

第二十一章 一次函数

21.1 一次函数(一)

• 知识点拨

一般地,我们把形如 $y=kx$ (k 为常数,且 $k \neq 0$) 的函数,叫做正比例函数.其中,非 0 常数 k 叫做比例系数.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1)若函数 $y=(m-1)x^{m-3}$ 是正比例函数,则 $m=$ _____.

(2)已知正比例函数 $y=2x$,当 $x=3$ 时,函数值 $y=$ _____.

(3)已知正比例函数 $y=-x$,当 $y=-3$ 时,自变量 x 的值是_____.

(4)已知正比例函数 $y=kx$,当自变量 x 的值为 -4 时,函数值 $y=20$,则比例系数 $k=$ _____.

2. 选择题.

(1)下列关系中的两个量成正比例的是 ()

- A. 从甲地到乙地,所用的时间和速度
- B. 圆的面积与半径
- C. 买单价相同的作业本所要的钱数和作业本的数量
- D. 人的体重与年龄

(2)下列说法中,不成立的是 ()

- A. 在 $y=3x-1$ 中, $y+1$ 与 x 成正比例
- B. 在 $y=-\frac{x}{2}$ 中, y 与 x 成正比例
- C. 在 $y=2(x+1)$ 中, y 与 $x+1$ 成正比例
- D. 在 $y=x+3$ 中, y 与 x 成正比例

(3)若函数 $y=(2m+6)x^2+(1-m)x$ 是正比例函数,则 m 的值是 ()

- A. $m=-3$
- B. $m=1$
- C. $m=3$
- D. $m>-3$

3. 向容积为 600 L 的空水池内注水,注水速度为 15 L/min. 设水池中的水量为 Q (L),注水时间为 t (min).

(1)请写出 Q 与 t 之间的函数关系式.(不必写出自变量的取值范围)

(2)当注水时间为 12 min 时,水池中的水量是多少升?

(3)注水多长时间可以将水池注满?

4. 写出下列各题中 y 与 x 的函数关系式,并判断 y 是不是 x 的正比例函数.

(1)电报收费标准是每个字 0.1 元,电报费 y (元)与字数 x (个)的关系.

(2)地面气温是 $28\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，高度每升高 1 km ，气温下降 $6\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，气温 $y(^{\circ}\text{C})$ 与高度 $x(\text{km})$ 的关系.

(3)圆的面积 $y(\text{cm}^2)$ 与半径 $x(\text{cm})$ 的关系.

• 数学思考

5. 中国人饮食中食盐的含量偏高，据研究，成年人每人每天的食盐摄入量以不超过 6 g 为宜. 为控制食盐摄入量，某市向每个家庭发放了一个盐勺(容量为 2 g). 设某家庭人口为 x ，每天所摄入食盐的勺数的最大值为 y .

(1)当 $x=3$ 时， y 的值是多少？

(2)写出 y 与 x 之间的函数关系式. (不必写出自变量的取值范围)

6. 已知 $y-1$ 与 $x+1$ 成正比例，且当 $x=-2$ 时， $y=-1$. 当 $x=-5$ 时， y 的值是多少？

7. 已知 $y+3$ 和 $2x-1$ 成正比例，且当 $x=2$ 时， $y=1$.

(1)写出 y 与 x 的函数表达式.

(2)当 $0 \leq x \leq 3$ 时， y 的最大值和最小值分别是多少？

• 解决问题

8. 已知 $y=y_1+y_2$, y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x^2 成正比例. 且当 $x=1$ 时, $y=6$; 当 $x=3$ 时, $y=8$. 求 y 关于 x 的函数表达式.



9. 在函数 $y=-3x$ 的图像上取一点 P , 过点 P 作 $PA \perp x$ 轴交 x 轴于点 A . 已知点 P 的横坐标为 -2 , 求 $\triangle POA$ 的面积. (O 为坐标原点)

21.1 一次函数(二)

• 知识点拨

1. 一般地, 我们把形如 $y=kx+b$ (k, b 为常数, 且 $k \neq 0$) 的函数, 叫做一次函数.

2. 对于一次函数 $y=kx+b$, 当 $b=0$ 时, 它就转化为 $y=kx$.

3. 正比例函数是一次函数的特殊形式.

• 知识与技能

1. 判断题.

(1) 一次函数是正比例函数. ()

(2) 正比例函数是一次函数. ()

(3) $x+2y=5$ 是一次函数. ()

(4) $2y-x=0$ 是正比例函数. ()

2. 填空题.

(1) 函数 ① $y=-2x+3$, ② $x+y=1$, ③ $xy=1$, ④ $y=\sqrt{x}+1$, ⑤ $y=\frac{1}{2}x^2+1$, ⑥ $y=0.5x$

中, 属于一次函数的有 _____, 属于正比例函数的有 _____. (只填序号)

(2) 要使 $y=(m-2)x^{n-1}+n$ 是关于 x 的一次函数, m, n 应满足 _____、_____.

(3) 一辆汽车由天津开往相距 120 km 的北京, 若它的平均速度为 60 km/h, 则汽车距北京的路程 s (km) 与行驶时间 t (h) 之间的函数关系式是 _____.

3. 选择题.

(1) 下列说法不正确的是 ()

- A. 一次函数不一定是正比例函数
 B. 不是一次函数就一定不是正比例函数
 C. 正比例函数是特殊的一次函数
 D. 不是正比例函数就一定不是一次函数

(2) 下列函数中, 一次函数的个数为 ()

- ① $y=2x$; ② $y=3+4x$; ③ $y=\frac{1}{2}$; ④ $xy=3$;
 ⑤ $y=ax(a \neq 0)$; ⑥ $2x+3y-1=0$.

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

(3) 设圆的面积为 S ，半径为 r ，下列说法正确的是 ()

- A. S 是 r 的一次函数
 B. S 是 r 的正比例函数
 C. S 是 r^2 的正比例函数
 D. 以上说法都不正确

4. 已知一次函数 $y = 0.5x + \frac{4}{3}$.

(1) 当 x 为何值时， $y = -\frac{2}{3}$?

(2) 当 y 为何值时， $x = 0$?

• 数学思考

5. 某生态公园计划在园内的坡地上种植一片有两种树的混合林，需要购买这两种树苗 2 000 棵，种植两种树苗的相关信息如下表：

品种	单价/ (元/棵)	成活率	劳务费/ (元/棵)
A	15	95%	3
B	20	99%	4

设购买 A 种树苗 x 棵，种植这片混合林的总费用为 y 元.

(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式.

(2) 假设这批树苗种植后成活了 1 960 棵，则种植这片混合林的总费用是多少元?

6. 一辆汽车的油箱中现有汽油 50 L. 如果不再加油，那么油箱中的余油量 y (L) 随行驶里程 x (km) 的增加而减少. 已知平均每千米的耗油量为 0.1 L，回答下列问题.

(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式.

(2) 写出自变量 x 的取值范围.

(3) 汽车行驶 200 km 时, 油箱中还有多少油?

(4) 汽车最多可行驶多少千米?

7. 已知函数 $y = (k-1)x^{|k|} + k^2 - 4$ 是关于 x 的一次函数, 求 $(3k+2)^{2017}$ 的值.

• 解决问题

8. 某书定价为 25 元, 如果一次购买 20 本以上, 超过 20 本的部分打八折. 写出付款金额 y (元) 与购书数量 x (本) 之间的函数关系式.

9. 某移动通信公司开设了两种通信业务: 业务 A 的使用者先缴 50 元月租费, 然后每通话 1 min, 再付通话费 0.2 元; 业务 B 的使用者不缴月租费, 每通话 1 min, 付通话费 0.4 元. 若一个月内通话 x min, 两种通信业务的费用分别为 y_1 元和 y_2 元.



(1) 分别写出 y_1, y_2 与 x 之间的函数关系式.

(2) 一个月内通话多少分钟时, 两种通信业务的费用相同.

(3) 若某人预计一个月内使用话费 200 元, 则选择哪种通信业务较合算?

21.2 一次函数的图像和性质(一)

• 知识点拨

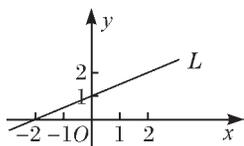
1. 已知函数表达式, 通过列表、描点和连线, 可以在直角坐标系中画出这个函数的图像.
2. 一般地, 一次函数的图像为一条直线.
3. 画一次函数的图像时, 只要确定两个点就可以画出图像了.

• 知识与技能

1. 填空题.

- (1) 直线 $y=4x-2$ 与 x 轴的交点是 _____, 与 y 轴的交点是 _____.
- (2) 点 $(-3, a)$ 在一次函数 $y=-2x-6$ 的图像上, 则 $a=$ _____.
- (3) 已知点 $(3, 5)$ 在直线 $y=ax+b$ (a, b 为常数, 且 $a \neq 0$) 上, 则 $\frac{a}{b-5}$ 的值为 _____.

- (4) 如图, 直线 L 是一次函数 $y=kx+b$ 的图像, 则 $k=$ _____, $b=$ _____.



第1(4)题

2. 选择题.

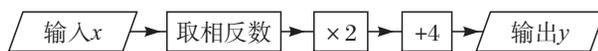
- (1) 下列四个点中, 不在直线 $y=2x-3$ 上的是 ()

A. $(1, -1)$	B. $(0, -3)$
C. $(2, 1)$	D. $(-1, 5)$
- (2) 一个正比例函数的图像经过点 $(2, -1)$, 那么这个正比例函数的表达式为 ()

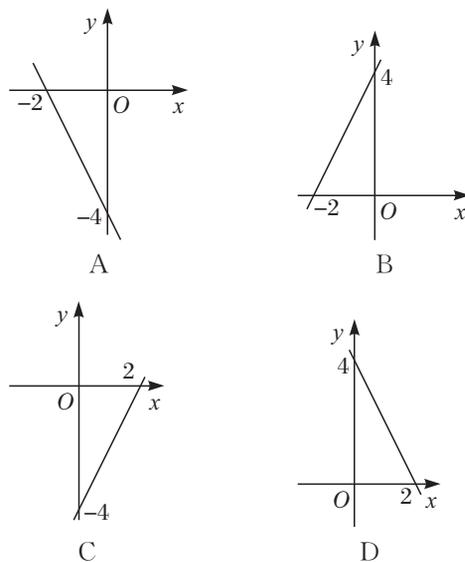
A. $y=2x$	B. $y=-2x$
C. $y=\frac{1}{2}x$	D. $y=-\frac{1}{2}x$

• 数学思考

3. 在如图所示的计算程序中, y 与 x 之间的函数关系式所对应的图像是 ()



第3题



• 解决问题

4. 画出直线 $y=-2x+2$ 的图像, 并根据图像回答下列问题:

- (1) 分别写出直线与 x 轴, y 轴的交点的坐标.
- (2) 直线与坐标轴围成的三角形的面积是多少?

21.2 一次函数的图像和性质(二)

• 知识点拨

对于一次函数 $y=kx+b$, 系数 k 与常数 b 决定着它的性质:

1. 当 $k>0$ 时, y 的值随 x 的值增大而增大, 图像从左向右是上升的; 当 $k<0$ 时, y 的值随 x 的值增大而减小, 图像从左向右是下降的.

2. 它的图像是经过 y 轴上的点 $(0, b)$ 的一条直线.

3. 当 $b=0$ 时, 正比例函数 $y=kx$ 的图像是经过原点的一条直线; 当 $b\neq 0$ 时, 直线 $y=kx+b$ 一定不经过原点.

4. (1) $k>0, b>0 \Leftrightarrow y=kx+b$ 的图像过第一、二、三象限.

(2) $k>0, b<0 \Leftrightarrow y=kx+b$ 的图像过第一、三、四象限.

(3) $k<0, b>0 \Leftrightarrow y=kx+b$ 的图像过第一、二、四象限.

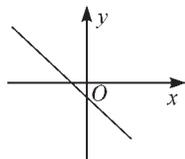
(4) $k<0, b<0 \Leftrightarrow y=kx+b$ 的图像过第二、三、四象限.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 一次函数 $y=-2x+4$ 的图像经过的象限是_____, 它与 x 轴的交点坐标是_____, 与 y 轴的交点坐标是_____, y 随 x 的增大而_____.

(2) 一次函数 $y=kx+b$ 的图像如图所示, 则 k _____ 0 , b _____ 0 . (填“ $>$ ”“ $=$ ”或“ $<$ ”)



第 1(2)题

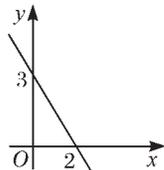
(3) 已知一次函数 $y=-6x+1$, 当 $-3\leq x\leq 1$ 时, y 的取值范围是_____.

2. 选择题.

(1) 下列函数中, y 随 x 的增大而减小的函数是 ()

- A. $y=2x+8$ B. $y=-2+4x$
C. $y=-2x+8$ D. $y=4x$

(2) 一次函数 $y=kx+b$ 的图像如图所示, 当 $y>0$ 时, x 的取值范围是 ()



第 2(2)题

- A. $x<0$ B. $x>0$
C. $x<2$ D. $x>2$

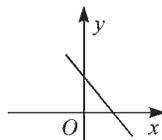
(3) 已知直线 $y=kx+b (k\neq 0)$ 与 x 轴, y 轴都交于负半轴, 则 ()

- A. $k>0, b>0$ B. $k<0, b<0$
C. $k>0, b<0$ D. $k<0, b>0$

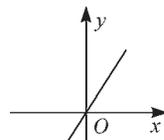
(4) 已知正比例函数 $y=(2m-1)x$ 的图像上两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 当 $x_1<x_2$ 时, 有 $y_1<y_2$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m<\frac{1}{2}$ B. $m>\frac{1}{2}$
C. $m<2$ D. $m>2$

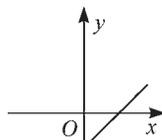
(5) 函数 $y=mx+m$ 的图像可能是 ()



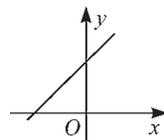
A



B



C



D

(6)在同一直角坐标系中,对于函数① $y = -x - 1$, ② $y = x + 1$, ③ $y = -x + 1$, ④ $y = -2(x + 1)$ 的图像,下列说法正确的是 ()

- A. 通过点 $(-1, 0)$ 的是①和③
- B. 与 y 轴的交点在 y 轴上方的是②和④
- C. 互相平行的是①和③
- D. 与 x 轴平行的是②和③

3. 关于一次函数提供如下信息:

(1)其图像是一条直线.

(2)该直线经过 $(0, 0)$, $(1, -a)$, $(a, -4)$

三点.

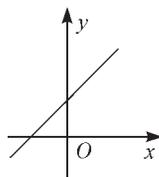
(3)函数值 y 随自变量 x 的值的增大而减少.

根据这些信息,你能确定此函数的表达式吗?如果能,请写出你的解题思路;如果不能,说明还应增加哪些条件.

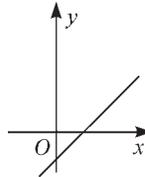
• 数学思考

4. 已知正比例函数 $y = kx$ 的函数值 y 随 x 的增大而减小,则一次函数 $y = x + k$ 的图像可能是

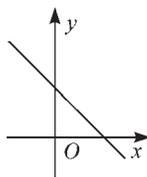
()



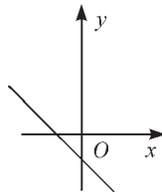
A



B



C



D

5. 已知一次函数 $y = -3x + 6$.

(1)求图像与 x 轴的交点 A 的坐标,与 y 轴的交点 B 的坐标.



(2)求图像与坐标轴所围成三角形的面积.

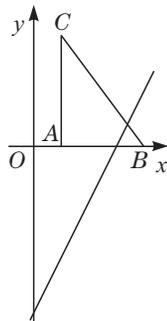
(3)求 AB 的长.

6. (1)已知关于 x 的一次函数 $y=(2k-3)x+k-1$ 的图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方, 且 y 随 x 的增大而减小, 求 k 的取值范围.

(2)已知函数 $y=(4m-3)x$ 是正比例函数, 且 y 随 x 的增大而增大, 求 m 的取值范围.

• 解决问题

7. 如图, 把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 放在直角坐标系内, 其中 $\angle CAB=90^\circ$, $BC=5$. 点 A, B 的坐标分别为 $(1, 0), (4, 0)$. 将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向右平移, 当点 C 落在直线 $y=2x-6$ 上时, 求线段 BC 扫过的面积.



第 7 题

8. 某商场计划购进 A, B 两种新型计算器共 50 个, 这两种计算器的进价、售价如表所示:

类型	价格	
	进价/(元/个)	售价/(元/个)
A 型	40	60
B 型	65	100

(1)设商场购进 A 型计算器 x 个, 销售完这批计算器可获利 y 元, 求 y 关于 x 的函数表达式.

(2)在每种计算器销售利润不变的情况下,若该商场销售计算器的总利润不得少于1400元,则至少需购进B型计算器多少个?

21.3 用待定系数法确定一次函数表达式

• 知识点拨

1. 先设出函数表达式,再根据已知条件确定表达式中未知的系数,从而求出函数表达式的方法,叫做待定系数法.

2. 用待定系数法求一次函数表达式的一般步骤:

(1)设一次函数表达式为 $y=kx+b$.

(2)根据条件,列出关于 k 与 b 的二元一次方程组.

(3)解这个方程组,求出 k 与 b 的值,从而得到一次函数表达式.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1)已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过点 $A(0, -2)$ 和 $B(1, 0)$, 则 $k=$ _____, $b=$ _____.

(2)已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过 $A(1, -1)$, $B(-1, 3)$ 两点, 则 k _____ 0. (填“>”或“<”)

2. 选择题.

(1)已知正比例函数 $y=kx$ 的图像经过点 $(1, -2)$, 则正比例函数的表达式为 ()

A. $y=2x$ B. $y=-2x$

C. $y=\frac{1}{2}x$ D. $y=-\frac{1}{2}x$

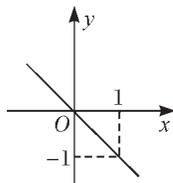
(2)根据下表中一次函数的自变量 x 与函数 y 的对应值, 可得 p 的值为 ()

x	-2	0	1
y	3	p	0

A. 1 B. -1

C. 3 D. -3

(3)正比例函数的图像如图所示, 则这个函数的表达式为 ()



第2(3)题

A. $y=x$ B. $y=-2x$

C. $y=-x$ D. $y=-\frac{1}{2}x$

(4)若一次函数的图像经过点 $(2, 1)$ 和 $(1, 5)$, 则这个一次函数是 ()

A. $y=4x+9$ B. $y=4x-9$

C. $y=-4x+9$ D. $y=-4x-9$

(5)已知点 P 的横坐标与纵坐标之和为1, 且该点在直线 $y=x+3$ 上, 则点 P 的坐标是 ()

A. $(-7, 8)$ B. $(-5, 6)$

C. $(-4, 5)$ D. $(-1, 2)$

(6)若点 $A(-4, 0)$, $B(0, 5)$, $C(m, -5)$ 在同一条直线上, 则 m 的值是 ()

A. 8 B. 4

C. -6 D. -8

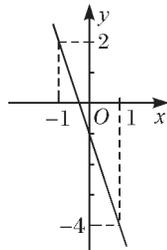
3. 已知一次函数的图像经过点 $A(2, 2)$ 和点 $B(-2, -4)$.

(1) 求直线 AB 的函数表达式.

(2) 求直线 AB 与 x 轴, y 轴的交点 C, D 的坐标, 并求出直线 AB 与坐标轴所围成的封闭图形的面积.

(3) 如果点 $M(a, \frac{1}{2})$ 和点 $N(-4, b)$ 在直线 AB 上, 求 a, b 的值.

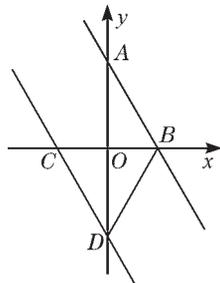
4. 如图, 已知直线上两点坐标, 请求出这条直线的表达式, 并判断点 $A(2, -6)$, $B(3, -10)$, $C(-2, 5)$ 是否在此直线上.



第 4 题

• 数学思考

5. 如图, 已知一条直线经过点 $A(0, 2)$, $B(1, 0)$, 将这条直线向左平移, 平移后的直线与 x 轴, y 轴分别交于点 C, D . 若 $DB = DC$, 求直线 CD 的函数表达式.



第 5 题

6. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像与另一个一次函数 $y=-2x-1$ 的图像相交于 y 轴上的点 A ，且位于 x 轴下方的点 $B(3, n)$ 在一次函数 $y=kx+b$ 的图像上， $n^2=9$ 。求这个函数的表达式。

• 解决问题

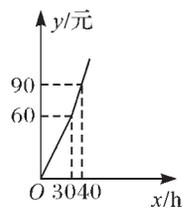
7. 地表以下岩层的温度 $t(^{\circ}\text{C})$ 随着所处的深度 $h(\text{km})$ 的变化而变化， t 与 h 在一定范围内近似地成一次函数关系。

深度/km	...	2	4	6	...
温度/ $^{\circ}\text{C}$...	90	160	230	...

(1) 根据上表，求 $t(^{\circ}\text{C})$ 与 $h(\text{km})$ 的函数关系式。

(2) 求当岩层温度达到 $1\ 700^{\circ}\text{C}$ 时，岩层所处的深度为多少千米？

8. 某市推出电脑上网包月制，每月收费 $y(\text{元})$ 与上网时间 $x(\text{h})$ 的函数关系如图所示：



第 8 题

(1) 当 $x \geq 30$ 时，求 y 与 x 之间的函数关系式。

(2) 若小李 4 月份上网 20 h，他应付上网费用多少元？

(3) 若小李 5 月份上网费用为 75 元，他在该月份的上网时间是多少小时？

21.4 一次函数的应用(一)

• 知识点拨

1. 实际问题中确定一次函数表达式的方法:

(1)文字题:由实际问题列出两个未知数的方程,再转化为函数表达式.

(2)图表和图像信息题:用待定系数法求函数表达式.

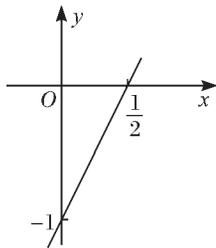
(3)由已知函数导出.

2. 一次函数没有最大(小)值,但是当自变量的取值范围不是任意数的时候,函数的图像将不再是一条直线,可能会出现最大(小)值.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1)已知函数 $y = 2x - 1$ 的图像如图所示,请根据图像回答下列问题:



第 1(1)题

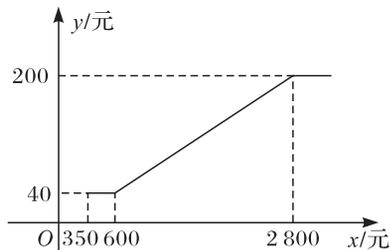
①当 $x = 0$ 时, y 的值是_____;

②当 $y = 0$ 时, x 的值是_____;

③当 x _____ 时, $y > 0$;

④当 x _____ 时, $y < 0$.

(2)下图是某企业职工养老保险个人月缴费 y (元)随个人月工资 x (元)变化的图像.请你根据图像回答下列问题:



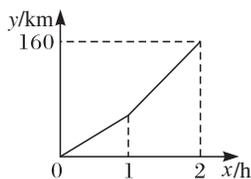
第 1(2)题

①张总工程师 5 月份工资是 3 000 元,这个月他应缴个人养老保险费_____元.

②小王 5 月份工资为 500 元,这个月他应缴个人养老保险费_____元.

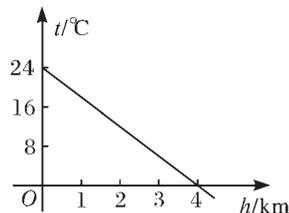
③当月工资在 600~2 800 元之间时,个人养老保险费 y (元)与月工资 x (元)之间的函数关系式为_____.

(3)一辆汽车在行驶过程中,路程 y (km)与时间 x (h)之间的函数关系如图所示,当 $0 \leq x \leq 1$ 时, y 关于 x 的函数表达式为 $y = 60x$,那么当 $1 \leq x \leq 2$ 时, y 关于 x 的函数表达式为_____.



第 1(3)题

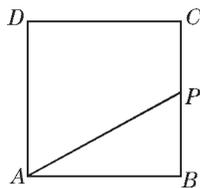
(4)自地面算起,高度每升高 1 km,气温下降若干度.某地空中气温 t ($^{\circ}\text{C}$)与高度 h (km)间的函数图像如图所示,观察图像可知:该地地面气温为_____ $^{\circ}\text{C}$,当高度 h _____ km 时,气温低于 0°C .



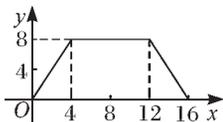
第 1(4)题

2. 选择题.

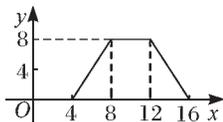
(1)如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 4, P 为正方形边上一动点,沿 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 的路径匀速移动.设点 P 经过的路径长为 x , $\triangle APD$ 的面积是 y ,则下列图像能大致反映 y 与 x 的函数关系的是 ()



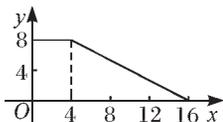
第 2(1)题



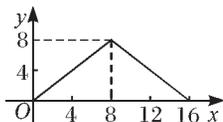
A



B

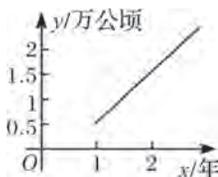


C

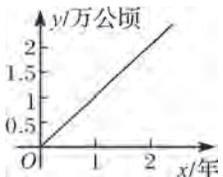


D

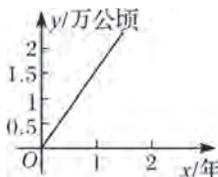
(2)某地为了改善生态环境,政府决心绿化荒山,计划第一年先植树 0.5 万公顷,以后每年比上年增加 1 万公顷,结果植树面积 y (万公顷)是时间 x (年)的一次函数,这个函数的图像是 ()



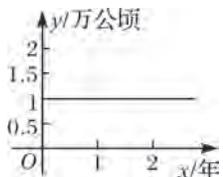
A



B

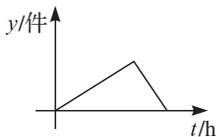


C

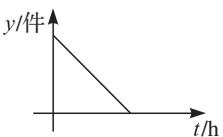


D

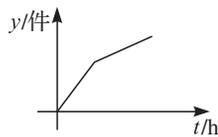
(3)某产品的生产流水线每小时可生产 100 件产品.生产前没有产品积压,生产 3 h 后安排工人装箱.若工人每小时装产品 150 件,未装箱的产品数量 y 是时间 t 的函数,那么这个函数的图像大致是 ()



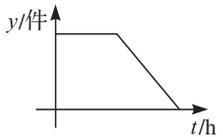
A



B

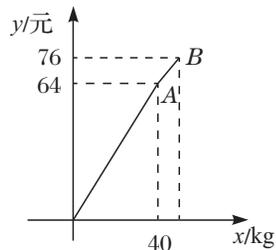


C



D

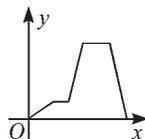
(4)小李以 0.8 元/千克的价格从批发市场购进若干千克西瓜到市场去销售,在销售了部分西瓜之后,余下的每千克降价 0.4 元,全部售完.销售金额 y 与卖瓜质量 x 之间的关系如图所示,那么小李赚了 ()



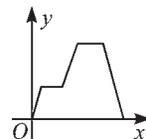
第 2(4)题

A. 32 元 B. 36 元 C. 38 元 D. 44 元

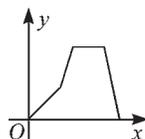
(5)一天,童童从家出发前往剧场观看演出.他先匀速步行至轻轨车站,等了一会儿,童童搭乘轻轨到剧场,演出结束后,童童搭乘邻居刘叔叔的车顺利到家.其中 x 表示童童从家出发后所用时间, y 表示童童离家的距离.能大致反映 y 与 x 的函数关系的图像是 ()



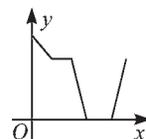
A



B

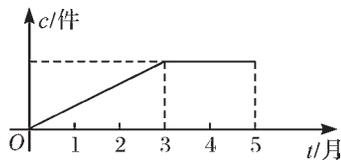


C



D

(6)某工厂今年前五个月生产某种产品的总量 c (件)关于时间 t (月)的函数图像如图所示,则该厂对这种产品来说 ()



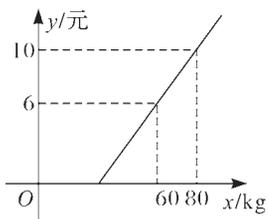
第 2(6)题

A. 1 月至 3 月每月生产总量逐月增加,4,5 两月每月生产总量逐月减少
B. 1 月至 3 月每月生产总量逐月增加,4,5 两

月每月生产总量与3月持平

- C. 1月至3月每月生产总量逐月增加, 4, 5两月均停止生产
- D. 1月至3月每月生产总量不变, 4, 5两月均停止生产

3. 某长途汽车客运公司规定旅客可随身携带一定质量的行李, 如果超过规定, 则需要购买行李票, 行李费用 y (元) 是行李质量 x (kg) 的一次函数, 其图像如图所示. 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并求自变量 x 的取值范围.



第3题

4. 某产品的生产成本为10元/件, 试销阶段这种产品的日销售量 y (件) 与产品的售价 x (元/件) 之间为一次函数关系, 并有下表中的对应值:

x /(元/件)	15	20	25	...
y /件	25	20	15	...

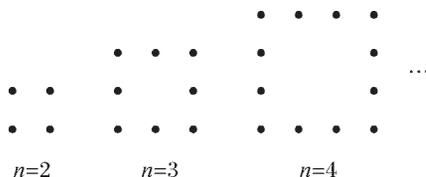
(1) 求 y 与 x 的函数关系式.



(2) 当售价定为30元/件时, 每日的销售利润是多少元?

• 数学思考

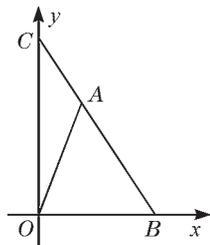
5. 观察下列各正方形图案, 每条边上有 n ($n \geq 2$) 个点, 每个图案中点的总数是 S , 按此规律求 S 与 n 的函数关系式.



6. 一个一次函数的图像与直线 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 平行, 与 x 轴, y 轴的交点分别为点 A , B , 并且过点 $(-1, -5)$, 则在线段 AB 上 (包括端点 A , B), 横、纵坐标都是整数的点的个数是 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

7. 如图, 已知点 B 的坐标为 $(4, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, 6)$, 点 A 在线段 BC 上, 且不与点 B, C 重合.



第 7 题

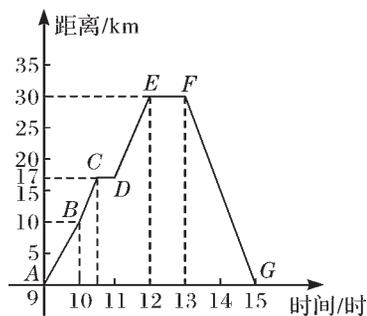
(1) 求 BC 所在直线的表达式.

(2) 设点 A 的坐标为 (x, y) , $\triangle AOB$ 的面积为 S , 求 S 关于 x 的函数表达式, 并写出 x 的取值范围.

(3) 当 $S=8$ 时, 求点 A 的坐标.

• 解决问题

8. 下图表示一辆自行车离家的距离与时间的关系, 骑车者 9 时离开家, 15 时回家. 根据这个曲线图, 回答下列问题:



第 8 题

(1) 他何时开始第一次休息? 休息多长时间? 第一次休息时, 他离家多远?

(2) 他在 9 时至 10 时和 10 时至 10 时 30 分的平均速度各是多少?

(3) 11 时 30 分和 13 时 30 分时, 他分别离家多远?

(4) 他何时离家 22 km?

21.4 一次函数的应用(二)

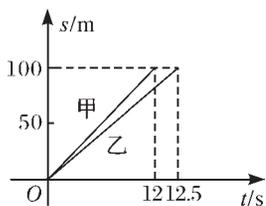
• 知识点拨

在利用图像探究“方案决策”问题的过程中,进一步体会一次函数的图像与方程(组)、不等式的内在联系,体会“数形结合”思想在数学应用中的重要地位.

• 知识与技能

1. 填空题.

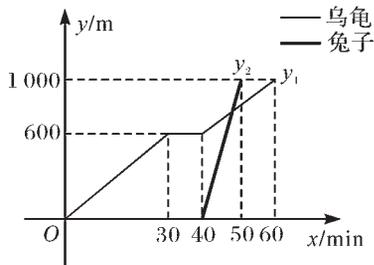
(1)甲、乙两人在一次赛跑中,路程 $s(\text{m})$ 与时间 $t(\text{s})$ 的关系如图所示:



第 1(1)题

- ①这是一次_____m 赛跑.
 ②甲、乙两人中先到达终点的是_____.
 ③乙在这次赛跑中的速度为_____.

(2)“龟兔首次赛跑”之后,输了比赛的兔子没有气馁,总结反思后,和乌龟约定再赛一场.图中的函数图像刻画了“龟兔再次赛跑”的故事(x 表示乌龟从起点出发所行的时间, y_1 表示乌龟所行的路程, y_2 表示兔子所行的路程).



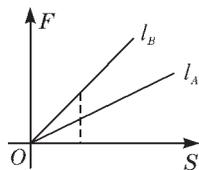
第 1(2)题

下列说法中,正确的是_____. (只填序号)

- ①“龟兔再次赛跑”的路程为 1 000 m.
 ②兔子和乌龟同时从起点出发.
 ③乌龟在途中休息了 10 min.
 ④兔子在途中 750 m 处追上乌龟.

2. 选择题.

(1)两个物体 A, B 所受的压强分别为 p_A, p_B (都为常数). 它们所受压力 F 与受力面积 S 的函数关系图像分别是射线 l_A, l_B , 已知压强 $p = \frac{F}{S}$, 则 ()

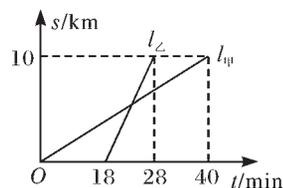


第 2(1)题

- A. $p_A < p_B$ B. $p_A = p_B$
 C. $p_A > p_B$ D. $p_A \leq p_B$

(2)甲、乙两人以相同的路线前往距离单位 10 km 的培训中心参加学习. 图中 $l_{甲}, l_{乙}$ 分别表示甲、乙两人前往目的地所走的路程 $s(\text{km})$ 随时间 $t(\text{min})$ 变化的函数图像. 以下说法中, 正确的个数是 ()

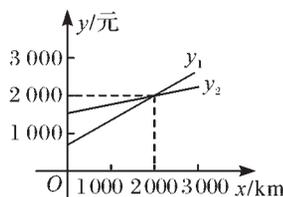
①乙比甲提前 12 min 到达; ②甲的平均速度为 15 km/h; ③乙走了 8 km 后遇到甲; ④乙出发 6 min 后追上甲.



第 2(2)题

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

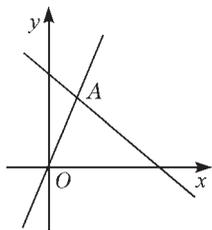
(3)某公司准备与汽车租赁公司签订租车合同. 以每月用车路程 x km 计算, 甲汽车租赁公司每月收取的租赁费为 y_1 元, 乙汽车租赁公司每月收取的租赁费为 y_2 元. 若 y_1, y_2 与 x 之间的函数关系如图所示, 其中 $x=0$ 时对应的函数值为月固定租赁费, 则下列判断中错误的是 ()



第 2(3)题

- A. 当月用车路程为 2 000 km 时, 两家汽车租赁公司租赁费用相同
- B. 当月用车路程为 2 300 km 时, 租赁乙汽车租赁公司的车比较合算
- C. 除去月固定租赁费, 甲租赁公司每公里收取的费用比乙租赁公司多
- D. 甲租赁公司平均每公里收取的费用比乙租赁公司少

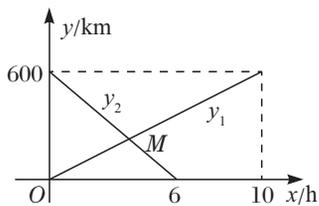
(4) 如图, 函数 $y=2x$ 和 $y=ax+4$ 的图像相交于点 $A(m, 3)$, 则不等式 $2x < ax+4$ 的解集为 ()



第 2(4) 题

- A. $x < \frac{3}{2}$
- B. $x < 3$
- C. $x > \frac{3}{2}$
- D. $x > 3$

3. 一辆客车从甲地开往乙地, 一辆出租车从乙地开往甲地, 两车同时出发. 设客车离甲地的距离为 y_1 (km), 出租车离甲地的距离为 y_2 (km), 客车行驶的时间为 x (h), y_1, y_2 与 x 之间的函数图像如图所示:



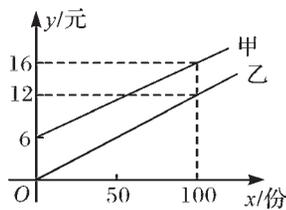
第 3 题

(1) 根据图像, 求出 y_1, y_2 关于 x 的函数关系式.

(2) 若设两车之间的距离为 s (km), 请写出 s 关于 x 的函数关系式.

(3) 甲、乙两地间有 A, B 两个加油站, 相距 200 km, 若客车进入 A 加油站加油时, 出租车恰好进入 B 加油站加油. 求 A 加油站到甲地的距离.

4. 某校实行学案式教学, 需印制若干份数学学案. 印刷厂有甲、乙两种收费方式, 除按印数收取印刷费外, 甲种方式还需收取制版费, 而乙种方式不需要. 两种收费方式的费用 y (元) 与印刷份数 x (份) 之间的函数关系如图所示:

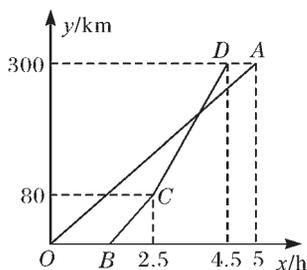


第 4 题

(1) 分别求出甲、乙两种收费方式的函数关系式.

(2)该校某年级每次需印制 100~450(含 100 和 450)份学案,选择哪种收费方式较合算?

5. 甲、乙两地相距 300 km,一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发向乙地行驶.如图,线段 OA 表示货车离甲地的距离 y (km)与时间 x (h)之间的函数关系;折线 BCD 表示轿车离甲地的距离 y (km)与时间 x (h)之间的函数关系.请根据图像解答下列问题:



第 5 题

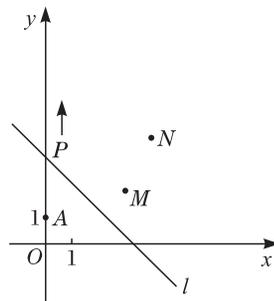
(1)轿车到达乙地时,货车距乙地多少千米?

(2)求线段 CD 对应的函数表达式.

(3)轿车到达乙地后,马上沿原路以 CD 段速度返回,货车从甲地出发后多长时间与轿车第二次相遇?(结果精确到 0.01 h)

• 数学思考

6. 如图,已知点 A, M, N 的坐标分别为 $(0, 1), (3, 2), (4, 4)$. 动点 P 从点 A 出发,沿 y 轴以每秒 1 个单位长度的速度向上移动,且过点 P 的直线 $l: y = -x + b$ 也随之移动,设移动时间为 t s.



第 6 题

(1) 当 $t=3$ 时, 求 l 的表达式.

(2) 若点 M, N 位于 l 的异侧, 试确定 t 的取值范围.

(3) 直接写出 t 为何值时, 点 M 关于 l 的对称点落在坐标轴上.

7. 已知某一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过点 $(0, -3)$, 且与正比例函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图像相交于点 $(2, a)$, 解答下列问题:

(1) 求 a 的值.

(2) 求 k 和 b 的值.

(3) 在同一直角坐标系中画出这两个函数的图像.

(4) 求这两个函数图像与 x 轴所围成的三角形的面积.

• 解决问题

8. 某文具商店销售功能相同的两种品牌的计算器. 购买 2 个 A 品牌和 3 个 B 品牌的计算器共需 156 元; 购买 3 个 A 品牌和 1 个 B 品牌的计算器共需 122 元.

(1) 求这两种品牌计算器的单价.

(2)学校开学前夕,该商店开展促销活动,具体办法如下:A品牌计算器按原价的八折销售,B品牌计算器5个以上超出部分按原价的七折销售.设购买 x 个A品牌的计算器需要 y_1 元,购买 x 个B品牌的计算器需要 y_2 元,分别求出 y_1 , y_2 关于 x 的函数关系式.

(3)小明准备联系一部分同学集体购买同一品牌的计算器,若购买计算器的数量超过5个,则购买哪种品牌的计算器更合算?请说明理由.

21.5 一次函数与二元一次方程的关系

• 知识点拨

1. 一次函数与二元一次方程的关系体现在:

(1)从形式上它们之间可以相互转化.

(2)以二元一次方程的解为坐标的点都在与它对应的函数图像上;反过来,一次函数图像上的点的坐标都是与它对应的二元一次方程组的解.

2. 以二元一次方程 $ax+by=c$ 的解为坐标的点组成的图像与一次函数 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$ 的图像相同.

3. 二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 的解可看

作两个一次函数 $y=-\frac{a_1}{b_1}x+\frac{c_1}{b_1}$ 和 $y=-\frac{a_2}{b_2}x+\frac{c_2}{b_2}$ 的图像的交点.

4. 解二元一次方程组除了代入消元法和加减消元法外还可以用图像法.用图像法来解方程组的步骤如下:

(1)把两个二元一次方程分别化成一次函数的形式.

(2)在直角坐标系中画出这两个一次函数的图像,并标出交点.

(3)交点坐标就是方程组的解.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1)若点(2, 3)在一次函数 $y=2x-1$ 的图像上,则方程 $2x-y=1$ 的一组解为_____.

(2)已知方程组 $\begin{cases} y-3x+3=0, \\ 2y+3x-6=0 \end{cases}$ 的解为

$\begin{cases} x=\frac{4}{3}, \\ y=1, \end{cases}$ 则一次函数 $y=3x-3$ 与 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 的

交点 P 的坐标是_____.

(3)已知一次函数 $y=-\frac{3}{2}x+m$ 和 $y=\frac{1}{2}x+n$ 的图像都经过点 $A(-2, 0)$,则点 A 可看成方程组_____的解.

(4)一次函数 $y=3x+7$ 的图像与 y 轴的交点的坐标满足二元一次方程 $-2x+by=18$,则 $b=_____$.

(5)已知关于 x, y 的二元一次方程 $3ax+2by=0$ 和 $5ax-3by=19$ 化成的两个一次函数的图像的交点坐标为(1, -1),则 $a=_____$, $b=_____$.

2. 选择题.

(1)把方程 $x+1=4y+\frac{x}{3}$ 化为 $y=kx+b$ 的形

式, 正确的是 ()

A. $y = \frac{1}{3}x + 1$ B. $y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}$

C. $y = \frac{1}{6}x + 1$ D. $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}$

(2) 若直线 $y = \frac{x}{2} + n$ 与 $y = mx - 1$ 相交于点 $(1, -2)$, 则 ()

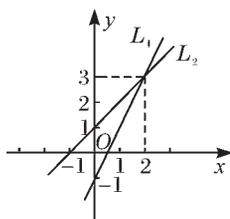
A. $m = \frac{1}{2}, n = -\frac{5}{2}$

B. $m = \frac{1}{2}, n = -1$

C. $m = -1, n = -\frac{5}{2}$

D. $m = -3, n = -\frac{3}{2}$

(3) 图中两直线 L_1, L_2 的交点坐标可以看作下列方程组的解的是 ()



第 2(3) 题

A. $\begin{cases} x - y = 1, \\ 2x - y = -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - y = -1, \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - y = 3, \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - y = -3, \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

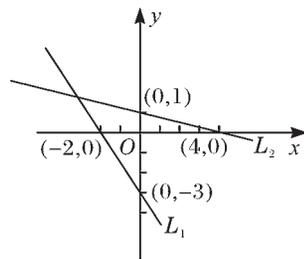
(4) 若直线 $kx - 3y = 8$ 与 $2x + 5y = -4$ 的交点的纵坐标为 0, 则 k 的值为 ()

A. 4 B. -4 C. 2 D. -2

3. 若直线 $y = ax + 7$ 经过一次函数 $y = 4 - 3x$ 和 $y = 2x - 1$ 的交点, 求 a 的值.

4. 判断 $A(1, 3), B(-2, 0), C(2, 4)$ 三点是否在同一条直线上.

5. 如图, 求两直线的函数表达式及其交点的坐标.



第 5 题

• 数学思考

6. 在直角坐标系中, 直线 l_1 经过点 $(2, 3)$ 和 $(-1, -3)$, 直线 l_2 经过原点, 且与直线 l_1 交于点 $(-2, a)$.



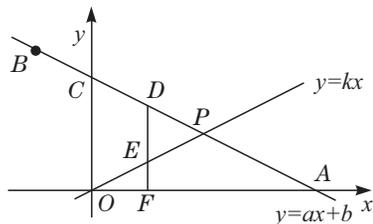
(1) 求 a 的值.

(2) 点 $(-2, a)$ 可以看成哪个二元一次方程组的解?

(3) 设直线 l_1 和 l_2 的交点为 P , 直线 l_1 与 y 轴交于点 A , 求 $\triangle APO$ 的面积.

• 解决问题

7. 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=ax+b$ 的图像过点 $B(-1, \frac{5}{2})$, 与 x 轴交于点 $A(4, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 与直线 $y=kx$ 交于点 P , 且 $PO=PA$.



第 7 题

(1) 求 $a+b$ 的值.

(2) 求 k 的值.

(3) 已知 D 为 PC 上一点, $DF \perp x$ 轴于点 F , 交 OP 于点 E . 若 $DE=2EF$, 求点 D 的坐标.

回顾与反思

• 知识点拨

一次函数是在探究一般函数的思想与方法的基础上,给出了具体的操作模型,使函数的研究模型、概念、图像、性质和应用有了典型的范本,为后面学习各类函数奠定了思想与方法的基础.

对本章知识结构、知识内容及解决问题的方法有明确地认识和理解.

能够利用一次函数的图像和性质解决实际问题.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1)已知自变量为 x 的函数 $y = mx + 2 - m$ 是正比例函数,则 $m =$ _____,该函数的表达式为 _____.

(2)在函数 $y = -2x + 3$ 中,当自变量 x 满足 _____ 时,图像在第一象限.

(3)已知一个正比例函数的图像经过点 $(-2, 4)$,则这个正比例函数的表达式是 _____.

(4)已知一次函数 $y = kx + 5$ 的图像经过点 $(-1, 2)$,则 $k =$ _____.

(5)一次函数 $y = -2x + 4$ 的图像与 x 轴的交点的坐标是 _____,与 y 轴的交点的坐标是 _____,图像与坐标轴所围成的三角形面积是 _____.

(6)若直线 $y = -2x + k$ 与两坐标轴所围成的三角形面积是 9,则 k 的值为 _____.

(7)已知直线 $y = x - 3$ 与直线 $y = 2x + 2$ 的交点为 $(-5, -8)$,则方程组 $\begin{cases} x - y - 3 = 0, \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$ 的解是 _____.

(8)已知一次函数 $y = -x + a$ 与 $y = x + b$ 的图像相交于点 $(m, 8)$,则 $a + b =$ _____.

(9)若一次函数 $y = kx + b$ 与 y 轴相交于负半

轴,且 y 的值随 x 的增大而减少,则 k _____ 0, b _____ 0. (填“>”“<”或“=”)

(10)若直线 $x + 2y = 2m$ 与 $2x + y = 2m + 3$ (m 为常数)的交点在第四象限,则整数 m 的取值范围为 _____.

2. 选择题.

(1)下列函数中, y 是 x 的正比例函数的是 ()

- A. $y = 2x - 1$ B. $y = \frac{x}{3}$
C. $y = 2x^2$ D. $y = -2x + 1$

(2)下列函数中,一次函数的个数是 ()

- ① $y = \pi x$; ② $y = 2x - 1$; ③ $y = \frac{1}{x}$; ④ $y = 2^{-1} - 3x$; ⑤ $y = x^2 - 1$.

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

(3)下面在函数 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 的图像上的点是 ()

- A. $(2, 1)$ B. $(-2, 1)$
C. $(2, 0)$ D. $(-2, 0)$

(4)如果点 $A(-2, a)$ 在函数 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 的图像上,那么 a 的值等于 ()

- A. -7 B. 3 C. -1 D. 4

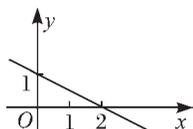
(5)一次函数 $y = -x + 7$ 的图像经过的象限有 ()

- A. 第一、二、三象限
B. 第二、三、四象限
C. 第一、二、四象限
D. 第一、三、四象限

(6)若一次函数 $y = -kx - (k + 5)$ 的图像与 y 轴交于负半轴,且 y 随 x 的增大而增大,则 k 的取值范围是 ()

- A. $-5 < k < 0$ B. $k < 0$
C. $-5 < k \leq 0$ D. $-5 \leq k < 0$

(7)若函数 $y = kx + b$ 的图像如图所示,那么当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 ()



第 2(7)题

- A. $x > 1$ B. $x > 2$
C. $x < 1$ D. $x < 2$

(8) 已知一次函数的图像与直线 $y = x + 3$ 没有交点, 且过点 $(5, 5)$, 则此一次函数的表达式为

()

- A. $y = x - 2$ B. $y = x - 3$
C. $y = x$ D. $y = x + 5$

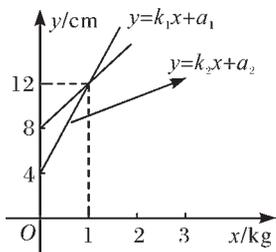
(9) 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 $(-1, -2)$ 和 $(1, 4)$, 则此一次函数的表达式为

()

- A. $y = 3x + 1$ B. $y = 3x - 1$
C. $y = 2x + 3$ D. $y = 2x - 3$

(10) 若甲、乙两弹簧的长度 y (cm) 与所挂物体的质量 x (kg) 之间的函数表达式分别为 $y = k_1x + a_1$ 和 $y = k_2x + a_2$. 如图, 当所挂物体的质量均为 2 kg 时, 甲弹簧的长度为 y_1 , 乙弹簧的长度为 y_2 , 则 y_1 与 y_2 的大小关系为

()

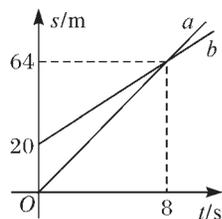


第 2(10)题

- A. $y_1 > y_2$
B. $y_1 = y_2$
C. $y_1 < y_2$
D. 不能确定

(11) 小明、小强两人进行百米赛跑, 小明比小强跑得快, 如果两人同时跑, 小明肯定赢. 现在小明让小强先跑若干米, 图中的射线 a, b 分别表示两人跑的路程与小明追赶时间的关系, 根据图像判断小明的速度比小强的速度每秒快

()

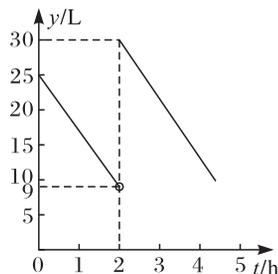


第 2(11)题

- A. 1 m B. 1.5 m C. 2 m D. 2.5 m

(12) 张师傅驾车从甲地到乙地, 两地相距 500 km, 汽车出发前油箱中有油 25 L, 途中加油若干升, 加油前后汽车都以 100 km/h 的速度匀速行驶, 已知油箱中剩余油量 y (L) 与行驶时间 t (h) 之间的关系如图所示. 以下说法错误的是

()

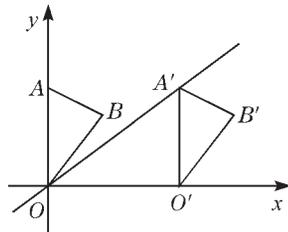


第 2(12)题

- A. 加油前油箱中剩余油量 y (L) 与行驶时间 t (h) 的函数关系式是 $y = -8t + 25$
B. 途中加油 21 L
C. 汽车加油后还可行驶 4 h
D. 汽车到达乙地时油箱中还余油 6 L

(13) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(0, 3)$, $\triangle OAB$ 沿 x 轴方向向右平移后得到 $\triangle O'A'B'$, 点 A 的对应点 A' 在直线 $y = \frac{3}{4}x$ 上, 则点 B 与其对应点 B' 间的距离为

()

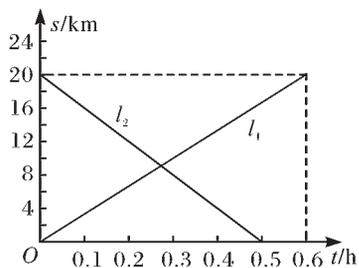


第 2(13)题

- A. $\frac{9}{4}$ B. 3 C. 4 D. 5

- (14) 一条直线 $y = kx + b$, 其中 $k + b = -5$, $kb = 6$, 那么该直线经过 ()
- A. 第二、四象限
 B. 第一、二、三象限
 C. 第一、三象限
 D. 第二、三、四象限

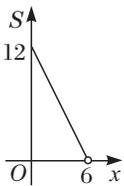
(15) 甲、乙两辆摩托车同时从相距 20 km 的 A, B 两地出发, 相向而行. 图中 l_1, l_2 分别表示甲、乙两辆摩托车距 A 地的距离 s (km) 与行驶时间 t (h) 的函数关系. 下列说法错误的是 ()



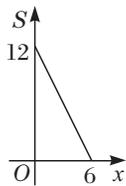
第 2(15) 题

- A. 乙摩托车的速度较快
 B. 经过 0.3 h 甲摩托车行驶到 A, B 两地的中点
 C. 经过 0.25 h 两摩托车相遇
 D. 当乙摩托车到达 A 地时, 甲摩托车距离 A 地 $\frac{50}{3}$ km

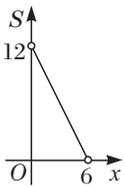
(16) 已知点 $P(x, y)$ 在第一象限内, 且 $x + y = 6$, 点 A 的坐标为 (4, 0). 设 $\triangle OPA$ 的面积为 S , 则下列图像中, 能正确反映面积 S 与 x 之间函数关系的是 ()



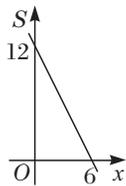
A



B



C



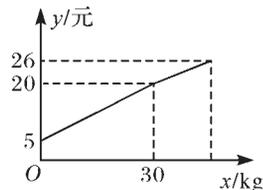
D

3. 根据下列条件, 确定函数关系式.

(1) y 与 x 成正比例, 且当 $x = 9$ 时, $y = 16$.

(2) $y = kx + b$ 的图像经过点 (3, 2) 和点 (-2, 1).

4. 一位农民带了若干千克自产的土豆进城出售, 为了方便, 他带了一些零钱备用, 按市场价售出一些后, 又降价出售. 售出土豆千克数与他手中持有的钱数 (含备用零钱) 的关系如图所示, 结合图像回答下列问题:



第 4 题

(1) 该农民自带的零钱是多少?

(2) 降价前他每千克土豆出售的价格是多少?

(3) 降价后他按每千克 0.4 元将剩余土豆售完, 这时他手中的钱(含备用零钱)是 26 元, 他一共带了多少千克土豆?

5. 某地区为了缓解交通拥堵, 决定修建一条长为 6 km 的公路. 已知平均每天的修建费 y (万元)与修建天数 x (天)之间在 $30 \leq x \leq 120$ 时, 具有下表所示的一次函数关系.

x /天	50	60	90	120
y /万元	40	38	32	26

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式.

(2) 在修建的过程中计划发生改变, 政府决定多修 2 km. 在没有增减建设力量的情况下, 修完这条公路比原计划晚了 15 天. 求原计划每天的修建费.

6. 大学生运动会即将开幕, 根据大会组委会安排, 某校接受了开幕式大型团体操表演任务. 为此, 学校需要采购一批演出服装, A, B 两家制衣公司都愿成为这批服装的供应商. 经了解, 两家公司生产的演出服装的质量和单价都相同, 即男装每套 120 元, 女装每套 100 元. 经洽谈协商, A 公司给出的优惠条件是全部服装的单价都打七折, 但校方需承担 2 200 元的运费; B 公司给出的优惠条件是男女装均按每套 100 元打八折, 公司承担运费. 另外根据大会组委会的要求, 参加演出的女生人数应是男生人数的 2 倍少 100 人. 设参加演出的男生有 x 人.



(1) 分别写出学校购买 A, B 两家公司服装所付的总费用 y_1 (元)和 y_2 (元)与参演男生人数 x 之间的函数关系式.

(2) 该学校购买哪家制衣公司的服装比较合算? 请说明理由.

(3) 观察图像, 当 x 取何值时, $y \geq 0$?

• 数学思考

7. 已知 $y+2$ 与 x 成正比例, 且当 $x=-2$ 时, $y=0$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式.

(4) 若点 $(m, 6)$ 在该函数的图像上, 求 m 的值.

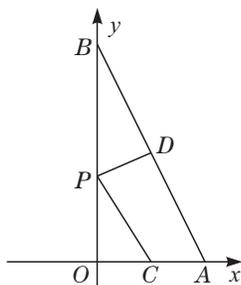
(5) 设点 P 在 y 轴负半轴上, (2) 中的图像与 x 轴, y 轴分别交于 A, B 两点, 且 $S_{\triangle ABP} = 4$, 求点 P 的坐标.

(2) 画出函数的图像.

8. 一次函数 $y=kx+b$ 的图像与 x 轴, y 轴分别交于点 $A(2, 0)$, $B(0, 4)$.

(1) 求该函数的表达式.

(2) 如图, O 为坐标原点, OA , AB 的中点分别为点 C 和点 D , P 为 OB 上一动点, 连接 PC , PD . 求 $PC+PD$ 的最小值, 并求取得最小值时点 P 的坐标.



第 8(2) 题

• 解决问题

9. 某商场销售甲、乙两种品牌的智能手机, 这两种手机的进价和售价如下表所示:

	甲	乙
进价/(元/部)	4 000	2 500
售价/(元/部)	4 300	3 000

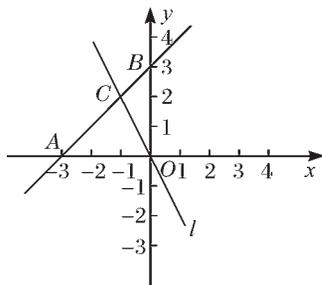
该商场计划购进两种手机若干部, 共需 15.5 万元, 预计全部销售后可获毛利润共 2.1 万元. (注: 毛利润 = (售价 - 进价) × 销售量)

(1) 该商场计划购进甲、乙两种手机各多少部?

(2) 通过市场调研, 该商场决定在原计划的基础上, 减少甲种手机的购进数量, 增加乙种手机的购进数量. 已知乙种手机增加的数量是甲种手机减少的数量的 2 倍, 而且用于购进这两种手机的总资金不超过 16 万元, 该商场怎样进货, 才能使全部销售完后获得的毛利润最大? 请求出最大毛利润.

• 开阔视野

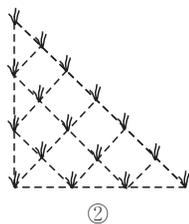
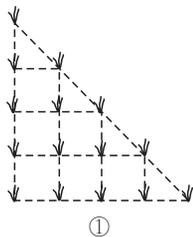
10. 如图, 已知直线 $y=x+3$ 的图像与 x 轴, y 轴分别交于 A, B 两点. 直线 l 经过原点, 与线段 AB 交于点 C , 并把 $\triangle AOB$ 的面积分为 $2:1$ 的两部分, 求直线 l 的表达式.



第 10 题

11. 如图①, 在一直角边长为 4 m 的等腰直角三角形地块的每一个正方形网格的格点(纵横直线的交点及三角形顶点)上都种植上同种农作物. 根据以往种植实验发现, 每株农作物的产量 $y(\text{kg})$ 受到与它周围直线距离不超过 1 m 的同种农作物的株数 $x(\text{株})$ 的影响情况统计如下表:

$x/\text{株}$	1	2	3	4
y/kg	21	18	15	12



第 11 题

(1) 通过观察上表, 猜测 y 与 x 之间存在哪种函数关系, 求出函数关系式并加以验证.

(2) 根据种植示意图(图①)填写下表, 并求出这块地平均每平方米的产量为多少千克.

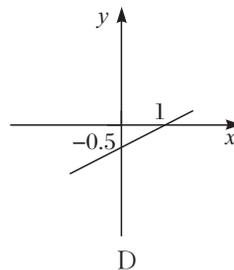
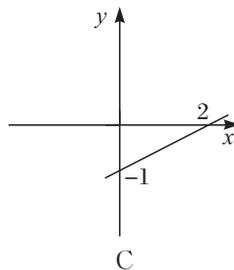
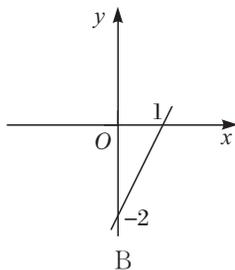
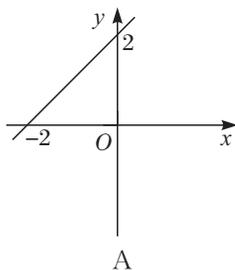
y/kg	21	18	15	12
频数				

(3) 有人为提高总产量, 将上述地块拓展为斜边长为 6 m 的等腰直角三角形, 采用如图②所示的方式, 在每个正方形网格的格点上都种植了与前面相同的农作物, 共种植了 16 株. 请你通过计算平均每平方米的产量, 来比较哪种种植方式更合理.

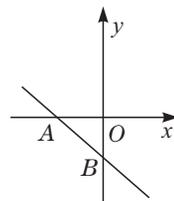
单元测试卷

一、选择题(本大题共 12 个小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

- 下列函数中, 自变量 x 的取值范围是 $x \geq 2$ 的是 ()
 A. $y = \sqrt{2-x}$ B. $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ C. $y = \sqrt{4-x^2}$ D. $y = \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-2}$
- 下列函数中, y 是 x 的正比例函数的是 ()
 A. $y = 2x - 1$ B. $y = \frac{x}{3}$ C. $y = 2x^2$ D. $y = -2x + 1$
- 一次函数 $y = -5x + 3$ 的图像经过的象限是 ()
 A. 第一、二、三象限 B. 第二、三、四象限 C. 第一、二、四象限 D. 第一、三、四象限
- 若函数 $y = (2m+1)x^2 + (1-2m)x$ (m 为常数) 是正比例函数, 则 m 的值为 ()
 A. $m > \frac{1}{2}$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m < \frac{1}{2}$ D. $m = -\frac{1}{2}$
- 若一次函数 $y = (3-k)x - k$ 的图像经过第二、三、四象限, 则 k 的取值范围是 ()
 A. $k > 3$ B. $0 < k \leq 3$ C. $0 \leq k < 3$ D. $0 < k < 3$
- 已知一次函数的图像与直线 $y = -x + 1$ 平行, 且过点 $(8, 2)$, 那么此一次函数的表达式为 ()
 A. $y = -x - 2$ B. $y = -x - 6$ C. $y = -x + 10$ D. $y = -x - 1$
- 已知下面四条直线, 其中直线上每个点的坐标都是二元一次方程 $x - 2y = 2$ 的解的是 ()

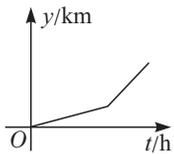


- 如图, 一次函数 $y = (m-1)x - 3$ 的图像分别与 x 轴, y 轴的负半轴相交于点 A , B , 则 m 的取值范围是 ()
 A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m < 0$ D. $m > 0$
- 一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 $(2, -1)$ 和 $(0, 3)$, 那么这个一次函数的表达式为 ()
 A. $y = -2x + 3$ B. $y = -3x + 2$ C. $y = 3x - 2$ D. $y = \frac{1}{2}x - 3$

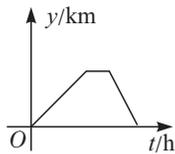


第 8 题

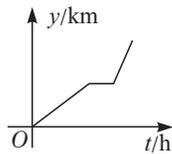
- 下列四组点中, 可以在同一个正比例函数图像上的一组点是 ()
 A. $(2, -3), (-4, 6)$ B. $(-2, 3), (4, 6)$
 C. $(-2, -3), (4, -6)$ D. $(2, 3), (-4, 6)$
- 李老师骑自行车上班, 最初以某一速度匀速行进, 中途由于自行车发生故障, 停下修车耽误了几分钟, 为了按时到校, 李老师加快了速度, 仍保持匀速行进, 结果准时到校. 在课堂上, 李老师请学生画出他行进的路程 y (km) 与行进时间 t (h) 之间的函数图像的示意图, 学生们画出的图像如图所示, 其中正确的是 ()



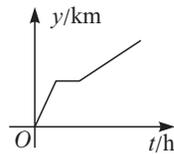
A



B

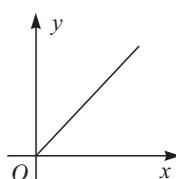
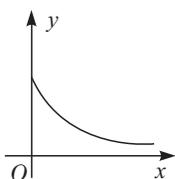
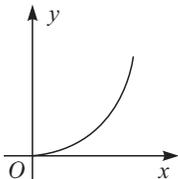
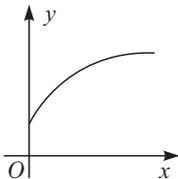


C



D

12. 下列四幅图像近似刻画了两个变量之间的关系，请按图像顺序将下面四种情境与之对应排序，下列排序正确的是 ()



- ①一辆汽车在公路上匀速行驶(汽车行驶的路程与时间的关系);
 ②向锥形瓶中匀速注水(水面的高度与注水时间的关系);
 ③将常温下的温度计插入一杯热水中(温度计的读数与时间的关系);
 ④一杯越来越凉的水(水温与时间的关系).

- A. ①②④③ B. ③④②① C. ①④②③ D. ③②④①

得分	评卷人

二、填空题(本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分. 把答案写在题中横线上)

13. 已知自变量为 x 的函数 $y = mx^n + 4 - m$ 是正比例函数，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ，该函数的表达式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. 若解方程 $x + 2 = 3x - 2$ 得 $x = 2$ ，则当 $x \underline{\hspace{2cm}}$ 时，直线 $y = x + 2$ 上的点在直线 $y = 3x - 2$ 上相应点的上方.
15. 若一次函数 $y = kx + b$ 与 y 轴交于正半轴，且 y 的值随 x 的增大而增大，则 $k \underline{\hspace{1cm}} 0$ ， $b \underline{\hspace{1cm}} 0$. (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)
16. 若正比例函数 $y = kx$ 的图像经过第二、四象限，则 k 的值可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出一个即可)
17. 设 $(-1, m)$ 和 $(\frac{1}{2}, n)$ 是直线 $y = (k^2 - 1)x + b$ ($0 < k < 1$) 上的两个点，则 m, n 的大小关系为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
18. 已知一次函数满足下列两个条件，请写出一个符合条件的函数表达式 $\underline{\hspace{2cm}}$.
 ① y 的值随 x 的值的增大而增大；② 它的图像经过点 $(1, 2)$.

三、解答题(本大题共 5 个小题，共 46 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

得分	评卷人

19. (本小题满分 8 分)



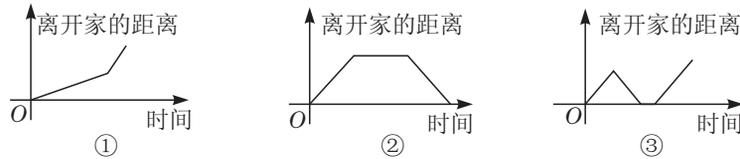
根据下列条件，求函数关系式.

- (1) y 与 $x - 1$ 成正比例，且当 $x = 8$ 时， $y = 14$. (2) $y = kx + b$ 的图像经过点 $(5, 2)$ 和点 $(-4, 1)$.

得分	评卷人

20. (本小题满分 8 分)

在如图所示的三个函数图像中, 有两个函数图像能近似地刻画如下 a, b 两个情境:



第 20 题

情境 a : 小芳离开家不久, 发现把作业本忘在家里了, 于是返回家里找到作业本再去学校.

情境 b : 小芳从家出发, 走了一段路程后, 为了赶时间, 以更快的速度前进.

(1) 情境 a, b 所对应的函数图像分别为 _____, _____ . (填序号)

(2) 请你为剩下的函数图像写出一个合适的情境.

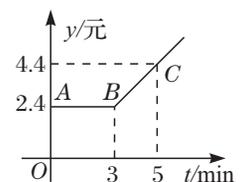
得分	评卷人

21. (本小题满分 9 分)

如图, 折线 ABC 表示从甲地向乙地拨打长途电话所需的电话费 y (元) 与通话时间 t (min) 之间的函数关系的图像.

(1) 写出 y 与 t 之间的函数关系式.

(2) 通话 2 min 应付通话费多少元? 通话 7 min 呢?



第 21 题

得分	评卷人

22. (本小题满分 10 分)

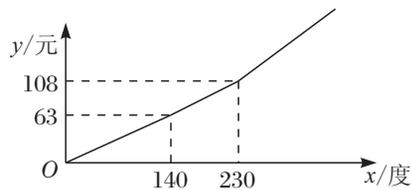
为了促进节能减排, 倡导节约用电, 某市将实行居民生活用电阶梯电价方案, 图中折线反映了每户每月用电电费 y (元) 与用电量 x (度) 之间的函数关系.

(1) 根据图像可知, 阶梯电价方案分为三个档次. 请填写下表:

档次	第一档	第二档	第三档
每月用电量 x /度	$0 < x \leq 140$		

(2) 求第二档每月电费 y (元) 与用电量 x (度) 之间的函数关系式.

(3) 在每月用电量超过 230 度时, 每多用 1 度电要比第二档多付电费 m 元. 小刚家某月用电 290 度, 缴纳电费 153 元. 求 m 的值.



第 22 题

得分	评卷人

23. (本小题满分 11 分)



已知某服装厂现有 A 种布料 70 m, B 种布料 52 m, 现计划用这两种布料生产 M, N 两种型号的服装共 80 套. 已知做一套 M 型号的服装需用 A 种布料 1.1 m, B 种布料 0.4 m, 可获利 50 元; 做一套 N 型号的服装需用 A 种布料 0.6 m, B 种布料 0.9 m, 可获利 45 元. 设生产 M 型号的服装为 x 套, 用这批布料生产两种型号的服装所获得的总利润为 y 元.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并求出自变量的取值范围.

(2) 当生产 M 型号的服装多少套时, 能使该厂所获利润最大? 最大利润是多少元?

解得 $x = -\frac{3}{2}$.

21. (1) 11 元

$$(2) y = \begin{cases} 0.5x (x \leq 10), \\ 0.75x - 2.5 (10 < x \leq 20), \\ 1.5x - 17.5 (x > 20). \end{cases}$$

(3) 23 吨

第二十一章 一次函数

21.1 一次函数(一)

1. (1) 4 (2) 6 (3) 3 (4) -5

2. (1) C (2) D (3) A

3. (1) $Q = 15t$ (2) 180 L (3) 40 min

4. (1) $y = 0.1x$, 是
(2) $y = 28 - 6x$, 不是

(3) $y = \pi x^2$, 不是

5. (1) $y = 9$ (2) $y = 3x$

6. $y = -7$

7. (1) $y = \frac{8}{3}x - \frac{13}{3}$

(2) y 的最大值是 $\frac{11}{3}$, y 的最小值是 $-\frac{13}{3}$.

8. $y = -\frac{5}{3}x^2 + \frac{23}{3}x$

9. 面积为 6

21.1 一次函数(二)

1. (1) 错 (2) 对 (3) 对 (4) 对

2. (1) ①②⑥, ⑥

(2) $m \neq 2, n = 2$

(3) $s = 120 - 60t$

3. (1) D (2) B (3) C

4. (1) -4 (2) $\frac{4}{3}$

5. 解: (1) $y = (15 + 3)x + (20 + 4)(2\ 000 - x) = -6x + 48\ 000$.

(2) 由题意, 得 $0.95x + 0.99(2\ 000 - x) = 1\ 960$,
解得 $x = 500$.

当 $x = 500$ 时, $y = -6 \times 500 + 48\ 000 = 45\ 000$,

\therefore 种植这片混合林的总费用是 45 000 元.

6. (1) $y = 50 - 0.1x$

(2) $0 \leq x \leq 500$

(3) 30 L

(4) 500 km

7. -1

8. 解: 根据题意, 得

$$y = \begin{cases} 25x (0 \leq x \leq 20), \\ 25 \times 20 + 0.8 \times 25(x - 20) (x > 20). \end{cases}$$

整理, 得 $y = \begin{cases} 25x (0 \leq x \leq 20), \\ 20x + 100 (x > 20). \end{cases}$

9. (1) $y_1 = 50 + 0.2x, y_2 = 0.4x$

(2) 250 min

(3) 业务 A 合算

21.2 一次函数的图像和性质(一)

1. (1) $(\frac{1}{2}, 0), (0, -2)$ (2) 0

(3) $-\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{2}, 1$

2. (1) D (2) D

3. D

4. 图略

(1) $(1, 0), (0, 2)$ (2) 1

21.2 一次函数的图像和性质(二)

1. (1) 第一、二、四象限, $(2, 0), (0, 4)$,
减小

(2) $<, <$ (3) $-5 \leq y \leq 19$

2. (1) C (2) C (3) B (4) B (5) D (6) C

3. 能. 解题思路为: 直线经过 $(0, 0)$, 于是设 $y = kx$, 将 $(1, -a), (a, -4)$ 分别代入得 $k = 2$ 或 -2 , 又因为函数值 y 随自变量 x 的值的增大而减少, 因此 $k = -2$. 故 $y = -2x$.

4. B

5. (1) A $(2, 0), B(0, 6)$ (2) 6 (3) $2\sqrt{10}$

6. 解: (1) 依题意, 有 $\begin{cases} k-1 > 0, \\ 2k-3 < 0. \end{cases}$

解得 $1 < k < \frac{3}{2}$.

(2) 依题意, 得 $4m - 3 > 0$, 解得 $m > \frac{3}{4}$.

7. 16

8. 解: (1)由题意, 得

$$y = (60 - 40)x + (100 - 65)(50 - x).$$

化简, 得 $y = -15x + 1750$.

(2)由题意, 得 $-15x + 1750 \geq 1400$.

$$\text{解得 } x \leq \frac{70}{3}.$$

$$\therefore 50 - x \geq \frac{80}{3}.$$

$\therefore x$ 为正整数,

$\therefore 50 - x$ 最小为 27.

故至少需购进 B 型计算器 27 个.

21.3 用待定系数法确定一次函数表达式

1. (1)2, -2 (2)<

2. (1)B (2)A (3)C (4)C (5)D (6)D

3. (1) $y = \frac{3}{2}x - 1$

(2) $C(\frac{2}{3}, 0)$, $D(0, -1)$, $\frac{1}{3}$

(3) $a = 1$, $b = -7$

4. 解: 设直线的表达式为 $y = kx + b$,

将点 $(-1, 2)$, $(1, -4)$ 分别代入表达式, 得

$$k = -3, b = -1.$$

\therefore 直线的表达式为 $y = -3x - 1$.

点 A 不在此直线上, B, C 两点在此直线上.

5. 解: 设直线 AB 的表达式为 $y = kx + b$,

把点 A $(0, 2)$, B $(1, 0)$ 分别代入表达式,

$$\text{得 } \begin{cases} b = 2, \\ k + b = 0. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -2, \\ b = 2. \end{cases}$$

故直线 AB 的表达式为 $y = -2x + 2$.

$\therefore CD \parallel AB$,

$\therefore \angle ABC = \angle BCD$.

又 $\therefore DB = DC$,

$\therefore \angle CBD = \angle BCD$,

$\therefore \angle ABC = \angle CBD$.

又 $\therefore \angle AOB = \angle BOD = 90^\circ$, $OB = OB$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOB$,

$\therefore OD = OA$,

\therefore 点 D 的坐标为 $(0, -2)$.

同理点 C 的坐标为 $(-1, 0)$.

设 CD 的表达式为 $y = k_1x + b_1$,

将点 C, D 的坐标分别代入表达式,

$$\text{得 } \begin{cases} b_1 = -2, \\ -k_1 + b_1 = 0. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} b_1 = -2, \\ k_1 = -2. \end{cases}$$

\therefore 直线 CD 的表达式为 $y = -2x - 2$.

6. 解: 由题意可知, 点 A 的坐标为 $(0, -1)$, 点 B 的坐标为 $(3, -3)$, 分别代入函数表达式, 得

$$\begin{cases} b = -1, \\ 3k + b = -3. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{2}{3}, \\ b = -1. \end{cases}$$

\therefore 函数表达式为 $y = -\frac{2}{3}x - 1$.

7. (1) $t = 35h + 20$

(2)48 km

8. (1) $y = 3x - 30$

(2)40 元

(3)35 h

21.4 一次函数的应用(一)

1. (1)①-1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $> \frac{1}{2}$ ④ $< \frac{1}{2}$

(2)①200 ②40 ③ $y = \frac{4}{55}x - \frac{40}{11}$

(3) $y = 100x - 40$

(4)24, > 4

2. (1)B (2)A (3)A (4)B (5)A (6)D

3. $y = \frac{1}{5}x - 6$, $x \geq 30$.

4. (1) $y = -x + 40$ (2)200 元

5. $S = 4(n - 1)$

6. B

7. (1) $y = -\frac{3}{2}x + 6$

(2) $S = -3x + 12$, $0 < x < 4$

(3) $A(\frac{4}{3}, 4)$

8. 解: (1)10 时 30 分开始第一次休息, 休息了半小时. 第一次休息时离家 17 km.

(2)9 时至 10 时的平均速度是 10 km/h;

10 时至 10 时 30 分的平均速度是 14 km/h.

(3) 设直线 DE 所在直线的表达式为 $s = kt + b$. 将点 $D(11, 17)$, $E(12, 30)$ 的坐标分别代入表达式, 得

$$\begin{cases} 11k + b = 17, \\ 12k + b = 30. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 13, \\ b = -126. \end{cases}$$

所以 $s = 13t - 126$.

当 $t = 11.5$ 时, $s = 23.5$, 故 11 时 30 分时, 他离家 23.5 km. (再用同样的方法可求出 13 时 30 分时, 他离家 22.5 km)

(4) 由(3)的解答可知, 直线 DE 的表达式为 $s = 13t - 126$, 将 $s = 22$ 代入表达式, 得 $t = 11.3$, 即 11 时 18 分时离家 22 km.

在 FG 上同样应有一点离家 22 km, 下面可以这样考虑: 13 时至 15 时的速度为 15 km/h,

从 F 点到 22 km 处走了 8 km, 故需 $\frac{8}{15}$ h (即 32 min), 故在 13 时 32 分时同样离家 22 km.

21.4 一次函数的应用(二)

1. (1) ①100 ②甲 ③8 m/s

(2) ①③④

2. (1)A (2)B (3)D (4)A

3. 解: (1) 设 $y_1 = k_1x$, 由图可知, 函数图像经过点 $(10, 600)$,

$$\therefore 600 = 10k_1, \text{ 解得 } k_1 = 60,$$

$$\therefore y_1 = 60x (0 \leq x \leq 10).$$

设 $y_2 = k_2x + b$, 由图可知, 函数图像经过点 $(0, 600)$, $(6, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 600 = b, \\ 0 = 6k_2 + b. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_2 = -100, \\ b = 600. \end{cases}$$

$$\therefore y_2 = -100x + 600 (0 \leq x \leq 6).$$

(2) 由题意, 得 $60x = -100x + 600$,

$$\text{解得 } x = \frac{15}{4}.$$

当 $0 \leq x \leq \frac{15}{4}$ 时, $s = y_2 - y_1 = -160x + 600$;

当 $\frac{15}{4} < x \leq 6$ 时, $s = y_1 - y_2 = 160x - 600$;

当 $6 < x \leq 10$ 时, $s = 60x$.

$$\text{即 } s = \begin{cases} -160x + 600 (0 \leq x \leq \frac{15}{4}), \\ 160x - 600 (\frac{15}{4} < x \leq 6), \\ 60x (6 < x \leq 10). \end{cases}$$

(3) 由题意, 得 $s = 200$.

当 $0 \leq x \leq \frac{15}{4}$ 时, $-160x + 600 = 200$,

$$\text{解得 } x = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore y_1 = 60 \times \frac{5}{2} = 150 \text{ (km)}.$$

当 $\frac{15}{4} < x \leq 6$ 时, $160x - 600 = 200$,

解得 $x = 5$.

$$\therefore y_1 = 60 \times 5 = 300 \text{ (km)}.$$

当 $6 < x \leq 10$ 时, $60x = 200$, 解得 $x = \frac{10}{3}$.

$$\therefore 6 < x \leq 10,$$

$$\therefore x = \frac{10}{3} \text{ 不合题意.}$$

答: A 加油站到甲地的距离是 150 km 或 300 km.

4. 解: (1) 甲种收费方式的函数为 $y = 0.1x + 6$, 乙种收费方式的函数为 $y = 0.12x$.

(2) 由 $0.1x + 6 > 0.12x$, 得 $x < 300$.

由 $0.1x + 6 = 0.12x$, 得 $x = 300$.

由 $0.1x + 6 < 0.12x$, 得 $x > 300$.

由此可知: 当 $100 \leq x < 300$ 时, 选择乙种方式较合算;

当 $x = 300$ 时, 选择甲、乙两种方式都可以;

当 $300 < x \leq 450$ 时, 选择甲种方式较合算.

5. 解: (1) 根据图像信息知: 货车的速度 $v_{\text{货}} = \frac{300}{5} = 60 \text{ (km/h)}$.

\therefore 轿车到达乙地的时间为货车出发后 4.5 h,

\therefore 轿车到达乙地时, 货车行驶的路程为 $4.5 \times 60 = 270 \text{ (km)}$, 此时货车距乙地的路程为 $300 - 270 = 30 \text{ (km)}$.

答: 轿车到达乙地后, 货车距乙地 30 km.

(2) 设 CD 段函数表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$ ($2.5 \leq x \leq 4.5$).

\therefore 点 $C(2.5, 80)$, $D(4.5, 300)$ 在其图像上,

$$\therefore \begin{cases} 2.5k + b = 80, \\ 4.5k + b = 300. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 110, \\ b = -195. \end{cases}$$

$\therefore CD$ 段函数表达式为 $y = 110x - 195 (2.5 \leq x \leq 4.5)$.

(3) 设货车从甲地出发 x h 后与轿车第二次相遇.

$$\therefore v_{\text{货车}} = 60 \text{ km/h},$$

$$v_{\text{轿车}} = \frac{300 - 80}{4.5 - 2.5} = 110 (\text{km/h}),$$

$$\therefore 110(x - 4.5) + 60x = 300,$$

解得 $x \approx 4.68$ (h).

答: 货车从甲地出发约 4.68 h 后与轿车第二次相遇.

6. 解: (1) 直线 $y = -x + b$ 交 y 轴于点 $P(0, b)$, 由题意, 得 $b > 0, t \geq 0, b = 1 + t$.

当 $t = 3$ 时, $b = 4$,

$$\therefore y = -x + 4.$$

(2) 当直线 $y = -x + b$ 过点 $M(3, 2)$ 时,

$$2 = -3 + b, \text{ 解得 } b = 5,$$

$$5 = 1 + t, \therefore t = 4.$$

当直线 $y = -x + b$ 过点 $N(4, 4)$ 时, $4 = -4 + b$,

$$\text{解得 } b = 8, 8 = 1 + t, \therefore t = 7.$$

$$\therefore 4 < t < 7.$$

(3) $t = 1$ 时, 点 M 关于 l 的对称点落在 y 轴上;

$t = 2$ 时, 点 M 关于 l 的对称点落在 x 轴上.

7. (1) $a = 1$ (2) $k = 2, b = -3$ (3) 略

$$(4) \text{ 三角形面积为 } \frac{3}{4}$$

8. 解: (1) 设 A 品牌计算器的单价为 x 元, B 品牌计算器的单价为 y 元, 则由题意可知,

$$\begin{cases} 2x + 3y = 156, \\ 3x + y = 122. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 30, \\ y = 32. \end{cases}$$

即 A, B 两种品牌计算器的单价分别为 30 元, 32 元.

(2) 由题意可知: $y_1 = 0.8 \times 30x$, 即 $y_1 = 24x$.

当 $0 \leq x \leq 5$ 时, $y_2 = 32x$,

当 $x > 5$ 时, $y_2 = 32 \times 5 + 32(x - 5) \times 0.7$, 即

$$y_2 = 22.4x + 48.$$

(3) 当购买数量超过 5 个时, $y_2 = 22.4x + 48$.

① 当 $y_1 < y_2$ 时,

$$24x < 22.4x + 48,$$

$$\therefore x < 30,$$

即当购买数量超过 5 个而不足 30 个时, 购买 A 品牌的计算器更合算.

② 当 $y_1 = y_2$ 时,

$$24x = 22.4x + 48,$$

$$\therefore x = 30,$$

即当购买数量为 30 个时, 购买两种品牌的计算器花费相同.

③ 当 $y_1 > y_2$ 时,

$$24x > 22.4x + 48,$$

$$\therefore x > 30,$$

即当购买数量超过 30 个时, 购买 B 品牌的计算器更合算.

21.5 一次函数与二元一次方程的关系

$$1. (1) \begin{cases} x = 2, \\ y = 3. \end{cases} \quad (2) \left(\frac{4}{3}, 1\right)$$

$$(3) \begin{cases} \frac{3}{2}x + y = -3, \\ \frac{1}{2}x - y = -1. \end{cases}$$

$$(4) \frac{18}{7}$$

$$(5) 2, 3$$

2. (1) B (2) C (3) B (4) B

3. 解: 解方程组 $\begin{cases} y = 4 - 3x, \\ y = 2x - 1, \end{cases}$

$$\text{得} \begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$$

\therefore 两函数图像的交点坐标为 $(1, 1)$.

把 $x = 1, y = 1$ 代入 $y = ax + 7$, 得 $1 = a + 7$, 解得 $a = -6$.

4. 解: A, B, C 三点在同一条直线上.

理由如下: 设直线 $y = kx + b$, 将点 $A(1, 3), B(-2, 0)$ 分别代入直线的表达式, 得 $k = 1, b = 2$.

所以 $y = x + 2$.

当 $x = 2$ 时, $y = 4$.

因此 A, B, C 三点在同一条直线上.

5. 解: 设 L_1 的函数表达式为 $y = k_1x + b_1$,

把 $(-2, 0), (0, -3)$ 分别代入表达式, 得

$$\begin{cases} -2k_1 + b_1 = 0, \\ b_1 = -3. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1 = -\frac{3}{2}, \\ b_1 = -3. \end{cases}$$

$$\therefore L_1 \text{ 的函数表达式为 } y = -\frac{3}{2}x - 3.$$

设 L_2 的函数表达式为 $y = k_2x + b_2$,
把 $(0, 1)$, $(4, 0)$ 分别代入表达式, 得

$$\begin{cases} b_2 = 1, \\ 4k_2 + b_2 = 0. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_2 = -\frac{1}{4}, \\ b_2 = 1. \end{cases}$$

$$\therefore L_2 \text{ 的函数表达式为 } y = -\frac{1}{4}x + 1.$$

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = -\frac{3}{2}x - 3, \\ y = -\frac{1}{4}x + 1, \end{cases}$$

$$\text{得} \begin{cases} x = -\frac{16}{5}, \\ y = \frac{9}{5}. \end{cases}$$

$$\therefore L_1 \text{ 与 } L_2 \text{ 的交点坐标为 } \left(-\frac{16}{5}, \frac{9}{5}\right).$$

6. (1) 设 l_1 的关系式为 $y = kx + b$, 把 $(2, 3)$,
 $(-1, -3)$ 分别代入 $y = kx + b$, 得

$$\begin{cases} 2k + b = 3, \\ -k + b = -3. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 2, \\ b = -1. \end{cases}$$

$$\therefore l_1 \text{ 的表达式为 } y = 2x - 1.$$

当 $x = -2$ 时, $y = -4 - 1 = -5$, 即 $a = -5$.

(2) 设 l_2 的关系式为 $y = k'x$,

$$\text{把 } (-2, -5) \text{ 代入得 } -5 = -2k', k' = \frac{5}{2},$$

$$\therefore l_2 \text{ 的关系式为 } y = \frac{5}{2}x.$$

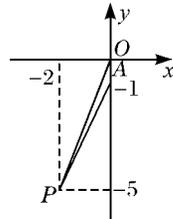
$$\therefore (-2, a) \text{ 是方程组 } \begin{cases} y = 2x - 1, \\ y = \frac{5}{2}x \end{cases} \text{ 的解.}$$

(3) 把 $x = 0$ 代入 $y = 2x - 1$, 得 $y = -1$.

\therefore 点 A 的坐标为 $(0, -1)$.

又 \because 点 P 的坐标为 $(-2, -5)$,

$$\therefore S_{\triangle APO} = \frac{1}{2}OA \cdot 2 = \frac{1}{2} \times |-1| \times 2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1.$$



$$7. \text{ 解: (1) 根据题意, 得} \begin{cases} \frac{5}{2} = -a + b, \\ 0 = 4a + b. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2}, \\ b = 2. \end{cases}$$

$$\therefore a + b = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}.$$

(2) 由(1)知一次函数 $y = ax + b$ 的表达式是
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$. 设点 P 的坐标为 (x, y) , 由题
意, 得

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = (4-x)^2 + y^2, \\ y = kx, \\ y = -\frac{1}{2}x + 2. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 2, \\ y = 1, \\ k = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\therefore k \text{ 的值是 } \frac{1}{2}.$$

(3) 设点 D 的坐标为 $(x, -\frac{1}{2}x + 2)$, 则点 E

的坐标为 $(x, \frac{1}{2}x)$, 点 F 的坐标为 $(x, 0)$,

$$\therefore DE = 2EF,$$

$$\therefore -\frac{1}{2}x + 2 - \frac{1}{2}x = 2 \times \frac{1}{2}x.$$

解得 $x = 1$,

$$\text{则 } -\frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{2} \times 1 + 2 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } \left(1, \frac{3}{2}\right).$$

回顾与反思

1. (1) $2, y = 2x$ (2) $0 < x < 1.5$ (3) $y = -2x$

(4)3 (5)(2, 0), (0, 4), 4 (6) ± 6

(7) $\begin{cases} x = -5, \\ y = -8. \end{cases}$ (8)16 (9) $<, <$

(10) $-3 < m < \frac{3}{2}$

2. (1)B (2)B (3)D (4)D (5)C (6)A
(7)D (8)C (9)A (10)C (11)D (12)C
(13)C (14)D (15)C (16)C

3. (1) $y = \frac{16}{9}x$

(2) $y = \frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$

4. (1)5 元 (2)0.5 元 (3)45 kg

5. 解: (1)设 y 与 x 之间的函数表达式为

$y = kx + b$, 由题意, 得

$$\begin{cases} 40 = 50k + b, \\ 38 = 60k + b. \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k = -\frac{1}{5}, \\ b = 50. \end{cases}$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数表达式为 $y = -\frac{1}{5}x + 50$

($30 \leq x \leq 120$).

(2)设原计划要 m 天完成, 则增加 2 km 后用了 $m + 15$ 天, 由题意, 得

$$\frac{6}{m} = \frac{6+2}{m+15},$$

解得 $m = 45$.

\therefore 原计划每天的修建费为 $-\frac{1}{5} \times 45 + 50 = 41$ (万元).

6. 解: (1)总费用 y_1 (元)和 y_2 (元)与参演男生人数 x 之间的函数关系式分别是

$$y_1 = 0.7[120x + 100(2x - 100)] + 2200 = 224x - 4800,$$

$$y_2 = 0.8[100(3x - 100)] = 240x - 8000.$$

(2)由题意, 得

当 $y_1 > y_2$ 时, 即 $224x - 4800 > 240x - 8000$, 解得 $x < 200$;

当 $y_1 = y_2$ 时, 即 $224x - 4800 = 240x - 8000$, 解得 $x = 200$;

当 $y_1 < y_2$ 时, 即 $224x - 4800 < 240x - 8000$, 解得 $x > 200$.

即当参演男生少于 200 人时, 购买 B 公司的服装比较合算;

当参演男生等于 200 人时, 购买两家公司的服装总费用相同, 可在任一家公司购买;

当参演男生多于 200 人时, 购买 A 公司的服装比较合算.

7. 解: (1) $\because y + 2$ 与 x 成正比例,

\therefore 设 $y + 2 = kx$ (k 是常数, 且 $k \neq 0$).

\because 当 $x = -2$ 时, $y = 0$,

$$\therefore 0 + 2 = k \cdot (-2),$$

$$\therefore k = -1.$$

\therefore 函数关系式为 $y + 2 = -x$,

即 $y = -x - 2$.

(2)图略

(3)由函数图像可知, 当 $x \leq -2$ 时, $y \geq 0$.

(4) \because 点 $(m, 6)$ 在该函数的图像上,

$$\therefore 6 = -m - 2,$$

$$\therefore m = -8.$$

(5)函数 $y = -x - 2$ 分别交 x 轴, y 轴于 A , B 两点,

\therefore 点 A, B 的坐标分别为 $(-2, 0), (0, -2)$.

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}BP \cdot OA = 4,$$

$$\therefore BP = \frac{8}{OA} = \frac{8}{2} = 4,$$

\therefore 点 P 与点 B 的距离为 4.

又 \because 点 B 的坐标为 $(0, -2)$, 且点 P 在 y 轴负半轴上,

\therefore 点 P 的坐标为 $(0, -6)$.

8. 解: (1)将点 A, B 的坐标分别代入 $y = kx + b$, 并计算得 $k = -2, b = 4$.

\therefore 该函数的表达式为 $y = -2x + 4$.

(2)设点 C 关于点 O 的对称点为 C' , 连接 PC', DC' , 则 $PC = PC'$.

$$\therefore PC + PD = PC' + PD \geq C'D,$$

当点 C', P, D 共线时, $PC + PD$ 取得最小值, 且最小值是 $C'D$ 的长.

连接 CD , 由题意, 得点 C, D 的坐标分别为 $(1, 0), (1, 2)$, 则点 C' 的坐标为 $(-1, 0)$, $C'C = 2, CD = 2$.

在 $Rt\triangle DCC'$ 中, $C'D = \sqrt{C'C^2 + CD^2} = 2\sqrt{2}$.

设直线 $C'D$ 的表达式为 $y = k_1x + b_1$,

$$\text{则} \begin{cases} -k_1 + b_1 = 0, \\ k_1 + b_1 = 2. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1 = 1, \\ b_1 = 1. \end{cases}$$

$\therefore C'D$ 的表达式为 $y = x + 1$.

令 $x = 0$, 得 $y = 1$,

\therefore 点 P 的坐标为 $(0, 1)$.

9. 解: (1) 设购进甲种手机 x 部, 乙种手机 y 部, 由题意, 得

$$\begin{cases} 4\,000x + 2\,500y = 155\,000, \\ 300x + 500y = 21\,000. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 20, \\ y = 30. \end{cases}$$

\therefore 该商场计划购进甲种手机 20 部, 乙种手机 30 部.

(2) 设甲种手机减少 a 部, 则购进甲种手机 $20 - a$ 部, 乙种手机 $30 + 2a$ 部,

由题意, 得

$$4\,000(20 - a) + 2\,500(30 + 2a) \leq 160\,000.$$

解得 $a \leq 5$.

设全部销售完后获得的毛利润为 w ,

由题意, 得

$$w = 300(20 - a) + 500(30 + 2a) = 700a + 21\,000.$$

\therefore 当 $a = 5$ 时, w 取得最大值 24 500 元.

$\therefore 20 - a = 15, 30 + 2a = 40,$

\therefore 甲种手机购进 15 部, 乙种手机购进 40 部时, 全部销售完后获得的毛利润最大, 最大毛利润为 24 500 元.

10. 解: \because 直线 $y = x + 3$ 的图像与 x, y 轴分别交于 A, B 两点,

\therefore 点 A 的坐标为 $(-3, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, 3)$.

$\therefore OA = 3, OB = 3.$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}.$$

设直线 l 的表达式为 $y = kx (k \neq 0)$.

\because 直线 l 把 $\triangle AOB$ 的面积分为 $2:1$ 的两部分, 直线 l 与线段 AB 交于点 C ,

\therefore 分两种情况来讨论:

① 当 $S_{\triangle AOC} : S_{\triangle BOC} = 2:1$ 时, 设点 C 的坐标为 (x_1, y_1) .

$$\text{又} \because S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{9}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{9}{2} \times \frac{2}{3} = 3.$$

$$\text{即} S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}OA \cdot |y_1| = \frac{1}{2} \times 3 \times |y_1| = 3.$$

$$\therefore y_1 = \pm 2,$$

又 \because 点 C 在线段 AB 上, 可知 $y_1 = 2$.

$$\therefore 2 = x_1 + 3,$$

$$\therefore x_1 = -1.$$

\therefore 点 C 的坐标为 $(-1, 2)$.

把点 C 的坐标 $(-1, 2)$ 代入 $y = kx$ 中, 得

$$2 = -1 \cdot k,$$

$$\therefore k = -2.$$

\therefore 直线 l 的表达式为 $y = -2x$.

② 当 $S_{\triangle AOC} : S_{\triangle BOC} = 1:2$ 时, 设点 C 的坐标为 (x_2, y_2) .

$$\text{又} \because S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{9}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{2},$$

$$\text{即} S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}OA \cdot |y_2| = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot |y_2| = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore y_2 = \pm 1,$$

又 \because 点 C 在线段 AB 上, 可知 $y_2 = 1$.

$$\therefore 1 = x_2 + 3,$$

$$\therefore x_2 = -2.$$

把点 C 的坐标 $(-2, 1)$ 代入 $y = kx$ 中, 得

$$1 = -2k,$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}.$$

\therefore 直线 l 的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x$.

综上所述, 直线 l 的表达式为 $y = -2x$

或 $y = -\frac{1}{2}x$.

11. 解: (1) 设 $y = kx + b$, 把 $x = 1, y = 21$ 和 $x = 2, y = 18$ 分别代入 $y = kx + b$, 得

$$\begin{cases} k + b = 21, \\ 2k + b = 18. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -3, \\ b = 24. \end{cases}$$

则 $y = -3x + 24$.

当 $x = 3$ 时, $y = -3 \times 3 + 24 = 15$;

当 $x = 4$ 时, $y = -3 \times 4 + 24 = 12$,

故 $y = -3x + 24$ 是符合条件的函数关系.

(2)由图可知, y 为 21, 18, 15, 12 的频数分别为 2, 4, 6, 3.

图①地块的面积: $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{m}^2)$,

所以, 平均每平方米的产量为

$$(21 \times 2 + 18 \times 4 + 15 \times 6 + 12 \times 3) \div 8 = 30(\text{kg}).$$

(3)图②地块的面积: $\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9(\text{m}^2)$,

y 为 21, 18, 15, 12 的频数分别为 3, 4, 5, 4.

所以, 平均每平方米产量为

$$(21 \times 3 + 18 \times 4 + 15 \times 5 + 12 \times 4) \div 9$$

$$\approx 28.67(\text{kg}),$$

$$\because 30 > 28.67.$$

\therefore 按图①的种植方式更合理.

单元测试卷

一、选择题

1. D 2. B 3. C 4. D 5. A 6. C
7. C 8. B 9. A 10. A 11. C 12. D

二、填空题

13. 4, 1, $y=4x$ 14. <2 15. $>$, $>$
16. 答案不唯一, $k < 0$ 即可.
17. $m > n$ 18. 答案不唯一, 如 $y = x + 1$.

三、解答题

19. (1) $y = 2x - 2$ (2) $y = \frac{1}{9}x + \frac{13}{9}$

20. (1) ③, ①

(2)小芳离开家走了一段路程后来到一个报亭, 在报亭读了一段时间报后, 按原速回家了. (答案不唯一, 合理即可)

21. (1) $y = \begin{cases} 2.4(0 \leq t \leq 3), \\ t - 0.6(t > 3). \end{cases}$

(2) 2.4 元, 6.4 元

22. (1) 从左到右依次为 $140 < x \leq 230$, $x > 230$.

(2) $y = \frac{1}{2}x - 7(140 < x \leq 230)$

(3) 0.25

23. (1) $y = 5x + 3600(x = 40, 41, 42, 43, 44)$

(2) 当 $x = 44$ 时, $y_{\text{最大}} = 3820$, 即生产 M 型号的服装 44 套时, 该厂所获利润最大, 最大

利润是 3820 元.

第二十二章 四边形

22.1 平行四边形的性质(一)

- (1) 45° (2) 110° (3) 20
(4) $116^\circ, 64^\circ$ (5) 3 cm
- (1) D (2) C (3) C (4) C (5) A
- 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore \angle B = \angle D, AB = CD$.
又 $\because \angle 1 = \angle 2$,
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$,
 $\therefore BE = DF$.
 $\because AD = BC$,
 $\therefore AF = CE$.
- 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore \angle A = \angle C, AB = CD$.
又 $\because AE = CF$,
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$,
 $\therefore BE = DF$.
- 证明: \because 四边形 $ADEF$ 为平行四边形,
 $\therefore AD = EF, AD \parallel EF$.
 $\therefore \angle ACB = \angle FEB$.
 $\because AB = AC$,
 $\therefore \angle ACB = \angle B$.
 $\therefore \angle FEB = \angle B$.
 $\therefore EF = BF$.
 $\therefore AD = BF$.
- 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle DFC = \angle BCF$.
 $\because AE \parallel CF$,
 $\therefore \angle BEA = \angle BCF$,
 $\therefore \angle DFC = \angle BEA$.
又 $\because AB = CD, \angle B = \angle D$,
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$.
- 是平行四边形
提示: 两组对边分别平行的四边形是平行四边形.