

## 第三十一章 随机事件的概率

### 31.1 确定事件和随机事件

#### • 知识点拨

1. 理解必然事件、不可能事件及随机事件的概念, 知道必然事件和不可能事件统称为确定事件.

2. 能判断事件的类型.

#### • 知识与技能

1. 从标号分别为 1, 2, 3, 4, 5 的 5 张卡片中, 随机抽出 1 张. 下列事件中, 不可能事件是

( )

- A. 标号小于 6      B. 标号大于 6  
C. 标号是奇数      D. 标号是 3

2. 袋子中装有 4 个黑球和 2 个白球, 这些球的形状、大小和质地等完全相同, 在看不到球的条件下, 随机地从袋子中摸出 3 个球. 下列事件是必然事件的是

( )

- A. 摸出的 3 个球中至少有 1 个球是黑球  
B. 摸出的 3 个球中至少有 1 个球是白球  
C. 摸出的 3 个球中至少有 2 个球是黑球  
D. 摸出的 3 个球中至少有 2 个球是白球

3. 下列事件中, 属于随机事件的是 ( )

- A. 标准大气压下, 水加热到  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  时沸腾  
B. 测量孝感某天的最低气温, 结果为  $-150\text{ }^{\circ}\text{C}$   
C. 一个袋子中装有 5 个黑球, 从中摸出 1 个是黑球  
D. 篮球队员在罚球线上投篮一次, 未投中

4. 下列事件中, 是必然事件的是 ( )

- A. 有两边及一角对应相等的两个三角形全等  
B. 方程  $x^2 - x + 1 = 0$  有两个不相等实根  
C. 面积之比为 1 : 4 的两个相似三角形的周长之比也是 1 : 4

D. 圆的切线垂直于过切点的半径

5. 下列事件中, 是必然事件的是 ( )

- A. 一直角三角形的两个锐角分别是  $40^{\circ}$  和  $60^{\circ}$   
B. 抛掷一枚硬币, 落地后正面朝上  
C. 当  $x$  是实数时,  $x^2 \geq 0$   
D. 长分别为 5 cm, 5 cm, 11 cm 的三条线段能围成一个三角形

6. 下列事件中, 是必然事件的是 ( )

- A. 在一个等式两边同时除以同一个数, 结果仍是等式  
B. 两个相似图形一定是位似图形  
C. 平移后的图形与原来图形对应线段相等  
D. 随机抛掷一枚质地均匀的硬币, 落地后正面一定朝上

7. 下列事件中, 确定事件的个数是 ( )

- ①在足球赛中, 弱队战胜强队;  
②抛掷 1 枚硬币, 硬币落地时正面朝上;  
③任取两个正整数, 其和大于 1;  
④长分别为 3 cm, 5 cm, 9 cm 的三条线段能围成一个三角形.

A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

8. 有下列说法: ①要了解一批灯泡的使用寿命, 应采用普查的方式; ②若一个游戏的中奖率是 1%, 则做 100 次这样的游戏一定会中奖; ③甲、乙两组数据的样本容量与平均数分别相同, 若方差  $s_{\text{甲}}^2 = 0.1$ ,  $s_{\text{乙}}^2 = 0.2$ , 则甲组数据比乙组数据稳定; ④“掷一枚硬币, 正面朝上”是必然事件. 其中, 正确说法的序号是 ( )

A. ①      B. ②      C. ③      D. ④

9. 甲、乙、丙 3 人聚会, 每人带了 1 件从外盒包装上看完全相同的礼物(里面的东西只有颜色不同), 将 3 件礼物放在一起, 每人从中随机抽取

1 件. 下列事件是必然事件的是 ( )

- A. 乙抽到 1 件礼物
- B. 乙恰好抽到自己带来的礼物
- C. 乙没有抽到自己带来的礼物
- D. 只有乙抽到自己带来的礼物

10. 下列事件中, 是不可能事件的是 ( )

- A. 买一张电影票, 座位号是奇数
- B. 射击运动员射击一次, 命中 9 环
- C. 明天会下雨
- D. 测量三角形的内角和, 结果是  $360^\circ$

11. 下列不是必然事件的是 ( )

- A. 角平分线上的点到角两边的距离相等
- B. 三角形任意两边之和大于第三边
- C. 面积相等的两个三角形全等
- D. 三角形内心到三边距离相等

• 数学思考

12. “ $a$  是实数,  $|a| \geq 0$ ”这一事件是 ( )

- A. 必然事件
- B. 不确定事件
- C. 不可能事件
- D. 随机事件

13. 抛一枚质地均匀的硬币 10 次, 下列说法正确的是 ( )

- A. 每 2 次必有 1 次正面朝上
- B. 可能有 5 次正面朝上
- C. 必有 5 次正面朝上
- D. 不可能有 10 次正面朝上

• 解决问题

14. 有两个事件: 事件  $A =$  “367 人中至少有两人生日相同”; 事件  $B =$  “抛掷一枚骰子, 朝上的面点数为偶数”. 下列说法正确的是 ( )

- A. 事件  $A, B$  都是随机事件
- B. 事件  $A, B$  都是必然事件
- C. 事件  $A$  是随机事件, 事件  $B$  是必然事件
- D. 事件  $A$  是必然事件, 事件  $B$  是随机事件

### 31.2 随机事件的概率(一)

• 知识点拨

1. 理解随机事件是否发生具有偶然性, 但是它们发生的可能性有大小之分.

2. 了解频数和频率的概念, 知道频数和频率是通过重复试验得到的数据.

3. 理解概率的意义, 知道概率是刻画随机事件发生的可能性大小的一个数.

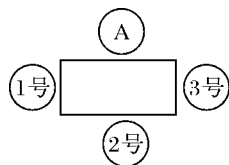
4. 会求简单随机事件发生的概率.

5. 理解对任何一个事件  $A$ , 都满足  $0 \leq P(A) \leq 1$ , 必然事件的概率为 1, 不可能事件的概率为 0.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 合作小组的 4 名同学坐在课桌旁讨论问题, 学生  $A$  的座位如图所示, 学生  $B, C, D$  随机坐到其他三个座位上, 则学生  $B$  坐在 2 号座位的概率是 \_\_\_\_\_.



第 1(1)题

(2) 在一个不透明的口袋中, 装有红球 6 个、白球 9 个、黑球 3 个, 这些球除颜色不同外没有任何区别. 从中任意摸出 1 个球, 则摸到黑球的概率为 \_\_\_\_\_.

(3) 一副扑克牌有 52 张(不含王牌), 分为黑桃、红心、方块及梅花 4 种花色, 每种花色各有 13 张, 分别标有字母  $A, K, Q, J$  和数字  $10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2$ . 从这副牌中任意抽取 1 张, 则这张牌标有字母的概率是 \_\_\_\_\_.

(4) 任意抛掷一枚质地均匀的正方体骰子 1 次, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 掷得面朝上的点数大于 4 的概率为 \_\_\_\_\_.

(5)请写出一个概率小于 $\frac{1}{2}$ 的随机事件: \_\_\_\_\_

## 2. 选择题.

(1)分别给甲、乙、丙三人打电话,若打电话的顺序是任意的,则第一个打电话给甲的概率为

- ( )  
A.  $\frac{1}{6}$     B.  $\frac{1}{3}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{2}{3}$

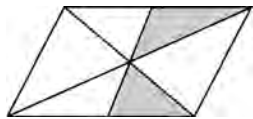
(2)分别写有数字 0, -1, -2, 1, 3 的 5 张卡片,除数字不同外其他均相同,从中任抽 1 张,那么抽到负数的概率是

- ( )  
A.  $\frac{1}{5}$     B.  $\frac{2}{5}$     C.  $\frac{3}{5}$     D.  $\frac{4}{5}$

(3)四张完全相同的卡片,分别画有圆、菱形、等腰三角形和等腰梯形,现从中随机抽取 1 张,抽到卡片上的图形是中心对称图形的概率是

- ( )  
A.  $\frac{1}{4}$     B.  $\frac{1}{2}$     C.  $\frac{3}{4}$     D. 1

(4)如图,在平行四边形纸片上作随机扎针试验,针扎在阴影区域内的概率为



第 2(4)题

- ( )  
A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{1}{4}$     C.  $\frac{1}{5}$     D.  $\frac{1}{6}$

(5)从 1 到 9 这九个自然数中任取 1 个,取到偶数的概率是

- ( )  
A.  $\frac{2}{9}$     B.  $\frac{4}{9}$     C.  $\frac{5}{9}$     D.  $\frac{2}{3}$

(6)在一个布袋里装有除颜色外其他完全相同的 6 个球,其中 2 个红球、4 个白球.从布袋里任意摸出 1 个球,则摸出的球是红球的概率为

- ( )  
A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{1}{4}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{1}{6}$

(7)小明制作了十张除数字外完全一样的卡片,上面分别标有 1~10 这十个数字.从这十张卡片中随机抽取 1 张,上面的数字恰好能被 4 整除的概率是

- ( )  
A.  $\frac{1}{10}$     B.  $\frac{2}{5}$     C.  $\frac{1}{5}$     D.  $\frac{3}{10}$

## • 数学思考

3. 某校学生小明每天骑自行车上学时都要经过一个十字路口,该十字路口有红、黄、绿三色交通信号灯,他在路口遇到红灯的概率为 $\frac{1}{3}$ ,遇到黄灯的的概率为 $\frac{1}{9}$ ,那么他遇到绿灯的概率为

- ( )  
A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{2}{3}$     C.  $\frac{4}{9}$     D.  $\frac{5}{9}$

4. 小勇第一次抛一枚质地均匀的硬币时正面向上,他第二次再抛这枚硬币时,正面向上的概率是\_\_\_\_\_.

5. 在一只不透明的口袋中放入红球 6 个、黑球 2 个、黄球  $n$  个.这些球除颜色不同外,其他无任何差别,搅匀后随机从中摸出 1 个恰好是黄球的概率为 $\frac{1}{3}$ ,则放入口袋中的黄球总数  $n =$

## • 解决问题

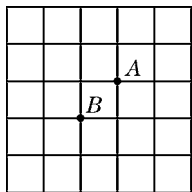
6. 节约能源,从我做起.小李决定将家里的 4 只白炽灯全部换成节能灯.商场有功率为 10 W 和 5 W 两种型号的节能灯若干个可供选择.

(1)列出选购 4 只节能灯的所有可能方案,并求出买到的节能灯都为同一型号的概率.

(2)若要求选购的 4 只节能灯的总功率不超过 30 W,求买到两种型号的节能灯数量相等的概率.

• 数学思考

7. 如图,  $A, B$  是由边长为 1 的小正方形组成的网格的两个格点, 在格点中任意放置点  $C$ , 恰好能使  $\triangle ABC$  的面积为 1 的概率是\_\_\_\_\_.



第 7 题

8. 现有 5 根小木棒, 长度(单位: cm)分别为 2, 3, 4, 5, 7, 从中任意取出 3 根.

(1) 列出所选的 3 根小木棒的所有可能情况.

(2) 如果用这 3 根小木棒首尾顺次相接, 求它们能搭成三角形的概率.

• 开阔视野

9. 有 7 张正面分别标有数字  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$  的卡片, 它们除数字不同外其余全部相同. 现将它们背面朝上, 洗匀后从中随机抽取 1 张, 记卡片上的数字为  $a$ , 则使关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2(a-1)x + a(a-3) = 0$  有两个不相等的实数根, 且以  $x$  为自变量的二次函数  $y = x^2 - (a^2 + 1)x - a + 2$  的图像不经过点  $(1, 0)$  的概率是\_\_\_\_\_.

## 31.2 随机事件的概率(二)

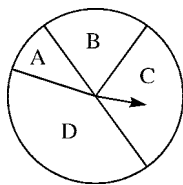
• 知识点拨

1. 能通过实例体会频率和概率的不同.
2. 会求简单事件的概率.
3. 会通过求简单事件的概率判断游戏的公平性.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 如图, 把一个圆形转盘按  $1:2:3:4$  的比例分成  $A, B, C, D$  四个扇形区域, 自由转动转盘, 停止后指针落在  $B$  区域的概率为\_\_\_\_\_.

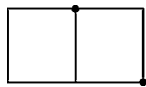


第 1(1)题

(2) 口袋内装有大小、质量和材质都相同的 2 个红球、3 个黄球, 从中随机摸出 2 个球, 这 2 个球都是红色的概率是\_\_\_\_\_.

(3) 在一只盒子中有红球  $m$  个、白球 8 个、黑球  $n$  个, 每个球除颜色外都相同, 从中任取 1 个球, 取得白球的概率与取得的不是白球的概率相同, 那么  $m$  与  $n$  的关系是\_\_\_\_\_.

(4) 在正方形网格格点上放着三枚棋子, 如图所示的位置已经摆放了两枚棋子, 若将第三枚棋子随机放在其他格点上, 则以这三枚棋子所在的格点为顶点的三角形是直角三角形的概率为\_\_\_\_\_.



第 1(4)题

(5) 哥哥与弟弟玩一个游戏: 3 张大小、质地

都相同的卡片上分别标有数字 1, 2, 3. 将标有数字的一面朝下, 哥哥从中任意抽取 1 张, 记下数字后放回洗匀, 然后弟弟从中任意抽取 1 张, 计算抽得的两个数字之和, 若和为奇数, 则弟弟胜; 若和为偶数, 则哥哥胜. 该游戏对双方\_\_\_\_\_。(填“公平”或“不公平”)

(6)如图, 在某十字路口, 汽车可直行、可左转、可右转. 若这三种可能性相同, 则两辆汽车经过该路口都向右转的概率为\_\_\_\_\_.



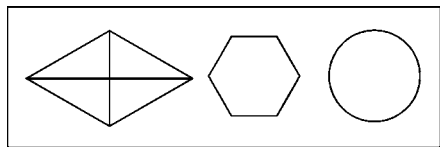
第 1(6)题

## 2. 选择题.

(1)掷两枚普通正六面体骰子(六个面分别有数字 1 到 6), 所得点数之和为 11 的概率为( )

- A.  $\frac{1}{18}$     B.  $\frac{1}{36}$     C.  $\frac{1}{12}$     D.  $\frac{1}{15}$

(2)如图, 在一长方形内有对角线长分别为 2 和 3 的菱形、边长为 1 的正六边形和半径为 1 的圆, 则一点随机落在这三个图形内的概率较大的是 ( )



第 2(2)题

- A. 落在菱形内    B. 落在圆内  
C. 落在正六边形内    D. 一样大

(3)下列试验中, 概率最大的是 ( )

- A. 抛掷一枚质地均匀的硬币, 出现正面朝上的概率  
B. 抛掷一枚骰子(六个面分别有数字 1 到 6), 掷出的点数为奇数的概率  
C. 从一副洗匀的不含王牌的扑克牌(背面朝上)中任选 1 张, 恰好是方块的概率  
D. 3 张同样的纸片分别写有数字 2, 3, 4, 洗匀后背面朝上, 任选 1 张恰好为偶数的概率

(4)小英同时掷甲、乙两枚质地均匀的小立方体(立方体的每个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6). 记甲立方体朝上一面上的数字为  $x$ , 乙立方体朝上一面上的数字为  $y$ , 这样就确定点  $P$  的一个坐标  $(x, y)$ , 那么点  $P$  落在双曲线  $y = \frac{6}{x}$  上的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{18}$     B.  $\frac{1}{12}$     C.  $\frac{1}{9}$     D.  $\frac{1}{6}$

(5)端午节吃粽子是中华民族的传统习俗, 小颖妈妈买了 2 只红豆粽、3 只碱水粽、5 只肉粽, 粽子除内部馅料不同外其他均相同, 小颖随意吃 1 个, 吃到红豆粽的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{10}$     B.  $\frac{1}{5}$     C.  $\frac{1}{3}$     D.  $\frac{1}{2}$

(6)从 1, 2, 3, 4 中任取一个数作为十位上的数字, 再从 2, 3, 4 中任取一个数作为个位上的数字, 那么组成的两位数是 3 的倍数的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$     B.  $\frac{1}{3}$     C.  $\frac{5}{12}$     D.  $\frac{2}{3}$

(7)在 10 个外观相同的产品中, 有 2 个不合格产品. 现从中任意抽取 1 个进行检测, 抽到不合格产品的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{10}$     B.  $\frac{1}{5}$     C.  $\frac{2}{5}$     D.  $\frac{4}{5}$

3. 甲、乙、丙、丁 4 名同学进行羽毛球单打比赛, 要从中选出 2 名同学进行一场比赛, 求下列事件的概率.

(1)已确定甲打第一场, 再从其余 3 名同学中随机选取 1 名, 恰好选中乙.

(2)随机选取 2 名同学, 其中有乙同学.

4. 在一个口袋中有 4 个完全相同的小球，把它们分别标号为 1, 2, 3, 4，随机地摸取 1 个小球，然后放回，再随机地摸取 1 个小球，求下列事件的概率.

- (1) 两次取得小球的标号相同.
- (2) 两次取得小球的标号的和等于 4.

5. 在甲、乙两个袋中均有 3 张除所标数值外完全相同的卡片，甲袋中的 3 张卡片上所标的数值分别为  $-7$ ,  $-1$ ,  $3$ ，乙袋中的 3 张卡片上所标的数值分别为  $-2$ ,  $1$ ,  $6$ 。先从甲袋中随机取出 1 张卡片，用  $x$  表示取出的卡片上标的数值，再从乙袋中随机取出 1 张卡片，用  $y$  表示取出的卡片上标的数值，把  $x$ ,  $y$  分别作为点  $A$  的横坐标、纵坐标.

- (1) 用适当的方法写出点  $A(x, y)$  的所有情况.
- (2) 求点  $A$  落在第三象限的概率.

6. 在一个不透明的口袋里装有分别标注 2, 4, 6 的 3 个小球(小球除数字外，其余都相同)，另有 3 张背面完全一样、正面分别写有数字 6, 7, 8 的卡片. 现从口袋中任意摸出 1 个小球，再从这 3 张背面朝上的卡片中任意摸出 1 张.

(1) 请你用适当的方法表示出所有可能出现的结果.

(2) 小红和小莉做游戏，制订了两个游戏规则.

规则 1: 若两次摸出的数字，至少有一次是“6”，小红赢；否则，小莉赢.

规则 2: 若摸出的卡片上的数字是球上数字的整数倍，小红赢；否则，小莉赢.

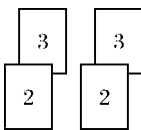
小红想要在游戏中获胜，她会选择哪一条规则？请说明理由.

7. 若一个三位数的十位数字比个位数字和百位数字都大, 则称这个数为“伞数”. 现从 1, 2, 3, 4 这四个数字中任取 3 个数, 组成无重复数字的三位数.

(1) 请写出所有可能得到的三位数.

(2) 甲、乙二人玩一个游戏, 游戏规则是: 若组成的三位数是“伞数”, 则甲胜; 否则乙胜. 你认为这个游戏公平吗? 试说明理由.

8. 小明和小刚做纸牌游戏, 如图, 两组相同的纸牌, 每组两张, 牌面数字分别是 2 和 3, 将两组牌背面朝上, 洗匀后从每组牌中各抽取 1 张, 称为一次游戏. 若两张牌的牌面数字之积为奇数, 小明得 2 分, 否则小刚得 1 分, 这个游戏对双方公平吗? 请说明理由.



第 8 题

### • 数学思考

9. 小明有 2 件上衣, 分别为红色和蓝色, 有 3 条裤子, 其中 2 条为蓝色、1 条为棕色. 小明任意拿出 1 件上衣和 1 条裤子穿上. 请列出所有可能出现的结果, 并求小明穿的上衣和裤子恰好都是蓝色的概率.

10. 现有形状、大小和颜色完全一样的 3 张卡片, 上面分别标有数字 1, 2, 3, 第一次从这 3 张卡片中随机抽取 1 张, 记下数字后放回, 第二次再从这 3 张卡片中随机抽取 1 张并记下数字, 请表示出上述试验所有可能的结果, 并求第二次抽取的数字大于第一次抽取的数字的概率.



## • 解决问题

11. 在一个不透明的袋子里装有编号分别为 1, 2, 3 的球(除编号以外, 其余都相同), 其中 1 号球 1 个、3 号球 3 个, 从中随机摸出 1 个球是 2 号球的概率为  $\frac{1}{3}$ .

(1) 求袋子里 2 号球的个数.

(2) 甲、乙两人依次从袋中摸出 1 个球(不放回), 甲摸出球的编号记为  $x$ , 乙摸出球的编号记为  $y$ , 用列表法求点  $A(x, y)$  在直线  $y=x$  下方的概率.

12. 周日, 小明和爸爸、妈妈在家都想使用电脑上网, 可是家里只有一台电脑, 为了确定谁能使用电脑上网, 小明设计了下面两个规则.

(1) 任意投掷两枚质地均匀的硬币, 若两枚都是正面朝上, 则爸爸使用电脑; 若两枚都是反面朝上, 则妈妈使用电脑; 若一枚正面朝上一枚反面朝上, 则小明使用电脑.

(2) 任意投掷两枚骰子, 若点数之和能被 3 整除, 则爸爸使用电脑; 若点数之和被 3 除余数为 1, 则妈妈使用电脑; 若点数之和被 3 除余数为 2, 则小明使用电脑.

这两个规则哪个公平? 请说明理由.

## • 数学活动

13. 小颖将一枚质地均匀的硬币连续掷了 3 次, 3 次都是正面朝上的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$     B.  $\frac{1}{3}$     C.  $\frac{1}{4}$     D.  $\frac{1}{8}$

14. 在一个口袋中有 4 个完全相同的小球, 把它们分别标号 1, 2, 3, 4. 小明先随机地摸出 1 个小球, 小强再随机地摸出 1 个小球. 记小明摸出球的标号为  $x$ , 小强摸出球的标号为  $y$ . 小明和小强在此基础上共同制订出一个游戏规则: 当  $x > y$  时小明获胜, 否则小强获胜.

(1) 若小明摸出的球不再放回, 求小明获胜的概率.



(2)若小明摸出的球放回后小强再随机摸球,他们制订的游戏规则公平吗?请说明理由.

### 31.3 用频率估计概率(一)

#### • 知识点拨

1. 理解现实生活中的一些随机事件,需要做大量重复试验,用事件发生的频率去估计概率.

2. 理解频率在大量重复试验时,才具有稳定性,接近于概率.试验次数较少时,频率的波动较大.

#### • 知识与技能

##### 1. 填空题.

(1)投掷一枚质地均匀的骰子,“掷出2点”的概率是\_\_\_\_\_,掷500次,“掷出2点”的次数应该接近于\_\_\_\_\_.

(2)某射手在同一条件下进行射击,结果如下表所示:

射击次数 $n$	10	20	50
击中靶心数 $m$	9	19	44
击中靶心频率 $\frac{m}{n}$	0.9	0.95	0.88
射击次数 $n$	100	200	500
击中靶心数 $m$	91	178	451
击中靶心频率 $\frac{m}{n}$	0.91	0.89	0.902

试依据该表,估计这个射手射击一次,击中靶心的概率约是\_\_\_\_\_.

##### 2. 选择题.

(1)试验的总次数、频数及频率三者的关系是 ( )

- A. 频数越大,频率越大  
B. 频数与总次数成正比  
C. 总次数一定时,频数越大,频率可达到很大  
D. 频数一定时,频率与总次数成反比

(2)下列说法中,错误的是 ( )

- A. 试验所得的概率一定等于理论概率  
B. 试验所得的概率不一定等于理论概率  
C. 试验所得的概率有可能为0  
D. 试验所得的概率有可能为1

(3)在一个不透明的盒子里,装有4个黑球和若干个白球,它们除颜色外没有任何区别,摇匀后从中随机摸出1个球记下颜色,再把它放回盒子里,不断重复,共摸球40次,其中10次摸到黑球,则估计盒子中的白球个数为 ( )

- A. 12    B. 16    C. 20    D. 30

(4)在2012~2013赛季NBA常规赛中,科比罚球投篮的命中率大约是83.3%,下列说法错误的是 ( )

- A. 科比罚球投篮2次,一定全部命中  
B. 科比罚球投篮2次,不一定全部命中  
C. 科比罚球投篮1次,命中的可能性较大  
D. 科比罚球投篮1次,不命中的可能性较小

(5)一个不透明的口袋里装有除颜色外其余都相同的5个白球和若干个红球,在不允许将球倒出来数的前提下,小亮为了估计其中的红球数,采用如下方法:先将口袋中的球摇匀,再从口袋里随机摸出1球,记下颜色,然后把它放回口袋中.不断重复上述过程,小亮共摸了100次,其中有10次摸到白球,因此小亮估计口袋中的红球个数为 ( )

- A. 45    B. 48    C. 50    D. 55

(6)下列说法中,正确的有 ( )

①某射手射击500次,中靶200次,那么命中率约为40%;

②如果检查100件产品,发现了5件次品,就说产品的次品率(任取一件是次品的概率)大约

是 5%；

③某篮球运动员练习投篮 200 次，命中 140 次，那么他的投篮命中率约为 70%；

④掷 10 次硬币，结果正面向上出现 3 次，反面向上出现 7 次，由此可得正面向上的概率是 0.3，反面向上的概率是 0.7.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

(7)把 12 个球(除颜色外没有区别)放到一个不透明的箱子里，每次将球搅拌均匀后，任意摸出 1 个球记下颜色再放回暗箱，要使得摸到白球、红球的频率分别稳定在  $\frac{1}{3}$  和  $\frac{2}{3}$ ，则应准备的白球、红球的个数分别是 ( )

A. 3, 9 B. 9, 3 C. 4, 8 D. 8, 4

(8)在做“抛掷两枚硬币试验”时，有部分同学没有硬币，因而需要用别的实物来替代进行试验，在以下所选的替代物中，你认为较合适的是 ( )

- A. 两张扑克牌，一张是红桃，另一张是黑桃
- B. 两个乒乓球，一个是黄色，另一个是白色
- C. 两个相同的矿泉水瓶盖
- D. 四张扑克牌，两张是红桃，另两张是黑桃

• 数学思考

3. 某校开展摄影大赛，要求参赛学生每人交一件作品. 现将参赛的 50 件作品的成绩(单位：分)统计如下：

等级	成绩(用 $s$ 表示)	频数	频率
A	$90 \leq s \leq 100$	$x$	0.08
B	$80 \leq s < 90$	35	$y$
C	$s < 80$	11	0.22
合计		50	1

请根据上表提供的信息，解答下列问题：

(1)表中的  $x$  的值为 \_\_\_\_\_， $y$  的值为 \_\_\_\_\_.

(2)将本次参赛作品获得 A 等级的学生依次用  $A_1, A_2, A_3, \dots$ ，表示，现该校决定从本次中获得 A 等级的参赛学生中，随机抽取两名学生谈谈

他们的参赛体会，请求出恰好抽到学生  $A_1$  和  $A_2$  的概率.

4. 王强与李刚两位同学在学习“概率”时，做抛骰子试验. 他们共抛了 54 次，向上点数的出现次数如下表：

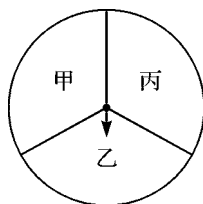
向上点数	1	2	3	4	5	6
出现次数	6	9	5	8	16	10

(1)请分别计算出现向上点数为 3 的频率及出现向上点数为 5 的频率.

(2)王强说：“根据试验，一次试验中出现向上点数为 5 的概率最大.”李刚说：“如果抛 540 次，那么出现向上点数为 6 的次数正好是 100 次.”请判断王强和李刚说法的对错.

5. 为验证“掷一个骰子，向上的点数为偶数的概率是 0.5”，下列试验中，不科学的是 ( )

- A. 袋中装有 1 个红球和 1 个绿球，它们除颜色外都相同，计算随机摸出红球的概率
- B. 用计算器随机地取不大于 10 的正整数，计算取得奇数的概率
- C. 随机掷一枚质地均匀的硬币，计算正面朝上的概率
- D. 如图，将一个可以自由旋转的转盘分成甲、乙、丙 3 个相同的扇形，转动转盘任其自由停止，计算指针指向甲的概率



第 5 题

### • 解决问题

6. 研究问题：一个不透明的盒中装有若干个只有颜色不一样的红球与黄球，怎样估算不同颜色球的数量？

操作方法：先从盒中拿出 8 个球，画上记号后放回盒中，再进行摸球试验，摸球试验要求每次搅拌均匀后摸出 1 个球，记录球的颜色和是否有记号后放回盒中，如此反复。

活动结果：摸球试验一共做了 50 次，统计结果如下表。

球是否有记号	无记号		有记号	
	红色	黄色	红色	黄色
摸到的次数	18	28	2	2

由上述的摸球试验可推算：

(1) 盒中红球、黄球占总球数的百分比分别是多少？

(2) 盒中有红球多少个？

## 31.3 用频率估计概率(二)

### • 知识点拨

1. 能够通过大量试验得到：事件 A 的频率稳定到它的概率，或者说概率是频率的稳定值。

2. 知道在实际中，常用比较稳定时的频率估计事件的概率。

3. 试验次数越多，得到概率较精确的估计值的可能性越大，频率越接近于概率。

### • 知识与技能

1. 选择题。

(1) 下面说法中，正确的是 ( )

- A. 通过多次试验得到的某事件发生的频率等于这一事件发生的概率
- B. 某人前 9 次掷出的硬币都是正面向上，那么第 10 次掷出的硬币反面朝上的概率，一定大于正面朝上的概率
- C. 不可能事件的概率可能等于 1
- D. 试验估计结果与理论概念不一定一致

(2) 以下说法中，合理的是 ( )

- A. 小明在 10 次抛图钉试验中发现 3 次钉尖朝上，由此他说钉尖朝上的概率是 30%
- B. 抛掷一枚骰子，出现 6 的概率是  $\frac{1}{6}$  的意思是每 6 次就有 1 次掷得 6
- C. 某彩票的中奖机会是 2%，那么如果买 100 张彩票一定会有 2 张中奖
- D. 在课堂试验中，甲、乙两组同学估计硬币落地后正面朝上的概率分别是 0.48 和 0.51

(3) 下列说法中，正确的是 ( )

- A. 随机事件的发生具有偶然性，即使反复试验也没有规律可循
- B. 随机事件的发生具有规律性，第一次试验往往代表最后结果
- C. 试验的次数越少，频率的分布越集中，逐

渐稳定在一个数附近

D. 试验的次数越多, 频率的分布越集中, 逐渐稳定在一个数附近

(4) 在一个不透明的布袋中, 红球、黑球、白球共有若干个, 除颜色外, 形状、大小、质地等完全相同. 小新从布袋中随机摸出 1 球, 记下颜色后放回布袋中, 摇匀后再随机摸出 1 球, 记下颜色……如此进行大量摸球试验后, 小新发现其中摸出红球的频率稳定于 20%, 摸出黑球的频率稳定于 50%. 对此试验, 他总结出下列结论: ①若进行大量摸球试验, 摸出白球的频率稳定于 30%; ②若从布袋中任意摸出 1 个球, 该球是黑球的概率最大; ③若再摸球 100 次, 必有 20 次摸出的是红球. 其中说法正确的是 ( )

- A. ①②③                      B. ①②  
C. ①③                         D. ②③

(5) 投掷一枚骰子, 出现 1 点的概率是  $\frac{1}{6}$ . 下列说法中, 错误的有 ( )

- ①每掷一次均出现 1 点;  
②当投掷次数比较多时, 出现 1 点的频率就很接近投掷次数的  $\frac{1}{6}$ ;  
③连投 6 次, 不可能都是 1 点;  
④连投 5 次, 不可能出现 1 点.

- A. 1 个    B. 2 个    C. 3 个    D. 4 个

(6) 一绿豆在相同条件下的发芽试验结果如下表所示, 则绿豆发芽的概率估计值是 ( )

每批粒数 $n$	100	300	600
发芽粒数 $m$	96	282	570
发芽频率 $\frac{m}{n}$	0.960	0.940	0.950
每批粒数 $n$	1 000	2 000	3 000
发芽粒数 $m$	948	1 912	2 850
发芽频率 $\frac{m}{n}$	0.948	0.956	0.950

- A. 0.96    B. 0.95    C. 0.94    D. 0.90

(7) “六一”儿童节, 某玩具超市设立了一个如图所示可以自由转动的转盘, 开展有奖购买活

动. 顾客购买玩具就能获得一次转动转盘的机会, 当转盘停止时, 指针落在哪一区域就可以获得相应奖品. 下表是该活动的一组统计数据. 下列说法中不正确的是 ( )

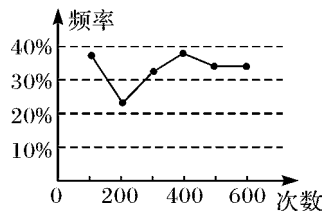


第 1(7)题

转动转盘的次数 $n$	100	150	200
落在“铅笔”区域的次数 $m$	68	108	140
落在“铅笔”区域的频率 $\frac{m}{n}$	0.68	0.72	0.70
转动转盘的次数 $n$	500	800	1 000
落在“铅笔”区域的次数 $m$	355	560	690
落在“铅笔”区域的频率 $\frac{m}{n}$	0.71	0.70	0.69

- A. 当  $n$  很大时, 估计指针落在“铅笔”区域的概率大约是 0.70  
B. 假如你去转动转盘一次, 获得铅笔的概率大约是 0.70  
C. 如果转动转盘 2 000 次, 指针落在“文具盒”区域的次数大约有 600 次  
D. 转动转盘 10 次, 一定有 3 次获得文具盒

(8) 甲、乙两名同学在一次用频率去估计概率的试验中, 统计了某一结果出现的频率并绘出如图所示的统计图, 则符合这一结果的试验可能是 ( )



第 1(8)题

- A. 掷一个骰子, 出现 1 点的概率  
B. 抛一枚硬币, 出现正面的概率

- C. 任意写一个整数, 它被 2 整除的概率  
 D. 从一个装有 2 个白球和 1 个红球的袋子中任取 1 球, 取到红球的概率

### • 数学思考

2. 在一次大规模的统计中, 发现英文文献中字母  $E$  使用的频率在 0.105 附近, 而字母  $J$  使用的频率大约为 0.001. 如果这次统计是可信的, 那么下列说法正确吗? 试说明理由.

(1) 在英文文献中, 字母  $E$  出现的概率在 0.105 左右, 字母  $J$  出现的概率在 0.001 左右.

(2) 如果再去统计一篇约含 200 个字母的英文文献, 那么字母  $E$  出现的频率一定会非常接近 10.5%.

3. 一个彩民在一期体彩中, 一次买了 1 000 张彩票, 结果有 1 张中了一等奖, 2 张中了二等奖, 2 张中了四等奖.

(1) 求该彩民买本期体彩的中奖率.

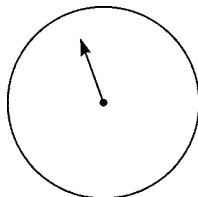
(2) 你能由此推测出本期体彩的中奖率吗? 如果能, 请求出中奖率; 如果不能, 请说明理由.

4. 某厂为新型号电视机上市举办促销活动, 顾客每买一台该型号电视机, 可获得一次抽奖机会, 该厂拟按 10% 设大奖, 其余 90% 为小奖.

厂家设计的抽奖方案是: 在一个不透明的盒子中, 放入 10 个黄球和 90 个白球, 这些球除颜色外其余都相同, 搅匀后从中任意摸出 1 个球, 摸到黄球的顾客获得大奖, 摸到白球的顾客获得小奖.

(1) 厂家请教了一位数学老师, 他设计的抽奖方案是: 在一个不透明的盒子中, 放入 2 个黄球和 3 个白球, 这些球除颜色外其余都相同, 搅匀后从中任意摸出 2 个球, 摸到的 2 个球都是黄球的顾客获得大奖, 其余的顾客获得小奖. 该抽奖方案符合厂家的设奖要求吗? 请说明理由.

(2) 下图是一个可以自由转动的转盘, 请你将转盘分为 2 个扇形区域, 分别涂上黄、白两种颜色, 并设计抽奖方案, 使其符合厂家的设奖要求.



第 4 题

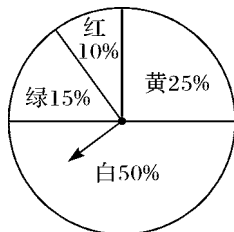
• 解决问题

5. 某商场为了吸引顾客, 设立了一个可以自由转动的转盘(如下图), 并规定: 购物满 100 元的, 就能获得一次转动转盘的机会, 如果转盘停止后, 指针正好对准红、绿、黄、白区域, 那么顾客就可以对应得到 80 元、30 元、10 元、0 元的购物券, 凭购物券可以在商场购物. 如果顾客不愿意转转盘, 那么可以直接获得 10 元购物券.

(1) 每转动一次转盘所获购物券金额的平均数是多少?

(2) 若在此商场购买 100 元的货物, 那么你将选择哪种方式获得购物券?

(3) 小明在家里也做了一个同样的转盘做试验, 转 10 次后共获得购物券 96 元, 他说还是不转转盘直接领取购物券合算, 你同意小明的说法吗? 请说明理由.



第 5 题

31.4 用列举法求简单事件的概率(一)

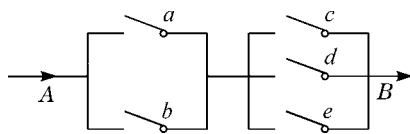
• 知识点拨

1. 在具体的问题情境中了解概率的意义.
2. 掌握用列表法求简单事件的概率的方法.
3. 列表法求事件概率的条件: 两个步骤可以完成的事件.
4. 当基本事件较少时, 可以采用一一列举的方法求概率.
5. 解题时要注意是放回试验还是不放回试验.

• 知识与技能

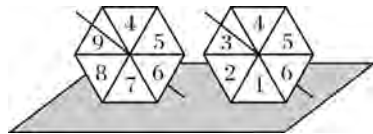
1. 填空题.

(1) 如图所示, 有一电路  $AB$  是由图示的开关控制, 闭合  $a, b, c, d, e$  五个开关中的任意两个开关, 使电路形成通路的概率是\_\_\_\_\_.



第 1(1)题

(2) 如图所示, 小明和小龙做转陀螺游戏, 他们同时分别转动一个陀螺, 当两个陀螺都停下来时, 与桌面相接触的边上的数字都是奇数的概率是\_\_\_\_\_.



第 1(2)题

2. 选择题.

(1) 在一个不透明的袋子中, 有 2 个白球和 2 个红球, 它们只有颜色上的区别, 从袋子中随机摸出 1 个球记下颜色后放回, 再随机摸出 1 个球.



则两次都摸到白球的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{16}$  B.  $\frac{1}{8}$  C.  $\frac{1}{4}$  D.  $\frac{1}{2}$

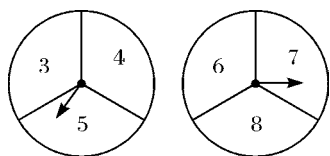
(2) 5月19日为中国旅游日,衢州推出“读万卷书,行万里路,游衢州景”的主题系列旅游惠民活动,市民王先生准备在优惠日当天上午从孔氏南宗家庙、烂柯山、龙游石窟中随机选择一个地点,下午从江郎山、三衢石林、开化根博园中随机选择一个地点游玩,则王先生恰好上午选中孔氏南宗家庙,下午选中江郎山这两个地点的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{9}$  B.  $\frac{1}{3}$  C.  $\frac{2}{3}$  D.  $\frac{2}{9}$

(3) 在一个不透明的袋中装有红色、黄色、蓝色的3个质地均匀、大小相同的球,从中随机取出1球记下颜色后,放入袋中搅匀,再从袋中随机取出1球,两次所取球的颜色相同的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{9}$  B.  $\frac{1}{6}$  C.  $\frac{1}{3}$  D.  $\frac{1}{2}$

(4) 如图是两个可以自由转动的转盘,转盘各被等分成三个扇形,并分别标有3, 4, 5和6, 7, 8这六个数字. 如果同时转动两个转盘各一次(指针落在等分线上重转),转盘停止后,则指针指向的数字和为奇数的概率是 ( )



第2(4)题

- A.  $\frac{1}{2}$  B.  $\frac{5}{9}$  C.  $\frac{4}{9}$  D.  $\frac{1}{3}$

(5) 两个正四面体骰子的各面上分别标明数字1, 2, 3, 4, 如同时投掷这两个正四面体骰子,则着地的面所得的点数之和等于5的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$  B.  $\frac{3}{16}$  C.  $\frac{3}{4}$  D.  $\frac{3}{8}$

(6) 中秋节吃月饼是中华民族的传统习俗. 农

历八月十五早上,奶奶给小华准备了4个月饼:1个五仁馅、1个豆沙馅、2个蛋黄馅. 4个月饼除内部馅料不同外其他都相同,小华喜欢吃蛋黄馅的月饼,则小华吃了2个月饼刚好都是蛋黄馅的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$  B.  $\frac{1}{8}$  C.  $\frac{1}{6}$  D.  $\frac{1}{2}$

### • 数学思考

3. 在国庆节爱国教育活动中,某校计划组织学生志愿者小组到人民广场进行义务表演,准备从艺术班中的3名男生小亮、小明、小伟和2名女生小丽、小敏中选取1名男生和1名女生参加学生志愿者小组.

(1) 若随机选取1名男生和1名女生参加学生志愿者小组,请用列表法写出所有可能出现的结果.

(2) 求出恰好选中男生小明与女生小丽的概率.

4. 小红准备给小梅打电话,由于保管不善,电话本上的小梅手机号码中,有两个数字已模糊不清. 如果用 $x, y$ 表示这两个看不清的数字,那么小梅的手机号码为139x370y580,小红记得这11个数字之和是20的整数倍. 则小红一次拨对小梅手机号码的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{18}$  B.  $\frac{1}{9}$  C.  $\frac{1}{6}$  D.  $\frac{1}{5}$



5. 小王制订了一个玩飞行棋的游戏规则：抛掷两枚均匀的正四面体骰子(四面依次标上数字 1, 2, 3, 4)，掷得点数之和为 5 时才“可以起飞”。请你根据规则计算“可以起飞”的概率。(要求用列表法求解)

### • 解决问题

6. 某市今年中考理、化实验操作考试，采用学生抽签方式决定自己的考试内容。规定：每位考生必须在三个物理实验(用纸签 A, B, C 表示)和三个化学实验(用纸签 D, E, F 表示)中各抽取一个进行考试。小刚在看不到纸签的情况下，分别从中随机抽取一个。

(1)用列表法表示所有可能出现的结果。

(2)小刚抽到物理实验 B 和化学实验 F (记作事件 M)的概率是多少?

7. 从数学、语文、英语、计算机这四门课程中选出两门排在星期一上午第一、二两节课，数学和计算机不能排在一起，语文不能排在第一节，两节可以排同一门课程。求星期一上午有英语课的概率。

### • 数学活动

8. 某商场为了吸引顾客，设计了一种促销活动：在一个不透明的箱子里放有 4 个相同的小球，球上分别标有“0 元”“10 元”“20 元”和“40 元”的字样。规定：顾客在本商场同一日内，每消费满 198 元，就可以在箱子里先后摸出 2 个球(第一次摸出后不放回)，商场根据两小球所标金额的和返还相应价格的购物券，可以重新在本商场消费。某顾客消费了 200 元。

(1)该顾客至少可得到\_\_\_\_\_元购物券，至多可得到\_\_\_\_\_元购物券。

(2)请你用列表的方法，求出该顾客所获得购物券的金额不低于 30 元的概率。

9. 在一个不透明的口袋中装有 5 个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 小明从中随机摸出 1 个小球后, 记下其标号后放回, 小梅又从中随机摸出 1 个小球, 则小明摸到小球的标号大于小梅摸到小球的标号的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$     B.  $\frac{1}{3}$     C.  $\frac{2}{5}$     D.  $\frac{3}{5}$

### • 开阔视野

10. 某校一课外活动小组为了解学生最喜欢的球类运动情况, 随机抽查本校九年级的 200 名学生, 调查的结果如图所示. 请根据该扇形统计图解答以下问题:

(1) 求图中的  $x$  的值.

(2) 求最喜欢乒乓球运动的学生人数.

(3) 现由 3 名最喜欢篮球运动的学生, 1 名最喜欢乒乓球运动的学生, 1 名最喜欢足球运动的学生组队外出参加一次联谊活动, 欲从中选出 2 人担任组长(不分正副), 列出所有可能情况, 并求 2 人均是最喜欢篮球运动的学生的概率.



第 10 题

## 31.4 用列举法求简单事件的概率(二)

### • 知识点拨

1. 在具体的问题情境中了解概率的意义.
2. 会用树形图求简单事件的概率.
3. 掌握树形图的规范格式.
4. 树形图法适用于两步或两步以上完成的事件.
5. 解题时要注意区分是放回试验还是不放回试验.

### • 知识与技能

1. 填空题.

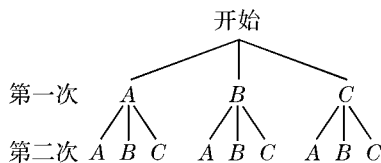
小红、小明、小芳在一起做游戏时, 需要确定做游戏的先后顺序, 他们约定用“剪刀、石头、布”的方式确定, 则在一回合中 3 个人都出“剪刀”的概率是\_\_\_\_\_.

2. 选择题.

(1) 在一个不透明的袋子中放入 2 个红球和 2 个白球(红球和白球的形状、材质完全相同), 从中任意摸出 2 个球, 恰好是 1 个红球、1 个白球的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$     B.  $\frac{1}{2}$     C.  $\frac{1}{3}$     D.  $\frac{2}{3}$

(2) 从分别标有 A, B, C 的 3 根纸签中随机抽取 1 根, 然后放回, 再随机抽取 1 根, 两次抽签的所有可能结果的树形图如图所示, 那么抽出的两根签中, 一根标有 A, 一根标有 C 的概率是 ( )



第 2(2)题

- A.  $\frac{1}{9}$     B.  $\frac{2}{9}$     C.  $\frac{1}{3}$     D.  $\frac{4}{9}$

(3)在两个不透明的袋中各装有 1 个蓝球和 1 个白球两个球(它们除颜色外其余都相同). 现随机从两个袋中各摸出 1 个球, 摸出的 2 个球的颜色是一蓝一白的概率是 ( )

- A.  $\frac{3}{4}$     B.  $\frac{2}{3}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{1}{3}$

(4)桌面上有 3 张背面相同的卡片, 正面分别写有数字 1, 2, 3. 先将卡片背面朝上洗匀, 然后从中同时抽取 2 张, 则抽到的 2 张卡片上的数字之积为奇数的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{6}$     B.  $\frac{2}{3}$     C.  $\frac{1}{3}$     D.  $\frac{1}{2}$

(5)在配紫色(红色与蓝色可配成紫色)游戏中, 转盘被平均分成“红”“黄”“蓝”“白”四部分, 转动转盘两次, 配成紫色的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{1}{4}$     C.  $\frac{1}{5}$     D.  $\frac{1}{8}$

(6)在一个不透明的袋中装有大小和质地都完全一样的 3 个红球、2 个白球, 从袋中任意摸出 3 个球, 至少有 1 个白球的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{10}$     B.  $\frac{3}{10}$     C.  $\frac{7}{10}$     D.  $\frac{9}{10}$

3. 在一个口袋中有 4 个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 随机地摸出 1 个小球, 然后放回, 再随机地摸出 1 个小球.

(1)试用树形图表示出两次取出小球标号的所有可能的结果.

(2)求两次取出小球标号的和为 3 的概率.

4. “十一”期间, 老张在某商场购物后, 参加了出口处的抽奖活动. 抽奖规则如下: 每张发票可摸球一次, 每次从装有大小、形状都相同的 1 个白球和 2 个红球的盒子中随机摸出 1 个球, 若摸出的是白球, 则获得一份奖品, 若摸出的是红球, 则不获奖.

(1)求每次摸球中奖的概率.

(2)老张想: “我手中有两张发票, 那么中奖的概率就翻了一倍.”老张的想法正确吗? 画树形图分析说明.

• 数学思考

5. 在一个不透明的袋子中, 装有红、黑两种颜色的小球(除颜色不同外其他都相同), 其中 1 个是红球, 2 个分别是标有 A, B 的黑球.

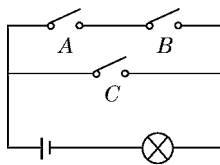
(1)小李第一次从口袋中摸出 1 个球, 且不放回, 第二次又从口袋中摸出 1 个球, 则小李两次都摸出黑球的概率是多少? 试用树形图加以说明.

(2) 小张第一次从口袋中摸出 1 个球，摸到红球不放回，摸到黑球放回，第二次又从口袋中摸出 1 个球，则小张第二次摸到黑球的概率是多少？试用树形图加以说明.

6. 如图，电路图上有三个开关  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ，开关闭合记作“+”，开关断开记作“-”.

(1) 若只闭合其中一个开关，则小灯泡发光（即电流通过）的概率是\_\_\_\_\_.

(2) 用树形图或列表的方法表示三个开关  $A$ ,  $B$ ,  $C$  闭合或断开的所有情况，并求小灯泡发光的概率.



第 6 题

### • 解决问题

7. 经过某十字路口的汽车可能继续直行，也可能向左转或向右转，这三种情况是等可能的. 现有三辆车先后经过这个十字路口.

(1) 求这三辆车在该十字路口全部同向而行的概率.

(2) 求至少有两辆车在该十字路口向左转的概率.

(3) 该十字路口右拐弯是通往新建经济开发区的，交管部门在汽车行驶高峰时段对车流量作了统计，发现汽车在该十字路口向右转的频率为  $\frac{2}{5}$ ，向左转和直行的频率均为  $\frac{3}{10}$ . 目前在该路口，汽车左转、右转、直行的绿灯亮的时间都为 30 s，在绿灯亮的总时间不变的前提下，为了缓解交通拥挤，请你用统计的知识对该路口三个方向的绿灯亮的时间作出合理的调整.

8. 在一不透明的布袋里, 装有红、黄、蓝三种颜色的小球(除颜色外其余都相同), 其中有红球 2 个、蓝球 1 个、黄球若干个, 现从中任意摸出 1 个小球是红球的概率为  $\frac{1}{2}$ .

(1) 求口袋中黄球的个数.

(2) 甲同学先随机摸出 1 个小球(不放回), 再随机摸出 1 个小球, 请用树形图法求两次摸出的都是红球的概率.

(3) 现规定: 摸到红球得 5 分, 摸到黄球得 3 分, 摸到蓝球得 2 分(每次摸出后放回). 乙同学在一次摸球游戏中, 第一次摸到 1 个红球, 第二次摸到 1 个蓝球, 若再随机摸一次, 求乙同学三次摸球所得分数之和不低于 10 分的概率.

再从  $B$  口袋中随机取出 2 个小球, 用  $n$  表示所取球上的数字之和.

(1) 用树形图表示小明所取出的 3 个小球的所有可能结果.

(2) 求  $\frac{n}{m}$  的值是整数的概率.

### • 开阔视野

10. 在课外活动时间, 小王、小丽和小华做“互相踢毽子”游戏, 毽子从一人传到另一人就记为踢一次.

(1) 若从小丽开始, 经过两次踢毽后, 毽子踢到小华处的概率是多少? 用树形图说明.

(2) 要使经过三次踢毽后, 毽子踢到小王处的可能性最小, 应从谁开始踢, 并说明理由.

### • 数学活动

9. 有  $A, B$  两个口袋,  $A$  口袋中装有 2 个分别标有数字 2, 3 的小球;  $B$  口袋中装有 3 个分别标有数字 -1, 4, -5 的小球. 小明先从  $A$  口袋中随机取出 1 个小球, 用  $m$  表示所取球上的数字,

## 回顾与反思

## • 知识与技能

## 1. 填空题.

(1) 小红每天骑自行车上学时都要经过一个十字路口, 该十字路口有红、黄、绿三色交通信号灯, 她在路口遇到红灯的概率为  $\frac{1}{3}$ , 遇到黄灯的概率为  $\frac{1}{9}$ , 那么她遇到绿灯的概率为\_\_\_\_\_.

(2) 现有两个不透明的袋子, 其中一个装有标号分别为  $A, B$  的 2 个小球, 另一个装有标号分别为  $B, C, D$  的 3 个小球, 小球除标号外其余均相同, 从两个袋子中各随机摸出 1 个小球, 两球标号恰好相同的概率是\_\_\_\_\_.

(3) 如图, 有 4 张不透明的卡片除正面的算式不同外, 其余完全相同, 将它们背面朝上洗匀后, 从中随机抽取 1 张, 则抽到的卡片上算式正确的概率是\_\_\_\_\_.

$$a^3 \cdot a^4 = a^7$$

$$a^8 \div a^4 = a^2$$

$$(a^3)^2 = a^6$$

$$a^2 + a^3 = a^5$$

第 1(3)题

(4) 甲、乙、丙、丁四名同学参加校田径运动会  $4 \times 400$  米接力跑比赛, 如果任意安排四名同学的跑步顺序, 那么恰好由甲将接力棒交给乙的概率是\_\_\_\_\_.

## 2. 选择题.

(1) 在一个不透明的口袋中装有 5 个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 从中随机摸出 1 个小球, 其标号不小于 3 的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{5}$     B.  $\frac{2}{5}$     C.  $\frac{3}{5}$     D.  $\frac{4}{5}$

(2) 在九年级某班举行的元旦联欢会上有一个幸运摸宝游戏: 将 5 张分别画有等腰梯形、圆、平行四边形、正六边形和菱形的卡片任意摆放,

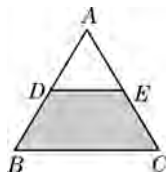
将有图形的一面朝下, 从中任意翻开 1 张, 如果翻开的图形是中心对称图形, 就可以获得一份奖励. 那么一次获奖的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{5}$     B.  $\frac{2}{5}$     C.  $\frac{3}{5}$     D.  $\frac{4}{5}$

(3) 下列说法中, 正确的是 ( )

- A. 试验是预测机会大小的一种方法  
B. 抛掷瓶盖出现正面的机会与抛掷硬币出现正面的机会相等  
C. 抛掷二枚普通骰子, 出现点数之和为 5 的机会为  $\frac{5}{6}$   
D. 在抛掷硬币的试验中, 如果没有硬币, 可用图钉替代

(4) 如图, 已知等边三角形  $ABC$  的面积为 1,  $D, E$  分别为  $AB, AC$  的中点, 若向图中随机抛掷一枚飞镖, 飞镖落在阴影区域的概率是 (不考虑落在线上的情形) ( )



第 2(4)题

- A.  $\frac{1}{4}$     B.  $\frac{3}{4}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{2}{3}$

(5) 在一个不透明的口袋中装有 4 个红球和若干个白球, 它们除颜色外其他完全相同. 通过多次摸球试验后发现, 摸到红球的频率稳定在 20% 左右, 则口袋中的白球可能有 ( )

- A. 25 个    B. 20 个    C. 16 个    D. 12 个

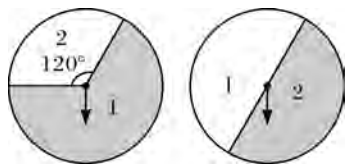
(6) 星期一上午某班级共有 4 节课, 分别为语文、数学、政治和外语, 如果随机排课, 那么第一节上数学课, 第四节上外语课的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{6}$     B.  $\frac{1}{12}$     C.  $\frac{1}{16}$     D.  $\frac{1}{24}$

(7) 从 6, -6, 3, -3 四个数中任取两个数求和, 其和为 0 的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{6}$     B.  $\frac{1}{4}$     C.  $\frac{1}{3}$     D.  $\frac{1}{2}$

(8)如图是两个可以自由转动的转盘,每个转盘被分成两个扇形,同时转动两个转盘,转盘停止后,指针所指区域内的数字之和为4的概率是 ( )



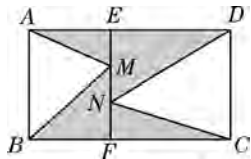
第2(8)题

- A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{1}{4}$     C.  $\frac{1}{5}$     D.  $\frac{1}{6}$

(9)李同学带了充足的10元和5元两种面值的人民币若干张,他要交电话费60元,则付款的方式有 ( )

- A. 5种    B. 6种    C. 7种    D. 8种

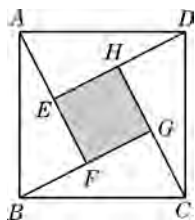
(10)小江玩投掷飞镖的游戏,他设计了一个如图所示的靶子, $E, F$ 分别是矩形 $ABCD$ 的两边 $AD, BC$ 上的点, $EF \parallel AB$ , $M, N$ 是 $EF$ 上任意两点,则投掷一次,飞镖落在阴影部分的概率是 ( )



第2(10)题

- A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{2}{3}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{3}{4}$

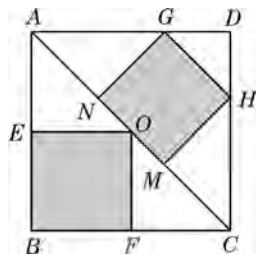
(11)“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形与中间的一个小正方形拼成的一个大正方形(如图所示).明明同学随机地在大正方形及其内部区域投针,若直角三角形的两条直角边的长分别是4和2,则针扎到小正方形(阴影)区域的概率是 ( )



第2(11)题

- A.  $\frac{4}{5}$     B.  $\frac{1}{4}$     C.  $\frac{1}{5}$     D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(12)如图,正方形 $ABCD$ 是一块绿化带,其中阴影部分 $EOFB, GHMN$ 都是正方形的花圃.已知自由飞翔的小鸟,将随机地落在这块绿化带上,则小鸟落在花圃上的概率为 ( )



第2(12)题

- A.  $\frac{17}{32}$     B.  $\frac{1}{2}$     C.  $\frac{17}{36}$     D.  $\frac{17}{38}$

• 数学思考

3. 有3张背面完全相同的卡片,它们的正面分别写有 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{18}$ ,把它们的背面朝上洗匀后,小丽先从中抽取1张,然后小明从余下的卡片中再抽取1张.

(1)直接写出小丽取出的卡片恰好是 $\sqrt{3}$ 的概率.

(2)小刚为他们设计了一个游戏规则:若两人抽取卡片上的数字之积是有理数,则小丽获胜;否则小明获胜.你认为这个游戏规则公平吗?若不公平,则对谁有利?请说明理由.



4. 在一个不透明的口袋里装有只有颜色不同的黑、白两种颜色的球共 10 个, 某学习小组做摸球试验, 将球搅匀后从中随机摸出 1 个球记下颜色, 再把它放回袋中, 不断重复. 下表是活动进行中的一组统计数据:

摸球的次数 $n$	100	150	200	500	800	1 000
摸到白球的次数	58	96	116	295	484	601
摸到白球的频率	0.58	0.64	0.58	0.59	0.605	0.601

(1) 请估计: 当  $n$  很大时, 摸到白球的频率将会接近\_\_\_\_\_。(结果精确到 0.01)

(2) 试估算口袋中黑、白两种颜色的球各有多少个.

(3) 请画树形图计算: 从袋中一次摸出 2 个球, 这 2 个球颜色不同的概率是多少?

5. 将牌面数字分别是 1, 2, 3, 4 的 4 张扑克牌背面朝上, 洗匀后放在桌面上.

(1) 从中随机抽出 1 张牌, 牌面数字是偶数的概率是\_\_\_\_\_.

(2) 从中随机抽出 2 张牌, 两张牌牌面数字的和是 5 的概率是\_\_\_\_\_.

(3) 先从中随机抽出 1 张牌, 将牌面数字作为十位上的数字, 然后将该牌放回并重新洗匀, 再随机抽取 1 张, 将牌面数字作为个位上的数字, 请用画树形图的方法求组成的两位数恰好是 4 的倍数的概率.

### • 解决问题

6. 甲、乙两超市同时开业, 为了吸引顾客, 都举行有奖酬宾活动: 凡购物满 100 元, 均可得到一次摸奖的机会. 在一个纸盒里装有 2 个红球和 2 个白球, 除颜色外其他都相同, 摸奖者一次从中摸出 2 个球, 根据球的颜色决定送礼金券的多少. (如下表)

甲超市:

球	两红	一红一白	两白
礼金券金额/元	5	10	5

乙超市:

球	两红	一红一白	两白
礼金券金额/元	10	5	10

(1)用树形图表示得到一次摸奖机会时摸到球的所有情况.

(2)如果只考虑中奖因素,你将会选择去哪个超市购物?请说明理由.

7. 小明给小王、小李、小张三名同学各寄了一封信,三个人都收到了一封,但发现有错误.请你就以下情况,分别判断三个人收到信的可能结果(列出所有可能的情况):

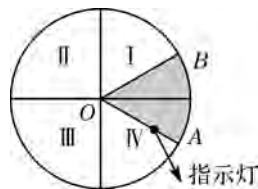
(1)只有小王收到了小明寄给他的信.

(2)三个人收到的都不是小明应该寄给他的信.

(3)小王收到小明寄给小李的信的概率是多少?

• 数学活动

8. 如图,将一个圆盘四等分,并把四个区域分别标上 I, II, III, IV, 只有区域 I 为感应区域,中心角为  $60^\circ$  的扇形  $AOB$  绕点  $O$  转动,在半径  $OA$  上装有带指示灯的感应装置,当扇形  $AOB$  与区域 I 有重叠(原点除外)的部分时,指示灯会发光,否则不发光,当扇形  $AOB$  任意转动时,指示灯发光的概率为多少?

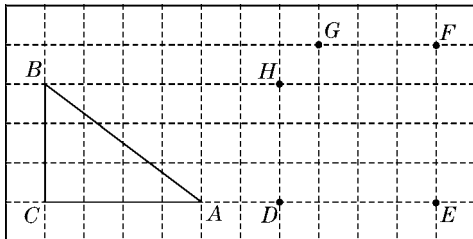


第 8 题

9. 如图,在方格纸中,  $\triangle ABC$  的三个顶点及  $D, E, F, G, H$  五个点分别位于小正方形的顶点上.

(1)现以  $D, E, F, G, H$  中的三个点为顶点画三角形,在所画的三角形中与  $\triangle ABC$  不全等但面积相等的三角形是\_\_\_\_\_。(只需要填一个三角形)

(2)先从  $D, E$  两个点中任意取一个点,再从  $F, G, H$  三个点中任意取两个不同的点,以所取得的这三个点为顶点画三角形,求所画三角形与  $\triangle ABC$  面积相等的概率.



第 9 题

当  $x = -\frac{700}{2 \times (-10)} = 35$  时, 利润  $y$  有最大值,  
 此时, 销售单价为  $3\ 000 - 10(x - 10) = 2\ 750$ (元),  
 答: 公司应将最低销售单价调整为 2 750 元.

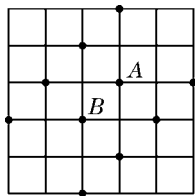
### 第三十一章 随机事件的概率

#### 31.1 确定事件和随机事件

1. B    2. A    3. D  
 4. D    5. C    6. C  
 7. B    8. C    9. A  
 10. D    11. C    12. A  
 13. B    14. D

#### 31.2 随机事件的概率(一)

1. (1)  $\frac{1}{3}$     (2)  $\frac{1}{6}$     (3)  $\frac{4}{13}$   
 (4)  $\frac{1}{3}$     (5) 略  
 2. (1) B    (2) B    (3) B  
 (4) B    (5) B    (6) A  
 (7) C  
 3. D    4.  $\frac{1}{2}$     5. 4  
 6. 解: (1) 选购 4 只节能灯的所有可能方案: 4 只 5 W; 1 只 10 W 和 3 只 5 W; 2 只 5 W 和 2 只 10 W; 3 只 10 W 和 1 只 5 W; 4 只 10 W. 买到的节能灯都为同一型号的概率为  $\frac{2}{5}$ .  
 (2) 选购的 4 只节能灯的总功率不超过 30 W 的方案有 3 种, 所以买到两种型号的节能灯数量相同的概率为  $\frac{1}{3}$ .  
 7. 解: 图形中有 36 个格点, 其中有 8 个可以使  $\triangle ABC$  的面积为 1, 所以  $P(\triangle ABC$  的面积为 1) =  $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ .



8. 解: (1) 选的 3 根小木棒的所有可能情况是 (2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 3, 7), (3, 4, 5), (3, 4, 7), (4, 5, 2), (4, 5, 7), (5, 7, 2), (5, 7, 3), (4, 7, 2) 共 10 种情况.  
 (2) 由三角形三边关系可知只有 (3, 4, 5), (2, 3, 4), (4, 5, 2), (4, 5, 7), (5, 7, 3) 这 5 种情况能构成三角形, 所以能搭成三角形的概率是

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

9.  $\frac{3}{7}$

#### 31.2 随机事件的概率(二)

1. (1)  $\frac{1}{5}$     (2)  $\frac{1}{10}$     (3)  $m + n = 8$   
 (4)  $\frac{3}{4}$     (5) 不公平    (6)  $\frac{1}{9}$   
 2. (1) A    (2) B    (3) D  
 (4) C    (5) B    (6) B  
 (7) B  
 3. 解: (1)  $P(\text{恰好选中乙}) = \frac{1}{3}$ .

(2) 随机选 2 名同学的结果有 6 种, 分别是 (甲, 乙)、(甲, 丙)、(甲, 丁)、(乙, 丙)、(乙, 丁)、(丙, 丁), 其中选中乙的有 3 种, 所以随机选 2 名同学, 其中有乙同学的概率为  $\frac{1}{2}$ .

4. 解: (1)

第一次 \ 第二次	1	2	3	4
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)

$$\therefore P(\text{两次取得小球标号相同}) = \frac{1}{4}.$$

(2)

第二次 两次求和	第一次	1	2	3	4
	1	2	3	4	5
	2	3	4	5	6
	3	4	5	6	7
	4	5	6	7	8

$$\therefore P(\text{两次取得小球标号的和等于 } 4) = \frac{3}{16}.$$

5. 解: (1)

y	x	-7	-1	3
	-2	(-7, -2)	(-1, -2)	(3, -2)
	1	(-7, 1)	(-1, 1)	(3, 1)
	6	(-7, 6)	(-1, 6)	(3, 6)

(2) 第三象限的点的横坐标和纵坐标均为负数,

$$\text{所以 } P(\text{点 } A \text{ 落在第三象限}) = \frac{2}{9}.$$

6. 解: (1)

卡片	小球	2	4	6
	6	(2, 6)	(4, 6)	(6, 6)
	7	(2, 7)	(4, 7)	(6, 7)
	8	(2, 8)	(4, 8)	(6, 8)

(2) 按照规则 1 做游戏,  $P(\text{小红赢}) = \frac{5}{9}$ ,

$$P(\text{小莉赢}) = \frac{4}{9}, \frac{5}{9} > \frac{4}{9}, \text{ 所以小红赢的概率大;}$$

按照规则 2 做游戏,  $P(\text{小红赢}) = \frac{4}{9}$ ,

$$P(\text{小莉赢}) = \frac{5}{9}, \text{ 所以小红赢的概率小. 综上所述, 小红想要在游戏中获胜, 应该选择规则 1.}$$

7. 解: (1) 所有可能得到的三位数有 24 个, 分别为: 123, 124, 132, 134, 142, 143, 213, 214, 231, 234, 241, 243, 312, 314, 321, 324, 341, 342, 412, 413, 421, 423, 431, 432.

(2) 这个游戏不公平. 组成的三位数中是“伞数”的有 132, 142, 143, 231, 241, 243, 341, 342, 共有 8 个, 所以甲胜的概率为  $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ ,

而乙胜的概率为  $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ , 这个游戏不公平.

8. 解:

第二组	第一组	2	3
	2	4	6
	3	6	9

$$\therefore P(\text{小明胜}) = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2},$$

$$P(\text{小刚胜}) = \frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}.$$

$$\therefore \frac{1}{2} \neq \frac{3}{4},$$

$\therefore$  这个游戏不公平.

9. 解:

上衣	裤子	红	蓝
	蓝 1	红蓝 1	蓝蓝 1
	蓝 2	红蓝 2	蓝蓝 2
	棕	红棕	蓝棕

$$\therefore P(\text{上衣和裤子都是蓝色}) = \frac{1}{3}.$$

10. 解:

第二次	第一次	1	2	3
	1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)
	2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)
	3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)

$$\therefore P(\text{第二次抽取的数字大于第一次抽取的数字}) = \frac{1}{3}.$$

11. 解: (1) 设袋子里 2 号球的个数为  $x$ ,

$$\text{根据题意得 } \frac{x}{1+x+3} = \frac{1}{3},$$

解得  $x = 2$ .

经检验  $x=2$  是原分式方程的解,

$\therefore$  袋子里 2 号球的个数为 2.

(2)列表得:

$x \backslash y$	1	2	2	3	3	3
1	×	(2, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(3, 1)	(3, 1)
2	(1, 2)	×	(2, 2)	(3, 2)	(3, 2)	(3, 2)
2	(1, 2)	(2, 2)	×	(3, 2)	(3, 2)	(3, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(2, 3)	×	(3, 3)	(3, 3)
3	(1, 3)	(2, 3)	(2, 3)	(3, 3)	×	(3, 3)
3	(1, 3)	(2, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3)	×

共有 30 种等可能的结果, 点  $A(x, y)$  在直线  $y=x$  下方的有 11 种.

$\therefore$  点  $A(x, y)$  在直线  $y=x$  下方的概率为  $\frac{11}{30}$ .

12. 解: (1)用列表法计算概率.

	正	反
正	(正, 正)	(反, 正)
反	(正, 反)	(反, 反)

$P(\text{两枚都是正面朝上}) = \frac{1}{4}$ ;  $P(\text{两枚都是反面朝上}) = \frac{1}{4}$ ;  $P(\text{一正一反}) = \frac{1}{2}$ .

$\therefore$  小明使用电脑的概率大.

$\therefore$  小明使用电脑的概率大.

(2)用列表法计算概率.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$P(\text{和被 3 整除}) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ ;

$P(\text{和被 3 除余 1}) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ ;

$P(\text{和被 3 除余 2}) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ .

三种情况的概率相等.

$\therefore$  第一个规则不公平, 第二个规则公平.

13. D

14. 解: (1)

$x \backslash y$	1	2	3	4
1	×	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)
2	(1, 2)	×	(3, 2)	(4, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	×	(4, 3)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	×

$P(\text{小明获胜}) = \frac{1}{2}$ .

(2)

$x \backslash y$	1	2	3	4
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)

$P(\text{小明获胜}) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ ;

$P(\text{小强获胜}) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ .

$\therefore$  游戏规则不公平.

### 31.3 用频率估计概率(一)

1. (1)  $\frac{1}{6}$ , 83 (2) 0.9

2. (1)D (2)A (3)A

(4)A (5)A (6)C

(7)C (8)D

3. 解: (1)4, 0.7

(2)

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_1$	×	$A_2 A_1$	$A_3 A_1$	$A_4 A_1$
$A_2$	$A_1 A_2$	×	$A_3 A_2$	$A_4 A_2$
$A_3$	$A_1 A_3$	$A_2 A_3$	×	$A_4 A_3$
$A_4$	$A_1 A_4$	$A_2 A_4$	$A_3 A_4$	×

$\therefore P(\text{抽到 } A_1 \text{ 和 } A_2) = \frac{1}{6}$ .

4. 解：(1)向上点数为 3 的频率为  $\frac{5}{54}$ ；  
 向上点数为 5 的频率为  $\frac{16}{54} = \frac{8}{27}$ .  
 (2)王强的说法不对，向上点数为 5 的概率为  $\frac{1}{6}$ ；李刚的说法也不对，如果抛 540 次，那么出现向上点数为 6 的次数大约是  $540 \times \frac{1}{6} = 90$ .
5. D
6. 解：(1)红球占总球数的百分比为  $\frac{20}{50} = 40\%$ ；  
 黄球占总球数的百分比为  $\frac{30}{50} = 60\%$ .  
 (2)设总球数为  $x$  个，根据题意得  

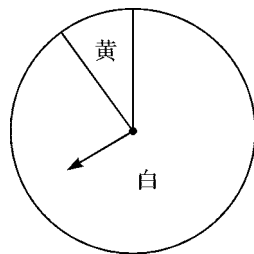
$$\frac{2+2}{50} = \frac{8}{x},$$
 解得  $x = 100$ .  
 经检验  $x = 100$  是原方程的解.  
 红球数为  $100 \times 40\% = 40$ (个).

### 31.3 用频率估计概率(二)

1. (1)D (2)D (3)D  
 (4)B (5)D (6)B  
 (7)D (8)D
2. 解：(1)正确. 因为当试验次数足够多时，事件的频率稳定到它的概率.  
 (2)不正确. 因为这篇英文文献只有 200 个字母，数量太少，此时频率和概率的差别可能非常大.
3. 解：(1) $P(\text{彩民中奖}) = \frac{5}{1\ 000} = \frac{1}{200}$ .  
 (2)不能. 每个彩民的中奖率与他所买彩票的张数是不能代表样本的，也就是不能代表总体的中奖率.
4. 解：(1)该抽奖方案符合厂家的设奖要求.  
 分别用黄 1、黄 2、白 1、白 2、白 3 表示这 5 个球，

从中任意摸出 2 个球，可能出现的结果共有 20 种：  
 (黄 1, 黄 2)、(黄 1, 白 1)、(黄 1, 白 2)、  
 (黄 1, 白 3)、(黄 2, 黄 1)、(黄 2, 白 1)、  
 (黄 2, 白 2)、(黄 2, 白 3)、(白 1, 黄 1)、  
 (白 1, 黄 2)、(白 1, 白 2)、(白 1, 白 3)、  
 (白 2, 黄 1)、(白 2, 黄 2)、(白 2, 白 1)、  
 (白 2, 白 3)、(白 3, 黄 1)、(白 3, 黄 2)、  
 (白 3, 白 1)、(白 3, 白 2). 它们出现的可能性相同. 所有的结果中，满足“摸到的 2 个球都是黄球”(记为事件 A)的结果有 2 种，即(黄 1, 黄 2)和(黄 2, 黄 1)，所以  $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ ，即顾客获得大奖的概率为 10%，获得小奖的概率为 90%.

(2)本题答案不唯一，下列解法供参考.



如图，将转盘中圆心角为  $36^\circ$  的扇形区域涂上黄色，其余的区域涂上白色，顾客每购买一台该型号电视机，可获得一次转动转盘的机会，任意转动这个转盘，当转盘停止时，指针指向黄色区域获得大奖，指向白色区域获得小奖.

5. 解：(1)  $15\% \times 30 + 10\% \times 80 + 25\% \times 10 = 15$ (元).  
 (2)选择转动转盘. 因为由(1)得转动转盘的平均获取金额为 15 元，不转的情况下，获得的仅为 10 元. 故要选择转一次转盘.  
 (3)小明的说法不正确，当试验次数较多时，试验结果才能趋近于理论数据.

### 31.4 用列举法求简单事件的概率(一)

1. (1)  $\frac{3}{5}$  (2)  $\frac{1}{4}$

2. (1)C (2)A (3)C  
(4)B (5)A (6)C

3. 解: (1)列表如下:

	小亮	小明	小伟
小丽	小丽, 小亮	小丽, 小明	小丽, 小伟
小敏	小敏, 小亮	小敏, 小明	小敏, 小伟

(2) ∵ 共有 6 种等可能的情况, 而正好是小丽和小明的有一种情况,

∴ 正好抽到小丽与小明的概率是  $\frac{1}{6}$ .

4. D

5. 解: 列表如下:

	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

∴ 一共有 16 种情况, 掷得点数之和为 5 有 4 种情况,

∴ “可以起飞”的概率为  $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ .

6. 解: (1)列表如下:

化学实验		D	E	F
物理实验				
A		(A, D)	(A, E)	(A, F)
B		(B, D)	(B, E)	(B, F)
C		(C, D)	(C, E)	(C, F)

(2)从表格中可以看出, 所有可能出现的结果共有 9 种, 其中事件 M 出现了一次, 所以

$$P(M) = \frac{1}{9}.$$

7. 解: 设数学、语文、英语、计算机分别记为 A, B, C, D, 列表如下:

第一节		A	C	D
第二节				
D		—	(C, D)	(D, D)
C		(A, C)	(C, C)	(D, C)
B		(A, B)	(C, B)	(D, B)
A		(A, A)	(C, A)	—

∴ 一共有 10 种情况, 星期一上午第一、二节有英语课的有 6 种情况,

∴ 星期一上午第一、二节有英语课的概率为  $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ .

8. 解: (1)10, 60.

(2)列表如下:

第一次		0	10	20	40
第二次					
0		—	10	20	40
10		10	—	30	50
20		20	30	—	60
40		40	50	60	—

从上表可以看出, 共有 12 种可能结果, 其中大于或等于 30 元的可能结果有 8 种, 因此

$$P(\text{购物券的金额不低于 30 元}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

9. C

10. 解: (1)由题意得  $x\% + 5\% + 15\% + 45\% = 1$ , 解得  $x = 35$ .

(2)最喜欢乒乓球运动的学生人数为  $200 \times 45\% = 90$ (人).

(3)用  $A_1, A_2, A_3$  表示 3 名最喜欢篮球运动的学生,  $B$  表示 1 名最喜欢乒乓球运动的学生,  $C$  表示 1 名最喜欢足球运动的学生, 则从 5 人中选出 2 人的情况有:  $(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_1, B), (A_1, C), (A_2, A_3), (A_2, B), (A_2, C), (A_3, B), (A_3, C), (B, C)$ , 共计 10 种.

选出的 2 人都是最喜欢篮球运动的学生的有  $(A_1,$



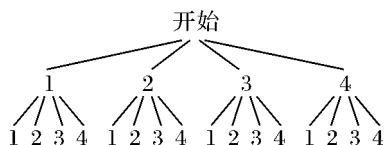
$A_2$ ),  $(A_1, A_3)$ ,  $(A_2, A_3)$ , 共计 3 种, 则选出 2 人都最喜欢篮球运动的学生的概率为  $\frac{3}{10}$ .

### 31.4 用列举法求简单事件的概率(二)

1.  $\frac{1}{27}$

2. (1)D (2)B (3)C  
(4)C (5)D (6)D

3. 解: (1)画树形图得:



则两次取出小球标号的所有可能的结果有 16 种.

(2)∵两次取出小球标号的和为 3 的有 (1, 2), (2, 1), 2 种情况,

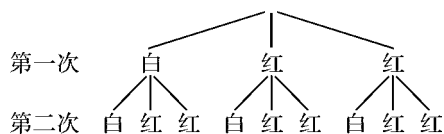
∴两次取出小球标号的和为 3 的概率为  $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ .

4. 解: (1)∵每次摸球活动共有 3 种结果, 其中摸到白球的只有 1 种,

∴ $P(\text{中奖}) = \frac{1}{3}$ .

(2)老张的想法是错误的.

如图所示:



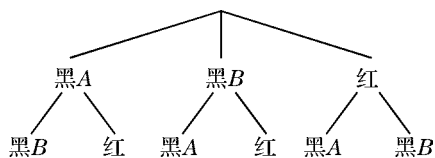
由树形图可知: 抽奖的结果共有 9 种情况, 其中摸到白球的有 5 种情况,

∴ $P(\text{中奖}) = \frac{5}{9}$ .

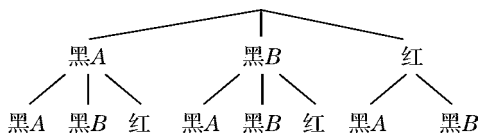
∵ $\frac{5}{9} \neq \frac{1}{3} \times 2$ ,

∴老张的想法是错误的.

5. 解: (1)由树形图知共 6 种情况, 两次都摸出黑球的情况有 2 种, 所以概率为  $\frac{1}{3}$ .



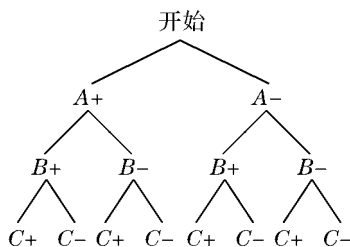
(2)由树形图知共 8 种情况, 第二次摸出黑球的情况有 6 种, 所以概率为  $\frac{3}{4}$ .



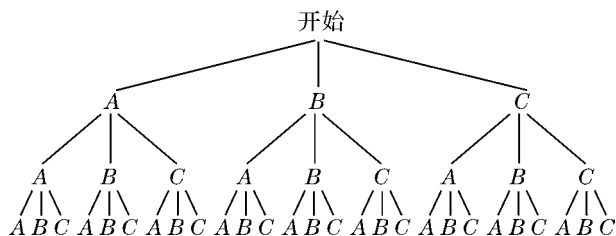
6. 解: (1)∵共有 3 个开关, 只有闭合 C 时, 电流才能通过,

∴小灯泡发光(即电流通过)的概率是  $\frac{1}{3}$ .

(2)共 8 种情况, 如下图所示, 电流能通过的情况数有 5 种, 所以所求的概率为  $\frac{5}{8}$ .



7. 解: (1)分别用 A, B, C 表示向左转、直行、向右转, 根据题意, 画出树形图:



∵共有 27 种等可能的结果, 三辆车全部同向而行的有 3 种情况,

∴ $P(\text{三辆车全部同向而行}) = \frac{1}{9}$ .

(2)∵至少有两辆车向左转的有 7 种情况,

∴ $P(\text{至少两辆车向左转}) = \frac{7}{27}$ .

(3)∵汽车向右转、向左转、直行的概率分别为  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{3}{10}$ ,

∴在不改变各方向绿灯亮的总时间的条件下, 可调整绿灯亮的时间如下:

左转绿灯亮的时间为  $90 \times \frac{3}{10} = 27(\text{s})$ ，直行绿

灯亮的时间为  $90 \times \frac{3}{10} = 27(\text{s})$ ，右转绿灯亮的

时间为  $90 \times \frac{2}{5} = 36(\text{s})$ 。

8. 解：(1) 设口袋中黄球的个数为  $x$  个，

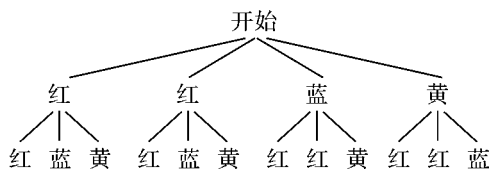
根据题意得  $\frac{2}{2+1+x} = \frac{1}{2}$ ，

解得  $x=1$ ，

经检验  $x=1$  是原分式方程的解。

$\therefore$  口袋中黄球的个数为 1 个。

(2) 画树形图得：



$\therefore$  共有 12 种等可能的结果，两次摸出的小球都是红球有 2 种情况，

$\therefore$  两次摸出的小球都是红球的概率为  $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。

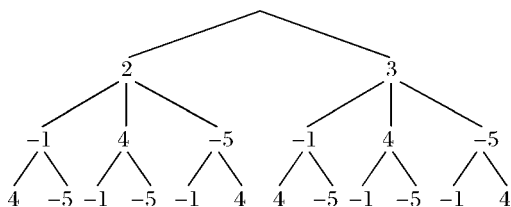
(3)  $\therefore$  摸到红球得 5 分，摸到黄球得 3 分，摸到篮球得 2 分，而乙同学在一次摸球游戏中，第一次摸到 1 个红球，第二次摸到 1 个篮球，

$\therefore$  乙同学已经得了 7 分，

$\therefore$  若随机再摸一次，乙同学三次摸球所得分数之和不低于 10 分的有 3 种情况，且共有 4 种等可能的结果，

$\therefore$  若随机再摸一次，乙同学三次摸球所得分数之和不低于 10 分的概率为  $\frac{3}{4}$ 。

9. 解：(1) 用树形图表示取出的三个小球上的数字的所有可能结果如下：



$\therefore$  共有 12 种等可能的情况。

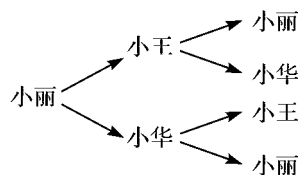
(2) 由树形图可知， $\frac{n}{m}$  所有可能的值分别为：

$\frac{3}{2}, -3, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, -3, -\frac{1}{2}, 1, -2, 1, -\frac{1}{3}, -2, -\frac{1}{3}$ ，共有 12 种情况，且每种情况出现的可能性相同，其中  $\frac{n}{m}$  的值是整数的情况有 6 种。

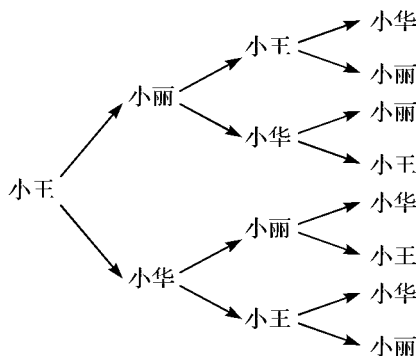
$\therefore \frac{n}{m}$  的值是整数的概率  $P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 。

10. 解：(1) 毽子踢到小华处的概率是  $\frac{1}{4}$ 。树形图

如下：



(2) 小王。树形图如下：



理由：若从小王开始踢，三次踢毽后，毽子踢到小王处的概率是  $\frac{1}{4}$ ，踢到其他两人处的概率都是  $\frac{3}{8}$ ；若从小丽或小华开始踢，三次踢毽后，毽子踢到小王处的概率都是  $\frac{3}{8}$ ，因此，从小王开始踢，毽子踢到小王处的可能性是最小的。

### 回顾与反思

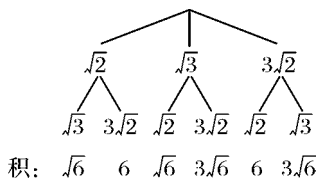
1. (1)  $\frac{5}{9}$  (2)  $\frac{1}{6}$  (3)  $\frac{1}{2}$  (4)  $\frac{1}{4}$

2. (1)C (2)D (3)A  
 (4)B (5)C (6)B  
 (7)C (8)D (9)C  
 (10)C (11)C (12)C

3. 解: (1) ∵ 有 3 张背面完全相同的卡片, 小丽取出的卡片恰好是  $\sqrt{3}$  的有 1 种情况,  
 ∴ 小丽取出的卡片恰好是  $\sqrt{3}$  的概率为  $\frac{1}{3}$ .

(2) ∵  $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ,

画树形图得:



∴ 一共有 6 种等可能的结果, 两人抽取卡片上的数字之积是有理数的有 2 种,

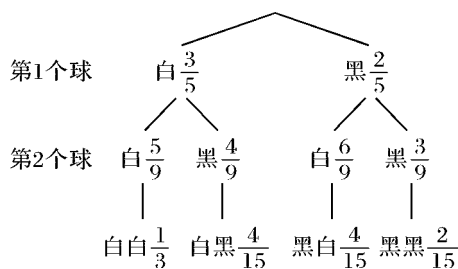
$$\therefore P(\text{小丽胜}) = \frac{1}{3}, P(\text{小明胜}) = \frac{2}{3},$$

∴ 这个游戏规则不公平, 对小明有利.

4. 解: (1) 0.60

(2) 黑球有 4 个, 白球有 6 个.

(3) 由树形图可知:

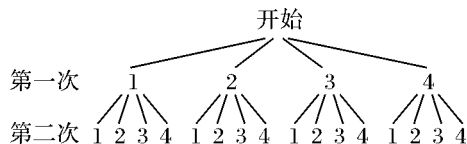


$$\therefore P(\text{两个球颜色不同}) = \frac{4}{15} + \frac{4}{15} = \frac{8}{15}.$$

5. 解: (1) 共有 4 张牌, 其中 2 张上的数字是偶数, 所以随意抽取 1 张, 牌面数字为偶数的概率为  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ .

(2)  $1+4=5$ ,  $2+3=5$ , 而两张牌的组合一共有 6 种情况, 故抽取的两张牌牌面数字的和为 5 的概率为  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

(3) 根据题意, 画树形图:

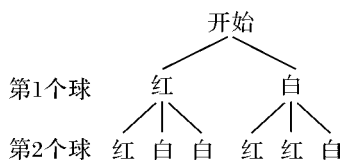


由树形图可知, 共有 16 种等可能的结果: 11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 41, 42, 43, 44.

其中恰好是 4 的倍数的共有 4 种: 12, 24, 32, 44.

$$\therefore P(\text{组成的两位数是 4 的倍数}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}.$$

6. 解: (1) 树形图为:



∴ 一共有 6 种情况.

(2) 方法 1: ∵ 去甲超市购物摸一次奖获 10 元礼金券的概率是  $P_{\text{甲}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ,

去乙超市购物摸一次奖获 10 元礼金券的概率是  $P_{\text{乙}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ,

∴ 我选择去甲超市购物.

方法 2: ∵ 两红的概率为  $\frac{1}{6}$ , 两白的概率为  $\frac{1}{6}$ ,

一红一白的概率为  $\frac{2}{3}$ ,

∴ 在甲超市获礼金券的平均收益是

$$\frac{1}{6} \times 5 + \frac{2}{3} \times 10 + \frac{1}{6} \times 5 = \frac{25}{3};$$

在乙超市获礼金券的平均收益是

$$\frac{1}{6} \times 10 + \frac{2}{3} \times 5 + \frac{1}{6} \times 10 = \frac{20}{3}.$$

∴ 我选择到甲超市购物.

7. 解: (1) 小李收到了应寄给小张的信, 而小张则收到了应寄给小李的信.

(2) 有两种情况:

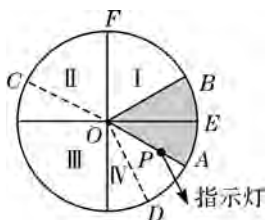
	小王收到	小李收到	小张收到
情况 1	小张的信	小王的信	小李的信
情况 2	小李的信	小张的信	小王的信

(3) ∵有错误的情况共有 5 种, 上述(2)中有 2 种, 只有一人正确收到小明寄给自己的信的情况有 3 种, 其中小王收到小李信的情况有 2 种,

∴小王收到小明寄给小李的信的概率为  $\frac{2}{5}$ .

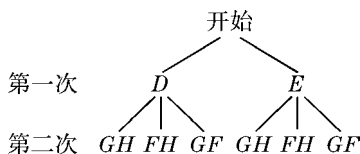
8. 解: 如图, ∵当扇形 AOB 落在区域 I 时, 指示灯会发光; 当扇形 AOB 落在区域 II 的  $\angle FOC$  ( $\angle FOC = 60^\circ$ ) 内部时, 指示灯会发光; 当扇形 AOB 落在区域 IV 的  $\angle DOE$  ( $\angle DOE = 60^\circ$ ) 内部时, 指示灯会发光. ∴  $P$  (指示灯发光) =

$$\frac{90 + 60 \times 2}{360} = \frac{7}{12}.$$



9. 解: (1)  $\triangle DFG$  或  $\triangle DHF$  或  $\triangle DHE$  或  $\triangle EFG$ .

(2) 画树形图得出:



由树形图可知共有 6 种可能的结果, 其中与  $\triangle ABC$  面积相等的有 3 种, 即  $\triangle DHF$ ,  $\triangle DFG$ ,  $\triangle EGF$ ,

故所画三角形与  $\triangle ABC$  面积相等的概率  $P =$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

## 第三十二章 投影与视图

### 32.1 投影

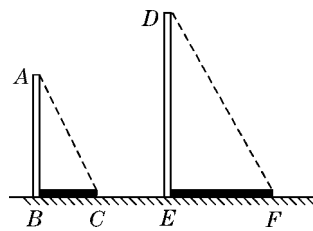
1. (1) 14 m (2)  $10\sqrt{5} - 20$  (3) 远

2. (1) D (2) C (3) D

(4) B (5) A (6) B

3. 略

4. (1)  $DE$  在阳光下的投影如图所示:



(2)  $DE = 10$  m

5. (1) 受影响, 理由略.

(2) 至少 22.4 m

6.  $(30 - 8\sqrt{3})$  m

7. (1) 12 m

(2) 由相似得  $\frac{AB}{GN} = \frac{AC}{GH}$ , 即  $\frac{80}{GN} = \frac{60}{156}$ .

∴  $GN = 208$  cm.

在  $Rt\triangle NGH$  中, 根据勾股定理得

$$NH^2 = 156^2 + 208^2 = 260^2,$$

∴  $NH = 260$  cm.

设  $\odot O$  的半径为  $r$  cm, 连接  $OM$ ,

∵  $NH$  切  $\odot O$  于点  $M$ ,

∴  $OM \perp NH$ ,

则  $\angle OMN = \angle HGN = 90^\circ$ .

又  $\angle ONM = \angle HNG$ ,

∴  $\triangle ONM \sim \triangle HNG$ .

$$\therefore \frac{OM}{HG} = \frac{ON}{HN}.$$

$$\therefore \frac{r}{156} = \frac{r + (208 - 200)}{260}, \text{ 解得 } r = 12.$$

∴ 景灯灯罩的半径为 12 cm.

### 32.2 视图 (一)

1. (1) B (2) A (3) D

(4) C (5) B (6) B

(7) B (8) B (9) A

(10) C

2. (1)

