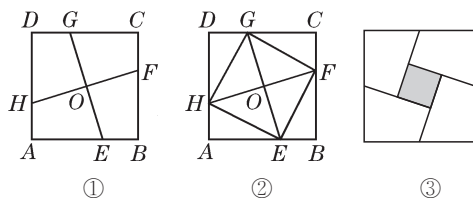
(1) 求证: $PC=PE$.

(2) 求 $\angle CPE$ 的度数.

(3) 如图②, 把正方形 $ABCD$ 改为菱形 $ABCD$, 其他条件不变. 当 $\angle ABC=120^\circ$ 时, 连接 CE , 试探究线段 PA 与线段 CE 的数量关系, 并说明理由.

• 解决问题

6. 如图①, 在正方形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别为边 AB, BC, CD, DA 上的点, $HA=EB=FC=GD$, 连接 EG, FH , 交点为 O .



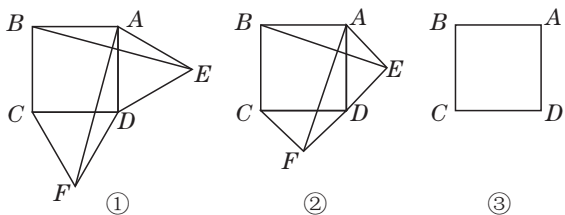
第 6 题



(1) 如图②, 连接 EF, FG, GH, HE , 试判断四边形 $EFGH$ 的形状, 并证明你的结论.

(2)将正方形沿线段 EG , HF 剪开, 再把得到的四个四边形按图③的方式拼接成一个四边形. 若正方形 $ABCD$ 的边长为 3 cm, $HA=EB=FC=GD=1$ cm, 则图③中阴影部分的面积是多少?

7. 如图①, 在正方形 $ABCD$ 的外侧, 作等边三角形 ADE 和等边三角形 DCF , 连接 AF , BE .



第 7 题

(1) AF 与 BE 的数量关系是_____, 位置关系是_____.

(2)如图②, 若将条件“等边三角形 ADE 和等边三角形 DCF ”变为“等腰三角形 ADE 和等腰三角形 DCF , 且 $AE=DE=DF=CF$ ”, (1)中的结论是否仍然成立? 请作出判断并给予证明.

(3)若 $\triangle ADE$ 和 $\triangle DCF$ 都是一般三角形, 且 $AE=DF$, $DE=CF$, 则(1)中的结论都成立吗? 请直接写出你的判断.

22.7 多边形的内角和与外角和

• 知识点拨

- n 边形的内角和等于 $(n-2) \times 180^\circ (n \geq 3)$.
- 多边形的外角和等于 360° .

• 知识与技能

- 填空题.
 - 一个三角形的三个内角的度数的比是 $2:3:4$, 那么这个三角形是_____三角形.
 - 已知一个 n 边形的内角和是 $1\ 080^\circ$, 则 $n =$ _____.
 - 十边形的对角线有_____条.
 - 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A - \angle B = 36^\circ$, $\angle C = 2\angle B$, 则 $\angle A =$ _____, $\angle B =$ _____, $\angle C =$ _____.
 - 在一个直角三角形中, 有一个锐角是另一个锐角的 2 倍, 则这两个锐角的度数分别为_____, _____.
 - 一个多边形截去一个角(不过顶点)后, 形成的新多边形的内角和是 $2\ 520^\circ$, 那么原多边形的边数是_____.

(7) 一个多边形的每个外角都是 36° , 则这个多边形是 _____ 边形.

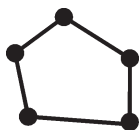
(8) 如果一个多边形的每个内角都相等, 且内角的度数是与其相邻的外角度数的 2 倍, 那么这个多边形的每个内角的度数为 _____, 其内角和等于 _____.

2. 选择题.

(1) 若一个多边形的内角和小于其外角和, 则这个多边形的边数是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

(2) 下图是一个五边形木架, 它的内角和是 ()



第 2(2) 题

- A. 720° B. 540°
C. 360° D. 180°

(3) 若一个正多边形的一个外角是 40° , 则这个正多边形的边数是 ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 6

(4) 一个多边形截去一个角后, 形成的新多边形的内角和是 1620° , 则原来多边形的边数是 ()

- A. 10 B. 11
C. 12 D. 以上都有可能

(5) 下列命题是假命题的是 ()

- A. 三角形的内角和是 180°
B. 多边形的外角和都等于 360°
C. 五边形的内角和是 900°

D. 三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和

(6) 下列角度中, 不能成为多边形内角和的是 ()

- A. 600° B. 720° C. 900° D. 1080°

(7) 若一个多边形的内角和与外角和之和是 1800° , 则此多边形是 ()

- A. 八边形 B. 十边形
C. 十二边形 D. 十四边形

(8) 如果一个三角形的一个外角等于与它相邻

的内角的 3 倍, 等于与它不相邻的一个内角的 2 倍, 那么这个三角形的各内角的度数分别是

()

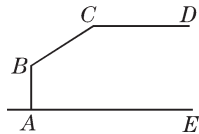
- A. $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$
B. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
C. $45^\circ, 67.5^\circ, 67.5^\circ$
D. $40^\circ, 50^\circ, 90^\circ$

(9) 当一个多边形的边数增加时, 其外角和 ()

- A. 增加 B. 减少
C. 不变 D. 不能确定

3. 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle D = 60^\circ$, $\angle B$ 比 $\angle A$ 大 20° , $\angle C$ 是 $\angle A$ 的 2 倍. 求 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的度数.

4. 一大门的栏杆如图所示, BA 垂直于地面 AE 于点 A , CD 平行于地面 AE . 求 $\angle ABC + \angle BCD$ 的度数.



第 4 题

• 数学思考

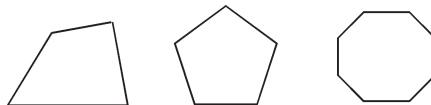
5. 若一个凸多边形, 除了一个内角外, 剩下的各内角之和为 $2\,000^\circ$, 求这个凸多边形的边数.



6. 一个凸多边形的一个内角的补角与其他内角的和恰为 660° , 求这个凸多边形的边数.

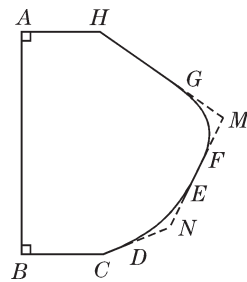
• 解决问题

7. 画出下列各多边形的所有对角线, 并指出各有多少条对角线. 猜想 n 边形共有多少条对角线.



第 7 题

8. 如图所示的模板, 按规定, HG , EF 的延长线相交成 100° 的角, CD , FE 的延长线相交成 140° 的角, 因交点不在板上, 不便测量, 质检员测得 $\angle AHG = 145^\circ$, $\angle BCD = 158^\circ$. 如果你是质检员, 如何判断这个模板是否合格? 为什么?



第 8 题

回顾与反思

• 知识点拨

本章定义、定理很多，从一般的四边形的学习到最特殊的正方形的有关知识的学习，有序地不断加深知识难度，符合学生的认知水平. 本章内容在中考中的体现有三点：

1. 四边形自身具备的重要性质，是解决其他数学问题及实际问题的基础.

2. 很多知识让学生体验图形变换的过程，是锻炼学生合情推理的重要载体.

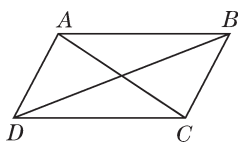
3. 四边形知识是学生展开演绎推理的主要场所，是培养学生推理能力的主要知识点.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 长方形的一条边长为 3 cm，面积为 12 cm^2 ，则该长方形的另一条边长为 _____ cm.

(2) 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，使它成为矩形的条件可以是 _____. (填一种即可)

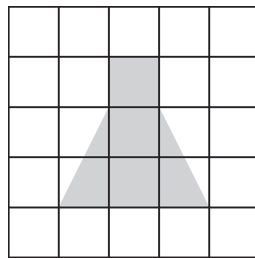


第 1(2)题

(3) 下列七种几何图形中，是轴对称图形而不是中心对称图形的是 _____. (只填序号)

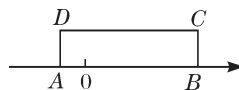
①等边三角形；②等腰梯形；③平行四边形；④等腰三角形；⑤矩形；⑥菱形；⑦正方形.

(4) 如图，大正方形网格是由 25 个边长为 1 的小正方形组成，把图中阴影部分剪下来，并用剪下来的阴影部分拼成一个正方形，那么新正方形的边长是 _____.



第 1(4)题

(5) 如图，矩形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在数轴上， $CD=6$ ，点 A 对应的数为 -1 ，则点 B 所对应的数为 _____.



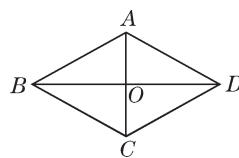
第 1(5)题

2. 选择题.

(1) 下列命题中，错误的是 ()

- A. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形
- B. 对角线相等的平行四边形是正方形
- C. 一组邻边相等的平行四边形是菱形
- D. 一组对边平行的四边形是梯形

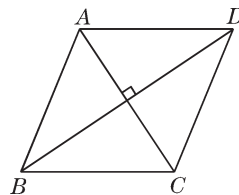
(2) 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $\angle BCD=120^\circ$ ，则对角线 BD 的长为 ()



第 2(2)题

- A. 2 B. 4 C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

(3) 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AC=6$ ， $BD=8$ ，则菱形的边长为 ()

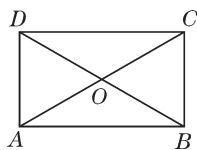


第 2(3)题

- A. 5 B. 10 C. 6 D. 8

(4)如图,矩形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 O , $\angle AOD = 60^\circ$, $AD = 2$, 则 AC 的长是

()

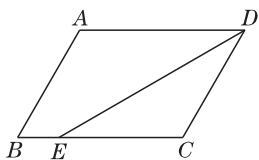


第 2(4)题

- A. 2 B. 4
C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

(5)如图,在 $\square ABCD$ 中, $AD = 8$ cm, $AB = 6$ cm, DE 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于点 E , 则 BE 的长是

()



第 2(5)题

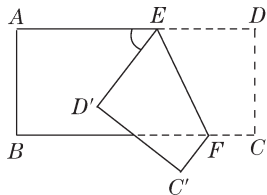
- A. 2 cm B. 4 cm
C. 6 cm D. 8 cm

(6)下列命题中,正确的是 ()

- A. 矩形的对角线相互垂直
B. 菱形的对角线相等
C. 平行四边形是轴对称图形
D. 正方形的对角线相等

(7)如图,把一个长方形纸片沿 EF 折叠后,点 D , C 分别落在点 D' , C' 的位置. 若 $\angle EFB = 65^\circ$, 则 $\angle AED'$ 等于

()



第 2(7)题

- A. 70° B. 65°
C. 50° D. 25°

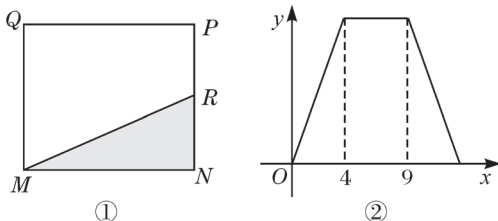
(8)四个内角都相等的四边形是 ()

- A. 矩形 B. 菱形
C. 梯形 D. 平行四边形

(9)符合下列条件的四边形不一定是菱形的是 ()

- A. 四边都相等
B. 两组邻边分别相等
C. 对角线互相垂直平分
D. 两条对角线分别平分一组对角

(10)如图①,在矩形 $MNPQ$ 中,动点 R 从点 N 处出发,沿 $N \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow M$ 的方向运动至点 M 处停止. 设点 R 运动的路程为 x , $\triangle MNR$ 的面积为 y , 如果 y 关于 x 的函数图像如图②所示, 则当 $x = 9$ 时, 点 R 应运动到 ()

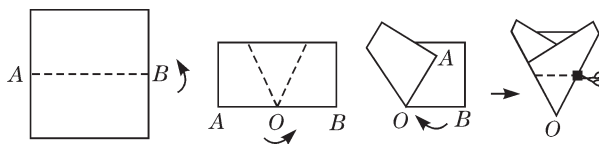


第 2(10)题

- A. N 处 B. P 处
C. Q 处 D. M 处

(11)如图,把一张长方形纸片对折,折痕为 AB ,再以 AB 的中点 O 为顶点把平角 $\angle AOB$ 三等分,沿平角的三等分线折叠,将折叠后的图形剪出一个以 O 为顶点的等腰三角形,那么剪出的等腰三角形全部展开铺平后得到的平面图形一定是

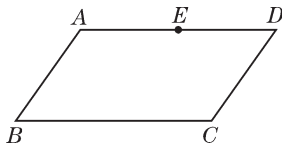
()



第 2(11)题

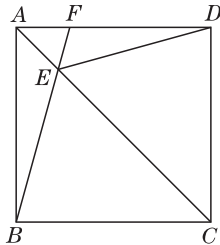
- A. 正三角形 B. 正方形
C. 正五边形 D. 正六边形

3. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是 AD 的中点, 请添加适当条件, 构造出一对全等的三角形, 并说明理由.



第 3 题

4. 已知: 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, AC 为对角线, E 为 AC 上一点, 连接 EB , ED .

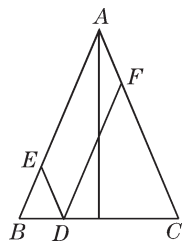


第 4 题

(1) 求证: $\triangle BEC \cong \triangle DEC$.

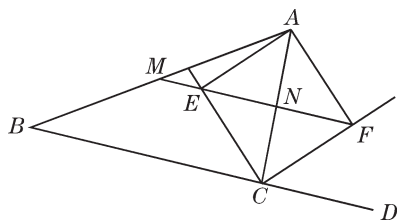
(2) 延长 BE 交 AD 于点 F , 当 $\angle BED = 120^\circ$ 时, 求 $\angle EFD$ 的度数.

5. 在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, D 为 BC 上的一动点, $DE \parallel AC$, $DF \parallel AB$, 则 $DE + DF$ 是否随点 D 的变化而变化? 若不变化请证明.



第 5 题

6. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, CE , CF 分别是 $\angle ACB$ 和它的邻补角 $\angle ACD$ 的平分线, $AE \perp CE$ 于点 E , $AF \perp CF$ 于点 F , 直线 EF 分别交 AB , AC 于点 M , N .



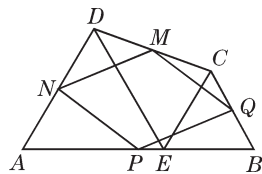
第 6 题

(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是矩形.

(2) MN 与 BC 的位置有何关系? 证明你的结论.

7. 已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E 为 AB 上一点, $\triangle ADE$ 和 $\triangle BCE$ 都是等边三角形, AB , BC , CD , DA 的中点分别为点 P , Q , M ,

N , 试判断四边形 $PQMN$ 为怎样的四边形, 并证明你的结论.

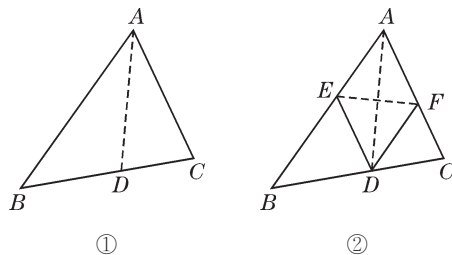


第 7 题

• 数学思考

8. 将三角形纸片 ABC ($AB > AC$) 沿过点 A 的直线折叠, 使得 AC 落在 AB 边上, 折痕为 AD , 展平纸片, 如图①; 再次折叠该三角形纸片, 使得点 A 与点 D 重合, 折痕为 EF , 再次展平后连接 DE , DF , 如图②.

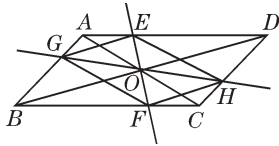
求证: 四边形 $AEDF$ 是菱形.



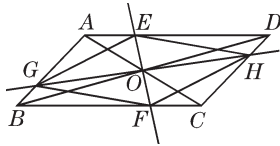
第 8 题

• 解决问题

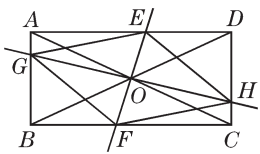
9. 在 $\square ABCD$ 中, AC, BD 交于点 O , 过点 O 作直线 EF, GH , 分别交平行四边形的四条边于 E, G, F, H 四点, 连接 EG, GF, FH, HE .



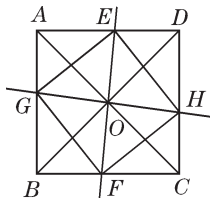
①



②



③



④

第 9 题

(1) 如图①, 试判断四边形 $EGFH$ 的形状, 并说明理由.

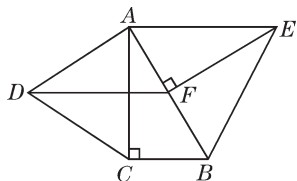
(2) 如图②, 当 $EF \perp GH$ 时, 试判断四边形 $EGFH$ 的形状, 并说明理由.

(3) 如图③, 在(2)的条件下, 若 $AC = BD$, 试判断四边形 $EGFH$ 的形状, 并说明理由.

(4) 如图④, 在(3)的条件下, 若 $AC \perp BD$, 试判断四边形 $EGFH$ 的形状, 并说明理由.

• 数学活动

10. 已知：如图，分别以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AC 及斜边 AB 为边向外作等边三角形 ACD 和等边三角形 ABE ，已知 $\angle BAC = 30^\circ$ ， $EF \perp AB$ ，垂足为 F ，连接 DF 。



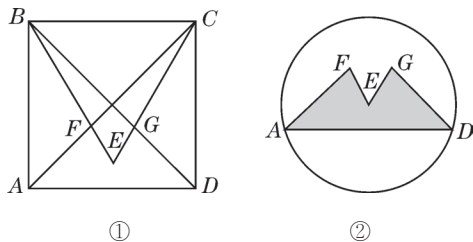
第 10 题

(1) 求证： $AC = EF$ 。

(2) 求证：四边形 $ADFE$ 是平行四边形。

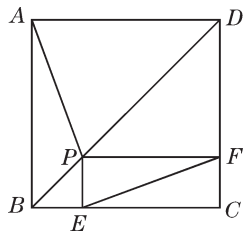
• 开阔视野

11. 在国际动漫节期间，小明进行了富有创意的形象设计。如图①，他在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 内作等边三角形 BCE ，并与正方形的对角线交于点 F ， G ，制成如图②的图标。求图标中阴影图形 $AFEGD$ 的面积。



第 11 题

12. 如图，点 P 是正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上的一点， $PE \perp BC$ 于点 E ， $PF \perp CD$ 于点 F ，连接 EF 。给出下列五个结论：① $AP = EF$ ；② $AP \perp EF$ ；③ $\triangle APD$ 一定是等腰三角形；④ $\angle PFE = \angle BAP$ ；⑤ $PD = \sqrt{2}EC$ 。找出其中正确的结论并证明。



第 12 题

(2)由图可知, y 为 21, 18, 15, 12 的频数分别为 2, 4, 6, 3.

图①地块的面积: $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{m}^2)$,

所以, 平均每平方米的产量为

$$(21 \times 2 + 18 \times 4 + 15 \times 6 + 12 \times 3) \div 8 = 30(\text{kg}).$$

(3)图②地块的面积: $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9(\text{m}^2)$,

y 为 21, 18, 15, 12 的频数分别为 3, 4, 5, 4.

所以, 平均每平方米产量为

$$(21 \times 3 + 18 \times 4 + 15 \times 5 + 12 \times 4) \div 9$$

$$\approx 28.67(\text{kg}),$$

$$\because 30 > 28.67.$$

$\therefore$ 按图①的种植方式更合理.

单元测试卷

一、选择题

1. D 2. B 3. C 4. D 5. A 6. C
7. C 8. B 9. A 10. A 11. C 12. D

二、填空题

13. 4, 1, $y=4x$ 14. <2 15. $>$, $>$
16. 答案不唯一, $k < 0$ 即可.
17. $m > n$ 18. 答案不唯一, 如 $y = x + 1$.

三、解答题

19. (1) $y = 2x - 2$ (2) $y = \frac{1}{9}x + \frac{13}{9}$

20. (1) ③, ①

(2)小芳离开家走了一段路程后来到一个报亭, 在报亭读了一段时间报后, 按原速回家了. (答案不唯一, 合理即可)

21. (1) $y = \begin{cases} 2.4 (0 \leq t \leq 3), \\ t - 0.6 (t > 3). \end{cases}$

(2) 2.4 元, 6.4 元

22. (1) 从左到右依次为 $140 < x \leq 230$, $x > 230$.

(2) $y = \frac{1}{2}x - 7 (140 < x \leq 230)$

(3) 0.25

23. (1) $y = 5x + 3\,600 (x = 40, 41, 42, 43, 44)$

(2) 当 $x = 44$ 时, $y_{\text{最大}} = 3\,820$, 即生产 M 型号的服装 44 套时, 该厂所获利润最大, 最大

利润是 3 820 元.

第二十二章 四边形

22.1 平行四边形的性质(一)

- (1) 45° (2) 110° (3) 20
(4) 116° , 64° (5) 3 cm
- (1) D (2) C (3) C (4) C (5) A
- 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore \angle B = \angle D$, $AB = CD$.
又 $\because \angle 1 = \angle 2$,
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$,
 $\therefore BE = DF$.
 $\because AD = BC$,
 $\therefore AF = CE$.
- 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore \angle A = \angle C$, $AB = CD$.
又 $\because AE = CF$,
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$,
 $\therefore BE = DF$.
- 证明: $\because$ 四边形 $ADEF$ 为平行四边形,
 $\therefore AD = EF$, $AD \parallel EF$.
 $\therefore \angle ACB = \angle FEB$.
 $\because AB = AC$,
 $\therefore \angle ACB = \angle B$.
 $\therefore \angle FEB = \angle B$.
 $\therefore EF = BF$.
 $\therefore AD = BF$.
- 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle DFC = \angle BCF$.
 $\because AE \parallel CF$,
 $\therefore \angle BEA = \angle BCF$,
 $\therefore \angle DFC = \angle BEA$.
又 $\because AB = CD$, $\angle B = \angle D$,
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$.
- 是平行四边形

提示: 两组对边分别平行的四边形是平行四边形.

22.1 平行四边形的性质(二)

- (1)29 (2)20, 20 (3)大于1小于5
(4)9 (5)84°
- (1)C (2)B (3)C (4)C (5)D
- (1)130° (2)5 cm
- (1)猜想: $BE=DF$, $BE \parallel DF$.
证明提示: 证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$.
(2)结论成立, 理由略.
- (1)提示: 证明 $\triangle BCE \cong \triangle FDE$.
(2) $AB=2AD$, 说明略.
- 证明: $\because AB=CD$, $AD=BC$, $BD=BD$,
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB$,
 $\therefore \angle ADB = \angle CBD$.
 $\because AF=CE$, $AD=BC$,
 $\therefore DF=BE$.
又 $\because \angle FOD = \angle EOB$,
 $\therefore \triangle FOD \cong \triangle EOB$,
 $\therefore OB=OD$, 即 O 是 BD 的中点.

22.2 平行四边形的判定(一)

- (1)答案不唯一, 如 $AB=CD$ 或 $AD \parallel BC$ 或 $\angle A = \angle C$ 或 $\angle B = \angle D$ 或 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 或 $\angle C + \angle D = 180^\circ$.
(2)3 (3)-2 或 4
- (1)C (2)D (3)D
- ①③, ①④, ②④, ③④均可, 其余均不可以. 证明略.
- 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle ABD = \angle CDB$.
 $\because BE, DF$ 分别平分 $\angle ABD$ 和 $\angle CDB$,
 $\therefore \angle ABE = \angle CDF$.
 $\because \angle A = \angle C$, $AB=CD$,
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$,
 $\therefore AE=CF$.
 $\because AD=BC$,
 $\therefore DE=BF$.
又 $\because DE \parallel BF$,
 $\therefore$ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

- (1)证明: 在 $\square ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB=CD$.
 $\therefore AE=CF$,
 $\therefore BE=DF$, 且 $BE \parallel DF$.
 $\therefore$ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.
(2)图中有三对全等三角形: $\triangle ADE \cong \triangle CBF$,
 $\triangle BDE \cong \triangle DBF$, $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.
- (1)证明: $\because DF \parallel BE$,
 $\therefore \angle DFE = \angle BEF$.
又 $\because AF=CE$, $DF=BE$,
 $\therefore \triangle AFD \cong \triangle CEB$.
(2)证明: 由(1)知 $\triangle AFD \cong \triangle CEB$,
 $\therefore \angle DAC = \angle BCA$, $AD=BC$,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.
- (1)10 个, 理由略.
(2)由(1)可知, 四边形 $PMQN$ 是平行四边形,
所以 PQ 与 MN 互相平分.

22.2 平行四边形的判定(二)

- (1)3
(2)答案不唯一, 如 $AB \parallel CD$ 或 $AD=BC$ 或 $\angle A + \angle D = 180^\circ$ 或 $\angle B + \angle C = 180^\circ$.
(3)答案不唯一, 如 $BE=DF$ 或 $BF=DE$.
- (1)A (2)D (3)C (4)C
- 证明: $\because$ 在 $\square ABCD$ 中, $OA=OC$,
又 $AF=CE$,
 $\therefore AF-OA=CE-OC$,
 $\therefore OF=OE$.
同理得 $OG=OH$.
 $\therefore$ 四边形 $EGFH$ 是平行四边形.
 $\therefore GF \parallel HE$.
- 解法 1: $\angle FCB = \angle E$.
证明: $\because AC=DF$, $AC \parallel DF$,
 $\therefore$ 四边形 $ADFC$ 是平行四边形,
 $\therefore CF \parallel AD$, $CF=AD$.
 $\because AD=BE$,
 $\therefore CF=BE$, $CF \parallel BE$,
 $\therefore$ 四边形 $BEFC$ 是平行四边形,
 $\therefore \angle FCB = \angle E$.
解法 2: $\angle CBA = \angle E$.

证明: $\because AD=BE$,

$\therefore AD+DB=BE+DB$, 即 $AB=DE$.

$\because AC\parallel DF$,

$\therefore \angle A=\angle FDE$.

又 $\because AC=DF$,

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle DEF$,

$\therefore \angle CBA=\angle E$.

5. 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD=BC$, $\angle DAE=\angle FCB$.

又 $\because AE=CF$,

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle CBF$,

$\therefore DE=BF$, $\angle ADE=\angle FBC$.

$\because M, N$ 分别是 DE, BF 的中点,

$\therefore ME=NF$.

$\because$ 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADF=\angle ABC$,

$\therefore \angle ADF-\angle ADE=\angle ABC-\angle FBC$,

即 $\angle EDF=\angle ABF$.

又 $AB\parallel DC$,

$\therefore \angle ABF=\angle BFC$,

$\therefore \angle EDF=\angle BFC$,

$\therefore ME\parallel NF$,

$\therefore$ 四边形 $MFNE$ 是平行四边形.

6. 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

证明: $\because BE\parallel DF$,

$\therefore \angle DFA=\angle BEC$.

在 $\triangle AFD$ 和 $\triangle CEB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADF=\angle CBE, \\ \angle DFA=\angle BEC, \\ AF=CE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFD\cong\triangle CEB$.

$\therefore BE=DF$,

$\therefore$ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

7. 解: (1) 中线所在的直线

(2) 连接 BE .

$\because AB\parallel CE$, $AB=CE$,

$\therefore$ 四边形 $ABEC$ 为平行四边形,

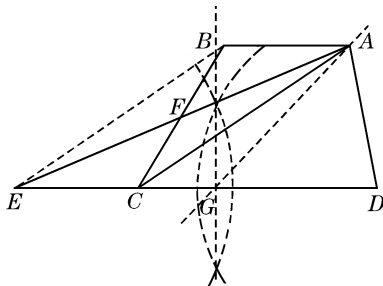
$\therefore BE\parallel AC$,

$\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle AEC$ 的公共边 AC 上的高也相等,

$\therefore$ 有 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AEC}$,

$\therefore S_{\text{梯形}ABCD}=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle AEC}=S_{\triangle AED}$.

如图, 取 ED 的中点 G , AG 即为梯形 $ABCD$ 的面积等分线.



(3) 能. 如图, 过点 B 作 $BE\parallel AC$ 交 DC 的延长线于点 E , 连接 AE .

$\because BE\parallel AC$,

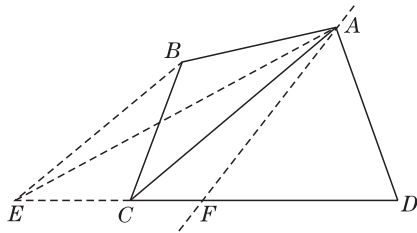
$\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle AEC$ 的公共边 AC 上的高也相等,

$\therefore$ 有 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AEC}$,

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD}=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACD}+S_{\triangle AEC}=S_{\triangle AED}$.

$\because S_{\triangle ACD}>S_{\triangle ABC}$,

$\therefore$ 面积等分线必与 CD 相交, 取 DE 中点 F , 则直线 AF 即为要求作的四边形 $ABCD$ 的面积等分线.



22.3 三角形的中位线

1. (1)8 (2)7.5 (3) 130° (4)平行四边形

2. (1)C (2)B

3. 提示: 证明 $EF=\frac{1}{2}AB=CD$.

4. 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore AB=CD$, $BC=AD$.

连接 AC .

$\because E, F, G, H$ 分别是 $\square ABCD$ 的四边中点,

$\therefore EF=\frac{1}{2}AC=HG$, $BE=DH$, $BF=DG$,

$\therefore \triangle BEF\cong\triangle DHG$.

5. 提示: $\because DE=\frac{1}{2}BC$, $DE\parallel BC$; $FG=\frac{1}{2}BC$,

$FG \parallel BC$,

$\therefore DE = FG, DE \parallel FG$,

$\therefore$ 四边形 $DFGE$ 是平行四边形.

6. (1) 可选的点为 $F, D, C, E; E, D, B, F; A, F, D, E$.

(2) 证明: $\because EF$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore EF \parallel DC$, 且 $EF = DC$,

$\therefore$ 四边形 $FDCE$ 是平行四边形.

(3) 由四边形 $AEDF$ 是平行四边形得到 AD 和 EF 相互平分.

7. 先在地上取一个可以直接到达 A, B 两点的点 O , 连接 OA, OB , 分别在 OA, OB 上取中点 C, D , 连接 CD . 设测得 $CD = a$, 由此即可知 $AB = 2a$.

8. 证明: 连接 BN, CM .

$\because AM = AB, AC = AN, \angle MAB = \angle CAN = 60^\circ$,

$\therefore \angle MAB + \angle BAC = \angle CAN + \angle BAC$,

即 $\angle MAC = \angle BAN$,

$\therefore \triangle MAC \cong \triangle BAN$,

$\therefore MC = BN$.

$\because D, E$ 分别是 MB, BC 的中点,

$\therefore DE = \frac{1}{2}MC$.

同理可得 $EF = \frac{1}{2}BN$.

$\therefore DE = EF$.

22.4 矩形 (一)

1. (1) $S_1 = S_2$ (2) 9 (3) 54°

(4) 20 (5) $5\sqrt{2}$ (6) 10

2. (1) C (2) C (3) A (4) D (5) D (6) B

3. 解: (1) $\triangle ABC$ 是直角三角形, 理由略.

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AC = BD = 4$ cm.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中,

$AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3}$ (cm).

$AE \cdot BD = AB \cdot AD$,

故 $AE = \frac{2 \times 2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$ (cm).

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中,

$BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{4 - 3} = 1$ (cm).

4. (1) 40° (2) 36 (3) 5.1

5. 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AB = CD, AD = BC$.

又 $\because E, F$ 分别是边 AB, CD 的中点,

$\therefore BE = DF$.

在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle DFA$ 中,

$\begin{cases} BC = DA, \\ \angle B = \angle D, \\ BE = DF, \end{cases}$

$\therefore \triangle BEC \cong \triangle DFA$.

$\therefore \triangle BEC \cong \triangle DFA$.

(2) 由 (1), 得 $CE = AF, AE = CF$,

故可得四边形 $AECF$ 是平行四边形.

6. (1) $S_1 = S_2$, 理由略. (2) 不变, 理由略.

7. 点 P 的坐标为 (2, 4) 或 (3, 4) 或 (8, 4)

8. 证明: 连接 DE .

$\because AD = AE$,

$\therefore \angle AED = \angle ADE$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC, \angle C = 90^\circ$.

$\therefore \angle ADE = \angle DEC$,

$\therefore \angle DEC = \angle AED$.

又 $\because DF \perp AE$,

$\therefore \angle DFE = \angle C = 90^\circ$.

$\because DE = DE$,

$\therefore \triangle DFE \cong \triangle DCE$.

$\therefore DF = DC$.

22.4 矩形 (二)

1. (1) 答案不唯一, 如 $AC = BD$ 或 $\angle ABC = 90^\circ$.

(2) 3 cm (3) 3 (4) ①④ (5) 28 (6) $\frac{1}{4^{n-1}}$

2. (1) D (2) B (3) A (4) D (5) D (6) A

3. 证明: $\because AB = BC, BD$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore BD \perp AC, AD = CD$.

$\because$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形,

$\therefore BE \parallel AD, BE = AD$,

$\therefore BE \parallel CD, BE = CD$,

$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是平行四边形.

$\because BD \perp AC$,

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是矩形.

4. 是矩形. 可利用“对角线互相平分且相等的四边形是矩形”判定方法来证明.

5. 解：在矩形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle 2 = \angle 3.$$

当矩形 $ABCD$ 沿着直线 BD 折叠后， $\triangle BC'D$ 与 $\triangle BCD$ 关于直线 BD 对称，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3, \text{ 从而 } BE = DE.$$

作 $EF \perp BD$ 于点 F ，则

$$BF = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{8^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

设 $BE = x$ ，

$$\therefore BE = DE,$$

$$\therefore AE = 8 - x.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $4^2 + (8 - x)^2 = x^2$ ，

$$\therefore x = 5.$$

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中， $5^2 = EF^2 + (2\sqrt{5})^2$ ，

$$\therefore EF = \sqrt{5}.$$

$$\therefore \triangle BED \text{ 的面积} = \frac{1}{2}BD \cdot EF = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 10.$$

6. (1) 证明： $\because MN \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle OFC = \angle FCD.$$

$\because CF$ 是 $\angle ACD$ 的平分线，

$$\therefore \angle ACF = \angle FCD,$$

$$\therefore \angle OFC = \angle ACF,$$

$$\therefore OF = OC.$$

同理得 $OE = OC$ ，

$$\therefore OE = OF.$$

(2) 解： $\because CE, CF$ 分别是 $\angle ACB$ 和 $\angle ACD$ 的平分线，

$$\therefore \angle ECF = \angle OCF + \angle OCE = 90^\circ,$$

$$\therefore EF = \sqrt{CE^2 + CF^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13,$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2}EF = \frac{13}{2}.$$

(3) 解：当点 O 移动到 AC 中点时，四边形 $AECF$ 为矩形。

理由如下：由(1)知 $OE = OF$ 。

当点 O 移动到 AC 中点时，有 $OA = OC$ 。

所以四边形 $AECF$ 为平行四边形。

又因为 $\angle ECF = 90^\circ$ ，所以四边形 $AECF$ 为矩形。

7. (1) = (2) 1 (3) 3

画图略。

22.5 菱形 (一)

1. (1) $4\sqrt{13}$ (2) $\sqrt{3}$

2. (1) B (2) D (3) B (4) C (5) C (6) A

3. 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore OD = OB.$$

$\because DH \perp AB$ 于点 H ，

$$\therefore \angle DHB = 90^\circ,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}BD = OB,$$

$$\therefore \angle OHB = \angle OBH.$$

又 $\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle OBH = \angle ODC,$$

$$\therefore \angle OHB = \angle ODC.$$

在 $\text{Rt}\triangle COD$ 中， $\angle ODC + \angle DCO = 90^\circ$ ，

$$\text{又 } \because \angle DHO + \angle OHB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DHO = \angle DCO.$$

4. 5

5. 解： $\because \angle B = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形。

$\because E$ 是边 BC 的中点，

$$\therefore AE \perp BC.$$

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中， $\because \angle B = 60^\circ$ ， $AB = 4$ ，

$$\therefore BE = 2,$$

$$\therefore AE^2 = AB^2 - BE^2 = 4^2 - 2^2 = 12,$$

$$\text{解得 } AE = 2\sqrt{3}.$$

6. 5 cm

7. 5

8. 证明： $\because AF \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle AFE = \angle CDE.$$

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle CED$ 中，

$$\begin{cases} \angle AFE = \angle CDE, \\ AE = CE, \\ \angle AEF = \angle CED, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CED,$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CED,$$

$$\therefore AF = CD.$$

$\because$ 又 $AF \parallel CD$ ，

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形。

$$\because \angle B = 90^\circ, AC = 2AB,$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = 60^\circ.$$

- $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore \angle DAC = \angle DAB = 30^\circ = \angle ACB$,
 $\therefore DA = DC$,
 $\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是菱形.

22.5 菱形 (二)

- ①②⑤, ③④⑤
- (1)B (2)C (3)B (4)A (5)B (6)C
- 菱形, 理由略.
- 证明: $\because DE \parallel AC, CE \parallel BD$,
 $\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.
 又 $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, BD, AC 是对角线,
 $\therefore AC = BD, OC = OD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD$,
 $\therefore$ 四边形 $OCED$ 是菱形.
- 证明: (1) $\because DE \perp AB, DF \perp BC$,
 $\therefore \angle AED = \angle CFD = 90^\circ$.
 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore \angle A = \angle C$.
 在 $\triangle AED$ 和 $\triangle CFD$ 中,

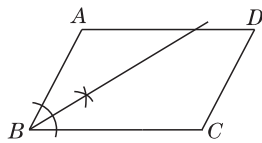
$$\begin{cases} \angle AED = \angle CFD, \\ \angle A = \angle C, \\ DE = DF, \end{cases}$$
 $\therefore \triangle AED \cong \triangle CFD$.
 (2) $\because \triangle AED \cong \triangle CFD$,
 $\therefore AD = CD$.
 又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.
- (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle MDO = \angle NBO$.
 $\because MN$ 是 BD 的垂直平分线,
 $\therefore \angle MOD = \angle NOB = 90^\circ, BO = DO$.
 在 $\triangle MOD$ 和 $\triangle NOB$ 中,

$$\begin{cases} \angle MDO = \angle NBO, \\ BO = DO, \\ \angle MOD = \angle NOB, \end{cases}$$
 $\therefore \triangle MOD \cong \triangle NOB$,
 $\therefore MO = NO$,
 $\therefore$ 四边形 $BMDN$ 是菱形.
 (2) 解: 设 $BM = x$, 则 $MD = x, AM = 8 - x$.
 在 $Rt\triangle BAM$ 中, 有 $AM^2 + AB^2 = BM^2$,

$$\therefore (8-x)^2 + 4^2 = x^2,$$

解得 $x = 5$, 即 $MD = 5$.

7. (1) 如图所示:



(2) 证明: 如图, $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE = \angle EBF.$$

$$\because \angle EBF = \angle AEB,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB = AE.$$

$$\text{又 } \because AO \perp BE,$$

$$\therefore BO = EO.$$

在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle FBO$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABO = \angle FBO, \\ BO = BO, \end{cases}$$

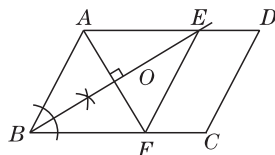
$$\angle AOB = \angle BOF,$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle FBO,$$

$$\therefore AO = FO.$$

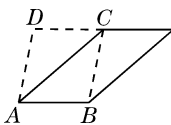
$$\because AF \perp BE, BO = EO, AO = FO,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABFE \text{ 为菱形}.$$



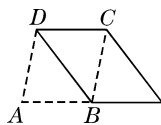
8. C

9. (1) 如图所示:



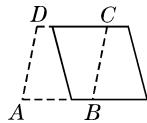
周长为 26

(2) 如图所示:



周长为 22

(3) 答案示例:



22.6 正方形

- (1)20, 25 (2)67.5° (3)75°
 (4)8 (5)112.5° (6)15°, 45°
 (7)22.5° (8)540° (9)5 cm
 (10)对角线相互垂直且相等的四边形
- (1)C (2)C (3)D (4)A (5)C (6)B
 (7)D (8)A (9)B
- 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, 且 $AE = AD$,
 $\therefore \angle AED = \angle ADE = 75^\circ$,

$$\therefore \angle DAE = 30^\circ.$$

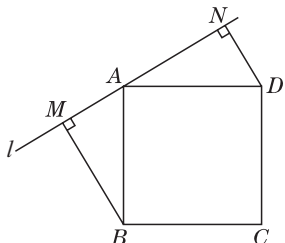
又 $\because$ 在 $\triangle ABE$ 中,

$$\angle BAE = \angle DAE + \angle BAD = 120^\circ,$$

而 $AB = AD = AE$,

$$\therefore \angle AEB = \angle ABE = 30^\circ.$$

4. 解: 情况 1, 如图,



$$\because \angle NAD + \angle BAM = 90^\circ,$$

$$\angle MBA + \angle BAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NAD = \angle MBA.$$

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DAN$ 中,

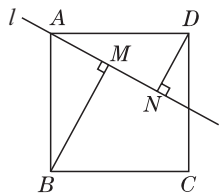
$$\begin{cases} \angle AND = \angle AMB, \\ \angle NAD = \angle MBA, \\ AD = AB, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle DAN,$$

$$\therefore AM = DN = 3, AN = BM = 5,$$

$$\therefore MN = AM + AN = 8.$$

情况 2, 如图, 在正方形 $ABCD$ 中,



$$\because \angle DAN + \angle BAM = 90^\circ,$$

$$\angle MBA + \angle BAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NAD = \angle MBA.$$

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DAN$ 中,

$$\begin{cases} \angle AND = \angle AMB, \\ \angle NAD = \angle MBA, \\ AD = AB, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle DAN,$$

$$\therefore AM = DN = 3, AN = BM = 5,$$

$$\therefore MN = AN - AM = 2.$$

综上所述, MN 的长为 2 或 8.

5. (1) 证明: 方法一, $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD = CD, \angle ADP = \angle CDP.$$

在 $\triangle ADP$ 和 $\triangle CDP$ 中,

$$\begin{cases} AD = CD, \\ \angle ADP = \angle CDP, \\ PD = PD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADP \cong \triangle CDP,$$

$$\therefore PA = PC.$$

$$\because PA = PE,$$

$$\therefore PC = PE.$$

方法二, $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore$ 直线 BD 是正方形的一条对称轴.

点 A, C 关于 BD 对称,

又 $\because P$ 是 BD 上一点,

$$\therefore PA = PC.$$

$$\because PA = PE,$$

$$\therefore PC = PE.$$

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle E + \angle DFE = 90^\circ.$$

$$\because PA = PE,$$

$$\therefore \angle PAD = \angle E.$$

$$\text{又} \because \triangle ADP \cong \triangle CDP,$$

$$\therefore \angle PAD = \angle PCD,$$

$$\therefore \angle PCD = \angle E.$$

$$\because \angle PFC = \angle DFE,$$

$$\therefore \angle PCD + \angle PFC = \angle E + \angle DFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CPE = 90^\circ.$$

(3) 解: $CE = PA$, 理由如下:

同(1)理易证 $\triangle ADP \cong \triangle CDP$,

$$\therefore PA = PC, \angle PAD = \angle PCD.$$

$$\because PA = PE,$$

$$\therefore PC = PE, \angle PAD = \angle PEA,$$

$$\therefore \angle PEA = \angle PCD.$$

$$\because \angle EFC = \angle CPE + \angle PCD = \angle CDE + \angle PEA,$$

$$\therefore \angle CPE = \angle CDE.$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC = 120^\circ$,

$$\therefore \angle ADC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CPE = 60^\circ.$$

$$\text{又} \because PC = PE,$$

$$\therefore \triangle PCE \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore CE = PE.$$

$$\text{又} \because PE = PA,$$

$$\therefore CE = PA.$$

6. 解: (1) 四边形 $EFGH$ 是正方形.

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

$$AB = BC = CD = DA.$$

$$\therefore HA = EB = FC = GD,$$

$$\therefore AE = BF = CG = DH,$$

$$\therefore \triangle AEH \cong \triangle BFE \cong \triangle CGF \cong \triangle DHG,$$

$$\therefore EF = FG = GH = HE,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形.

$$\therefore \triangle DHG \cong \triangle AEH,$$

$$\therefore \angle DHG = \angle AEH.$$

$$\therefore \angle AEH + \angle AHE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DHG + \angle AHE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GHE = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是正方形.

$$(2) \because HA = EB = FC = GD = 1 \text{ cm},$$

$$AB = BC = CD = AD = 3 \text{ cm},$$

$$\therefore GF = EF = EH = GH = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{ (cm)}.$$

由(1)知, 四边形 $EFGH$ 是正方形,

$$\therefore GO = OF, \angle GOF = 90^\circ.$$

$$\text{由勾股定理得 } GO = OF = \frac{\sqrt{10}}{2} \text{ (cm)},$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{阴影}} &= \left(\frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{\sqrt{10}}{2} \right)^2 - S_{\text{正方形}ABCD} \\ &= 10 - 9 = 1 \text{ (cm}^2\text{)}. \end{aligned}$$

7. (1) $AF = BE$, $AF \perp BE$.

(2) 结论成立.

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = AD = CD, \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ.$$

在 $\triangle EAD$ 和 $\triangle FDC$ 中,

$$\begin{cases} AE = DF, \\ DE = CF, \\ AD = CD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAD \cong \triangle FDC.$$

$$\therefore \angle EAD = \angle FDC.$$

$$\therefore \angle EAD + \angle DAB = \angle FDC + \angle CDA, \text{ 即}$$

$$\angle BAE = \angle ADF.$$

$$\text{在 } \triangle BAE \text{ 和 } \triangle ADF \text{ 中,}$$

$$\begin{cases} AB = AD, \\ \angle BAE = \angle ADF, \\ AE = DF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle ADF.$$

$$\therefore BE = AF, \angle ABE = \angle DAF.$$

$$\therefore \angle DAF + \angle BAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle BAF = 90^\circ,$$

$$\therefore AF \perp BE.$$

$$\therefore AF \perp BE.$$

(3) 结论都成立.

22.7 多边形的内角和与外角和

1. (1) 锐角 (2) 8 (3) 35

$$(4) 72^\circ, 36^\circ, 72^\circ \quad (5) 30^\circ, 60^\circ \quad (6) 15$$

$$(7) 十 \quad (8) 120^\circ, 720^\circ$$

2. (1) A (2) B (3) B (4) D (5) C

$$(6) A \quad (7) B \quad (8) C \quad (9) C$$

3. 解: 根据四边形内角和定理, 得

$$\angle A + (\angle A + 20^\circ) + 2\angle A + 60^\circ = 360^\circ.$$

解得 $\angle A = 70^\circ$.

$$\therefore \angle A = 70^\circ, \angle B = 90^\circ, \angle C = 140^\circ.$$

4. 270°

5. 解: 设这个多边形的边数是 n , 除去的这个内角是 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$),

由题意, 得方程 $(n-2) \times 180^\circ - \alpha = 2\,000^\circ$.

化简, 得 $\alpha = 180^\circ n - 2\,360^\circ$.

$$\therefore 0^\circ < \alpha < 180^\circ,$$

$$\therefore 0^\circ < 180^\circ n - 2\,360^\circ < 180^\circ,$$

$$2\,360^\circ < 180^\circ n < 2\,540^\circ,$$

$$\therefore 13.11 < n < 14.11, n \text{ 取整数,}$$

$$\text{所以 } n = 14.$$

6. 解: 设这个多边形的边数是 n , 其中一个内角为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 则这个内角的补角是 $180^\circ - \alpha$, 根据题意, 得

$$(180^\circ - \alpha) + (n-2) \times 180^\circ - \alpha = 660^\circ.$$

化简整理, 得 $\alpha = 90^\circ n - 420^\circ$.

由 $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, 得

$$0^\circ < 90^\circ n - 420^\circ < 180^\circ,$$

$$420^\circ < 90^\circ n < 600^\circ, 4\frac{2}{3} < n < 6\frac{2}{3}, n \text{ 取整数,}$$

$$\text{所以 } n = 5 \text{ 或 } 6.$$

7. 四边形: 2 条. 五边形: 5 条. 六边形: 9 条.

$$n \text{ 边形: } \frac{n(n-3)}{2} \text{ 条.}$$

8. 解: 按规定, $\angle M + \angle N = 100^\circ + 140^\circ = 240^\circ$.

$$\therefore \text{六边形的内角和为 } 720^\circ,$$

$\therefore$ 实际上, $\angle M + \angle N = 720^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 145^\circ - 158^\circ = 237^\circ \neq 240^\circ$,
因此这个模板不合格.

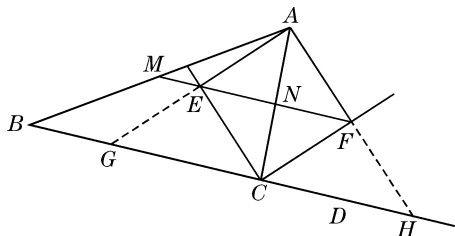
回顾与反思

- (1)4 (2) $AC=BD$ (答案不唯一)
(3)①②④ (4) $\sqrt{5}$ (5)5
- (1)B (2)D (3)A (4)B (5)A (6)D
(7)C (8)A (9)B (10)C (11)D
- 解:可添加的条件是:连接 BE , 过点 D 作 $DF \parallel BE$ 交 BC 于点 F , 构造的全等三角形是 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$.
理由: $\because AD \parallel BC, DF \parallel BE$,
 $\therefore$ 四边形 $BFDE$ 是平行四边形,
 $\therefore BF = DE = \frac{1}{2}AD$,
 $\therefore F$ 是 BC 的中点,
 $\therefore AE = CF$.
在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$ 中,
$$\begin{cases} AB = CD, \\ \angle A = \angle C, \\ AE = CF, \end{cases}$$

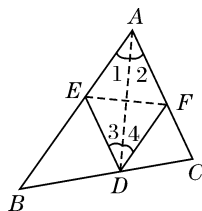
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$.
- (1)证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore BC = CD, \angle ECB = \angle ECD = 45^\circ$.
又 $EC = EC$,
 $\therefore \triangle BEC \cong \triangle DEC$.
(2)解: $\because \triangle BEC \cong \triangle DEC$,
 $\therefore \angle BEC = \angle DEC = \frac{1}{2} \angle BED$.
 $\because \angle BED = 120^\circ$,
 $\therefore \angle BEC = \angle AEF = 60^\circ$,
 $\therefore \angle EFD = \angle AEF + \angle FAE = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$.
- 不变化.
证明: $\because DE \parallel AC, DF \parallel AB$,
 $\therefore$ 四边形 $AEDF$ 为平行四边形,
 $\therefore DF = AE$.
又 $\because AB = AC$,
 $\therefore \angle B = \angle C$.
 $\because ED \parallel AC$,
 $\therefore \angle EDB = \angle C$,
 $\therefore \angle B = \angle EDB$,
 $\therefore DE = BE$,

$\therefore DE + DF = BE + AE = AB$.

- (1)证明: $\because CE, CF$ 分别是 $\angle ACB$ 及 $\angle ACB$ 的邻补角 $\angle ACD$ 的平分线,
 $\therefore \angle FCE = 90^\circ$.
又 $\because AE \perp CE, AF \perp CF$,
 $\therefore \angle AEC = \angle AFC = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 $AECF$ 是矩形.
(2) $MN \parallel BC$.
证明: 如图, 延长 AE 交 BC 于点 G , 延长 AF 交 BC 的延长线于点 H ,
 $\because CE$ 平分 $\angle ACB, CE \perp AE$,
 $\therefore \triangle AEC \cong \triangle GEC$,
 $\therefore EA = EG$.
同理可得 $FA = FH$.
 $\therefore EF$ 是 $\triangle AGH$ 的中位线,
 $\therefore EF \parallel GH$,
 $\therefore MN \parallel BC$.



- 提示: 连接 DB 和 AC , 证明 $\triangle AEC \cong \triangle DEB$, 则对角线 $DB = AC$, 由四边形的中点四边形性质可知, 四边形 $PQMN$ 为菱形.
- 证明: 如图, 由第一次折叠可知 AD 为 $\angle CAB$ 的平分线,
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$.
由第二次折叠可知 $\angle CAB = \angle EDF$,
从而, $\angle 3 = \angle 4$.
 $\because AD$ 是 $\triangle AED$ 和 $\triangle AFD$ 的公共边,
 $\therefore \triangle AED \cong \triangle AFD$,
 $\therefore AE = AF, DE = DF$.
又由第二次折叠可知 $AE = ED, AF = DF$,
 $\therefore AE = ED = DF = AF$,
 $\therefore$ 四边形 $AEDF$ 是菱形.
- (1) 四边形 $EGFH$ 是平行四边形.
证明: $\because \square ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O ,
 $\therefore$ 点 O 是 $\square ABCD$ 的对称中心,
 $\therefore EO = FO, GO = HO$.
 $\therefore$ 四边形 $EGFH$ 是平行四边形.



(2) 四边形 $EGFH$ 是菱形.

证明: 由(1)得四边形 $EGFH$ 是平行四边形,

又 $\because EF \perp GH$,

$\therefore$ 四边形 $EGFH$ 是菱形.

(3) 四边形 $EGFH$ 仍是菱形.

(4) 四边形 $EGFH$ 是正方形.

证明: $\because AC = BD$,

$\therefore \square ABCD$ 是矩形.

又 $\because AC \perp BD$,

$\therefore \square ABCD$ 是菱形,

$\therefore \square ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$, $\angle GBO = \angle FCO = 45^\circ$,

$OB = OC$.

$\because EF \perp GH$,

$\therefore \angle GOF = 90^\circ$,

$\therefore \angle BOG = \angle COF$,

$\therefore \triangle BOG \cong \triangle COF$.

$\therefore OG = OF$.

同理 $OE = OH$.

$\therefore GH = EF$.

由(1)知四边形 $EGFH$ 是平行四边形,

又 $\because EF \perp GH$, $EF = GH$,

$\therefore$ 四边形 $EGFH$ 是正方形.

10. (1) 提示: $AC = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$, $EF = \frac{\sqrt{3}}{2} AE =$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} AB, AC = EF.$$

(2) 提示: $\angle DAF = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ = \angle EFA$,

$AD \parallel EF$ 且 $AD = EF$,

$\therefore$ 四边形 $ADFE$ 是平行四边形.

11. $\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\sqrt{3}$

12. ①②④⑤, 证明略.

单元测试卷

一、选择题

1. C 2. D 3. D 4. B 5. C 6. D
7. A 8. C 9. C 10. C 11. A 12. C

二、填空题

13. 如 $AD = BC$, 答案不唯一 14. 20

15. 108° 16. ⑤ 17. 120 18. 17

三、解答题

19. 证明: $\because D, E, F$ 分别为 AB, BC, CA 的

中点,

$\therefore DF \parallel BC, DE \parallel AC$,

$\therefore$ 四边形 $DECF$ 是平行四边形.

20. (1) 证明: $\text{Rt}\triangle DEC$ 是由 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 C 旋转 60° 得到,

$\therefore AC = DC, \angle ACB = \angle ACD = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形,

$\therefore AD = DC = AC$.

又 $\because \text{Rt}\triangle ABF$ 是由 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿 AB 所在直线翻转 180° 得到,

$\therefore AC = AF, \angle ABF = \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle FBC$ 是平角,

$\therefore F, B, C$ 三点共线,

$\therefore \triangle AFC$ 是等边三角形,

$\therefore AF = FC = AC$,

$\therefore AD = DC = FC = AF$,

$\therefore$ 四边形 $AFCD$ 是菱形.

(2) 四边形 $ABCG$ 是矩形.

证明: 由(1)知 $\triangle ACD$ 是等边三角形, $DE \perp AC$ 于点 E ,

$\therefore AE = EC$.

$\because AG \parallel BC$,

$\therefore \angle EAG = \angle ECB, \angle AGE = \angle EBC$,

$\therefore \triangle AEG \cong \triangle CEB$,

$\therefore AG = BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCG$ 是平行四边形,

又 $\because \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABCG$ 是矩形.

21. 证明: (1) $\because DE \perp AG, BF \perp AG$,

$\therefore \angle AED = \angle AFB = 90^\circ$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $DE \perp AG$,

$\therefore \angle BAF + \angle DAE = 90^\circ$,

$\angle ADE + \angle DAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAF = \angle ADE$.

又在正方形 $ABCD$ 中, $AB = AD$.

在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle DAE$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFB = \angle AED, \\ \angle BAF = \angle ADE, \\ AB = DA, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DAE$.

(2) $\because \triangle ABF \cong \triangle DAE$,

$\therefore AE = BF, DE = AF$.

又 $\because AF = AE + EF$,