

第九章 三角形

9.1 三角形的边

• 知识点拨

三角形是最简单、最常见的平面几何图形之一，是认识许多其他图形的基础。

在本节中，通过实例认识和感受三角形，形成三角形的概念，利用“两点之间线段最短”得到了任意三角形三边之间的数量关系：三角形任意两边的和大于第三边，利用这个结论可以判断三条线段能否组成三角形，本节还从“边”的角度进一步认识了三角形，并且从“边”上将三角形分成了等腰三角形、等边三角形和不等边三角形。

• 知识与技能

1. 填空题.

(1)如果三角形的两条边长分别为 2 和 4，且第三条边长为奇数，那么第三条边长为_____，如果第三条边长为偶数，那么此三角形的周长为_____.

(2)若五条线段的长度分别是 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm，则以其中三条线段为边可构成_____个三角形.

(3)已知 $\triangle ABC$ 的周长为 22 cm，且三边之比为 2:4:5，则三边的长分别为_____.

(4)已知等腰三角形 ABC 中， $AB = AC = 10$ cm， D 为 AC 边上一点，且 $BD = AD$ ， $\triangle BCD$ 的周长为 15 cm，则底边 BC 的长为_____.

(5)等腰三角形的周长为 16，其一边长为 6，则另两边长为_____.

2. 选择题.

(1)若下列各组值代表线段的长度，则不能构成三角形的是 ()

- A. 3, 8, 4 B. 4, 9, 6
C. 15, 20, 8 D. 9, 15, 8

(2)现有两根木棒，它们的长度分别为 20 cm 和 30 cm，若要用此木棒钉成一个三角形木架，且不改变木棒的长度，则应在下列四根木棒中选取 ()

- A. 10 cm 的木棒 B. 20 cm 的木棒
C. 50 cm 的木棒 D. 60 cm 的木棒

(3)若 $\triangle ABC$ 三条边的长度分别为 m, n, p ，且 $|m-n| + (n-p)^2 = 0$ ，则这个三角形为 ()

- A. 等腰三角形 B. 等边三角形
C. 直角三角形 D. 不等边三角形

(4)已知三角形的三边长为连续整数，且周长为 12 cm，则它的最短边长为 ()

- A. 2 cm B. 3 cm C. 4 cm D. 5 cm

(5)各边长均为整数且三边各不相等的三角形的周长小于 13，这样的三角形个数共有 ()

- A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个

3. 已知 a, b, c 是三角形的三条边长，试判断代数式 $(a-b-c)(a-b+c)$ 的值与 0 的大小关系，并说明理由.

• 解决问题

4. 用一根长为 18 cm 的细铁丝围成一个等腰三角形.

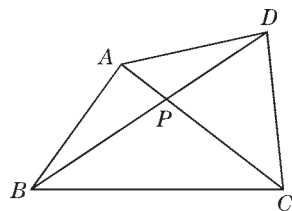
(1) 如果腰长是底边长的 2 倍, 那么各边的长是多少厘米?

(2) 这根铁丝能围成有一边的长为 4 cm 的等腰三角形吗? 说明理由.

5. 已知一个三角形的三条边, 有一条边比第二条边长 3 cm, 这条边又比第三条边短 4 cm, 这个三角形的周长为 28 cm. 求最短边的长.

• 数学活动

6. 如图, A, B, C, D 四个村庄准备合建一个自来水水池, 要求由水池向四村铺设的水管最省. 设计人员建议最好把水池建在 AC, BD 的交点 P 处, 你能解释其中的道理吗?



第 6 题

7. 用 6 根相同长度的木棒在空间中最多可搭成多少个等边三角形? 画出示意图.

9.2 三角形的内角和与外角(一)

• 知识点拨

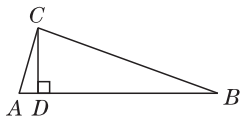
在小学我们通过剪拼发现了三角形的三个内角和等于 180° ，剪拼的过程给了我们这样的启发：作平行线可以把角从一个位置“转移”到另一个位置，从而利用平行线的性质与平角的定义验证了三角形内角和等于 180° ，作平行线是“转移角”的重要手段，三角形内角和定理揭示了三角形三个内角之间具有的数量关系。

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 有三个三角形，它们的两个内角的度数分别如下：① 30° 和 50° ；② 70° 和 20° ；③ 82° 和 23° 。其中属于锐角三角形的是_____ (填序号)。

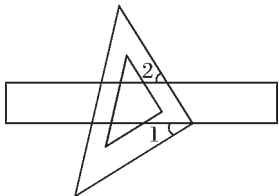
(2) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $CD \perp AB$ ， $\angle ACB = 86^\circ$ ， $\angle B = 20^\circ$ ，则 $\angle ACD$ 的度数为_____。



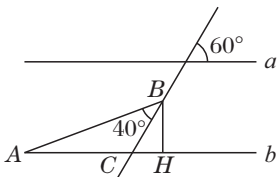
第 1(2)题

(3) 如果在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 5$ ，那么此三角形按角分类应为_____。

(4) 如图，把一块直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上，如果 $\angle 1 = 32^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数为_____。



第 1(4)题



第 1(5)题

(5) 如图，直线 $a \parallel b$ ，且 $BH \perp AC$ 于点 H ，则 $\angle ABH$ 的度数为_____。

2. 选择题.

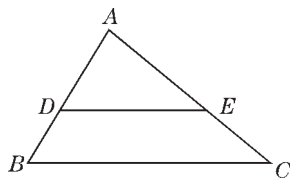
(1) 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 满足关系式 $\angle B + \angle C = \angle A$ ，则此三角形 ()

- A. 一定有一个内角为 45°
- B. 一定有一个内角为 60°
- C. 一定是直角三角形
- D. 一定是钝角三角形

(2) 下列说法中，正确的是 ()

- A. 三角形的内角中最多有一个锐角
- B. 三角形的内角中最多有两个锐角
- C. 三角形的内角中最多有一个直角
- D. 三角形的内角都大于 60°

(3) 如图，已知点 D ， E 在 $\triangle ABC$ 的边上， $DE \parallel BC$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle AED = 40^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为 ()



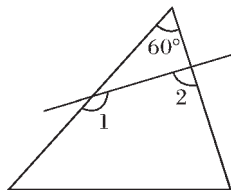
第 2(3)题

- A. 100°
- B. 90°
- C. 80°
- D. 70°

(4) 给定下列条件，不能判定三角形是直角三角形的是 ()

- A. $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$
- B. $\angle A + \angle B = \angle C$
- C. $\angle A = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{3} \angle C$
- D. $\angle A = 2 \angle B = 3 \angle C$

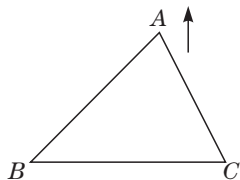
(5) 如图，三角形纸片的一个角为 60° 角，剪去这个 60° 角后，得到一个四边形，则 $\angle 1 + \angle 2$ 的度数为 ()



第 2(5)题

- A. 120°
- B. 180°
- C. 240°
- D. 300°

(6)在 $\triangle ABC$ 中, BC 边不动, 点 A 竖直向上运动, $\angle A$ 越来越小, $\angle B, \angle C$ 越来越大. 若 $\angle A$ 减小 α 度, $\angle B$ 增加 β 度, $\angle C$ 增加 γ 度, 则 α, β, γ 三者之间的等量关系是 ()



第 2(6)题

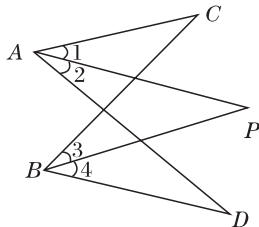
- A. $\alpha = \beta = \gamma$ B. $\alpha + \beta = \gamma$
C. $\alpha + \gamma = \beta$ D. $\alpha = \beta + \gamma$

• 数学思考

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A - \angle B = 30^\circ$, $\angle C = 4\angle B$, 判断三角形的形状并说明理由.

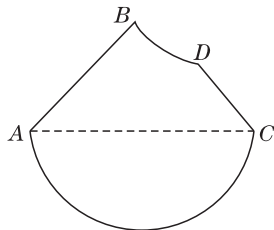
• 解决问题

4. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle C = 32^\circ$, $\angle D = 28^\circ$. 求 $\angle P$ 的度数.



第 4 题

5. 如图, 按规定, 一块模板中 AB, CD 的延长线应相交成 85° 的角, 因交点不在板上, 不便测量. 如果你是技术工人, 利用你所学的知识, 能否验证这个模板是否合格? 若能验证, 请写出你的验证过程.



第 5 题

9.2 三角形的内角和外角(二)

• 知识点拨

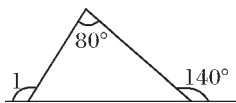
三角形的外角是三角形中又一种重要位置的角, 与三角形的内角有着密切的联系. 三角形的任意一个外角与它相邻的内角互补. 由三角形内角和等于 180° , 还可以得出三角形的任意一个外角等于与它不相邻的两个内角之和, 并且大于与它不相邻的任意一个内角. 这些结论为我们计算三角形中的角度及说理提供了重要的依据.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1)三角形的三个外角中, 最多有 _____ 个锐角.

(2)如图, $\angle 1$ 的度数为_____.

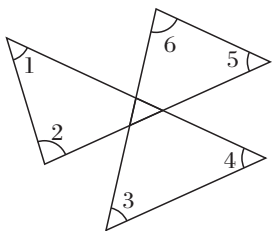


第 1(2)题

(3)如果一个三角形的各内角与一个外角的和是 225° , 那么与这个外角相邻的内角是_____.

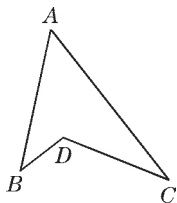
(4)已知 $\triangle ABC$ 的一个外角为 50° , 则 $\triangle ABC$ 一定是_____三角形.

(5)计算 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6$ 的度数为_____.



第 1(5)题

(6)如图, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, 则 $\angle BDC$ 的度数为_____.



第 1(6)题

2. 选择题.

(1)在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, 则 $\angle C$ 的外角的度数为 ()

A. 40° B. 60° C. 120° D. 140°

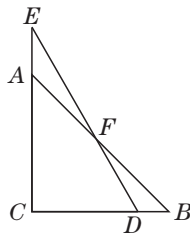
(2)如果三角形的一个外角和与它不相邻的两个内角的和为 180° , 那么与这个外角相邻的内角的度数为 ()

A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

(3)已知三角形的三个外角的度数比为 $2:3:4$, 则它的最大内角的度数为 ()

A. 90° B. 110°
C. 100° D. 120°

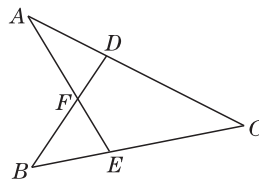
(4)如图, 一副分别含有 30° 和 45° 角的两个直角三角板, 拼成如下图形, 其中 $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle E = 30^\circ$, 则 $\angle BFD$ 的度数为 ()



第 2(4)题

A. 15° B. 25° C. 30° D. 10°

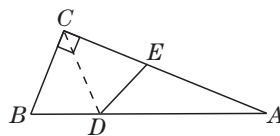
(5)如图, 若 $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 38^\circ$, 则 $\angle DFE$ 的度数为 ()



第 2(5)题

A. 120° B. 115°
C. 110° D. 105°

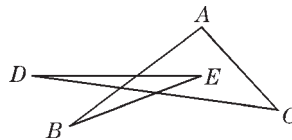
(6)如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 沿 CD 折叠 $\triangle CBD$, 使点 B 恰好落在 AC 边上的点 E 处. 若 $\angle A = 22^\circ$, 则 $\angle BDC$ 的度数为 ()



第 2(6)题

A. 44° B. 60°
C. 67° D. 77°

(7)如图, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ 的度数为 ()

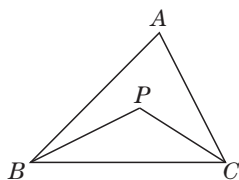


第 2(7)题

A. 180° B. 260°
C. 270° D. 360°

• 数学思考

3. 已知：如图， P 是 $\triangle ABC$ 内任一点. 说明 $\angle BPC > \angle A$ 的理由.

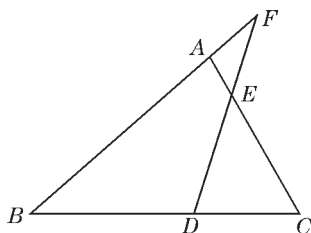


第 3 题

4. 已知：如图， $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 59^\circ$ ， $\angle DEC = 47^\circ$.

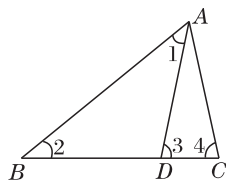
(1) 求 $\angle FAE$ 的度数.

(2) 求 $\angle F$ 的度数.



第 4 题

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 边上一点， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ， $\angle BAC = 63^\circ$. 求 $\angle DAC$ 的度数.



第 5 题

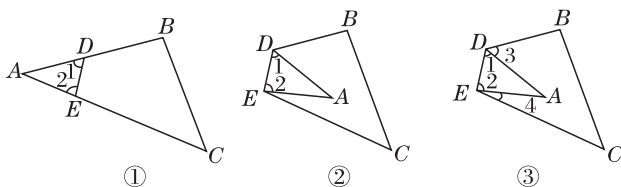
• 解决问题

6. (1) 如图①， $\angle 1 + \angle 2$ 与 $\angle B + \angle C$ 有什么关系？为什么？

(2) 把图①中的 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠，得到图②，填空：

$\angle 1 + \angle 2$ _____ $\angle B + \angle C$ (填“>”“<”或“=”)，当 $\angle A = 40^\circ$ 时， $\angle B + \angle C + \angle 1 + \angle 2$ 的度数为 _____.

(3) 如图③，是由图①的 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠得到的. 如果 $\angle A = 30^\circ$ ，那么 $\angle 3 + \angle 4 = 360^\circ - (\angle B + \angle C + \angle 1 + \angle 2) = 360^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，猜想 $\angle 3 + \angle 4$ 与 $\angle A$ 的关系为 _____.



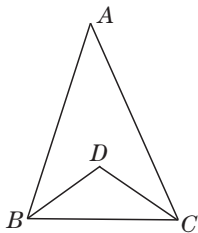
第 6 题

• 数学活动

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 42^\circ$, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 D .

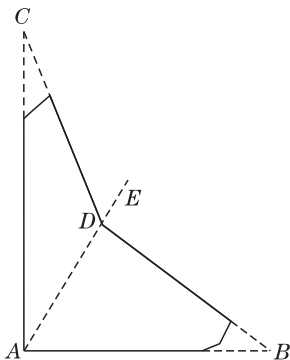
(1) 求 $\angle BDC$ 的度数.

(2) 去掉 $\angle A = 42^\circ$ 这个条件, 试探究 $\angle BDC$ 和 $\angle A$ 之间的数量关系.



第 7 题

8. 一个零件的形状如下图, 按规定, 若 $\angle A$ 是 90° , $\angle B$ 和 $\angle C$ 分别是 32° 和 21° , 则零件合格. 检验工人量得 $\angle BDC$ 是 149° , 就判定这个零件不合格. 请运用三角形的有关知识说明零件不合格的理由.



第 8 题

9.3 三角形的角平分线、中线和高三

• 知识点拨

三角形的角平分线、中线和高三是与三角形有关的重要线段, 三角形的高、中线、角平分线分别与我们已学过的垂线、线段的中点、角平分线有着内在的联系. 由三角形的高可以得到垂直的位置关系, 同时也可以得到两个相等的直角; 而中线和角平分线又在三角形中提供了相等的线段和相等的角. 事实上, 三角形的三条高、三条中线、三条角平分线都分别相交于一点, 三角形三条中线的交点是三角形的重心.

• 知识与技能

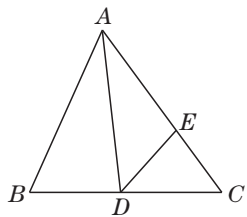
1. 填空题.

(1) 直角三角形两锐角的平分线所夹的钝角度数为_____.

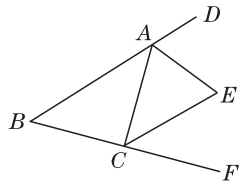
(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, AD , AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高线和角平分线, 则 $\angle DAE$ 的度数为_____.

(3) AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的中线, 若 $\triangle ABD$ 的周长比 $\triangle ACD$ 的周长大 5, 则 AB 与 AC 的差为_____.

(4) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 66^\circ$, $\angle C = 54^\circ$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, DE 平分 $\angle ADC$, 交 AC 于点 E , 则 $\angle BDE$ 的度数为_____.



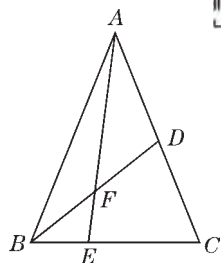
第 1(4)题



第 1(5)题

(5) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 47^\circ$, 三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E , 则 $\angle AEC$ 的度数为_____.

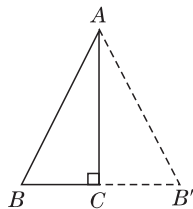
(6)如图,在 $\triangle ABC$ 中, E 是 BC 上的一点, $EC=2BE$, D 是 AC 的中点.设 $\triangle ABC$, $\triangle ADF$, $\triangle BEF$ 的面积分别为 $S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle ADF}$, $S_{\triangle BEF}$,且 $S_{\triangle ABC}=12$,则 $S_{\triangle ADF}-S_{\triangle BEF}=\underline{\hspace{2cm}}$.



第 1(6)题

2. 选择题.

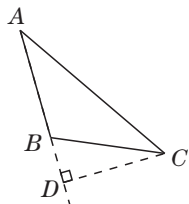
(1)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$,把 $\triangle ABC$ 沿直线 AC 翻折 180° ,使点 B 落在点 B' 的位置,则线段 AC ()



第 2(1)题

- A. 是 BB' 边上的中线
- B. 是 BB' 边上的高
- C. 是 $\angle BAB'$ 的角平分线
- D. 以上三种情况都有

(2)如图,虚线部分是小刚作的辅助线,则线段 CD 为 ()



第 2(2)题

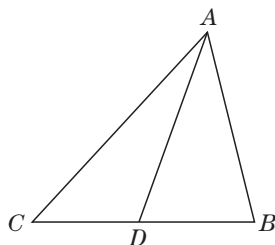
- A. AC 边上的高
- B. BC 边上的高
- C. AB 边上的高
- D. 不是 $\triangle ABC$ 的高

(3)在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上的点,且 $BD:DC=2:1$, $S_{\triangle ACD}=12$,那么 $S_{\triangle ABC}$ 等于 ()

- A. 30
- B. 36
- C. 72
- D. 24

• 数学思考

3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, $\triangle ADC$ 的周长比 $\triangle ABD$ 的周长多 5 cm , AB 与 AC 的和为 11 cm .求 AC 的长.



第 3 题

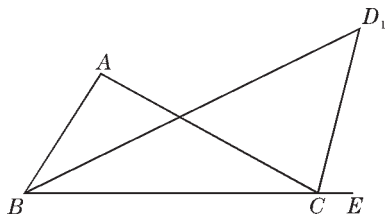
4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=50^\circ$,高 BE , CF 所在的直线交于点 O .求 $\angle BOC$ 的度数.

• 解决问题

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD_1 平分 $\angle ABC$, CD_1 平分 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACE$, BD_1 , CD_1 相交于点 D_1 .

(1) 若 $\angle A = 96^\circ$, 求出 $\angle D_1$ 的度数.

(2) 若 $\angle A = \alpha$, $\angle D_1BC$ 与 $\angle D_1CE$ 的平分线相交于点 D_2 , 依此类推, $\angle D_{n-1}BC$ 与 $\angle D_{n-1}CE$ 的平分线相交于点 D_n , 请直接写出 $\angle D_n$ 的度数.

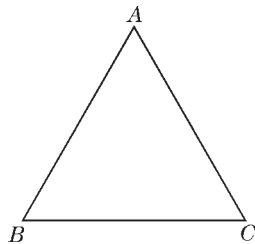


第 5 题

• 数学活动

6. 勤于思考的小聪正在思考这样的问题: 三角形的三条高、三条角平分线和三条中线都分别交于一点, 哪种线的交点有时在三角形内, 有时在三角形外, 哪种线的交点始终在三角形的内部? 请通过作图来解答这个问题(需指明是什么样的三角形).

7. 如图, 请你在 $\triangle ABC$ 中画三条线段, 把这个三角形分成面积相等的四部分, 看谁的方法多.



第 7 题

回顾与反思

• 知识点拨

通过本章的学习，我们从边、角两方面对三角形又有了更深刻的认识。利用“两点之间线段最短”及平行线的性质对三角形的三边、三个内角具有的性质给予了严格的证明，培养了我们严格推理论证的能力。三角形中的三种重要线段的学习既是线段中点、角平分线、垂线这些概念在三角形中的具体体现，同时这三种重要线段又为今后三角形中的计算与证明问题提供了特殊的数量及位置关系。

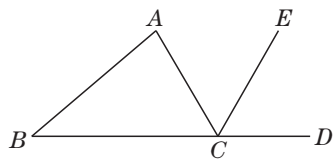
• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 70^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是 _____，那么这个三角形是 _____ 三角形。

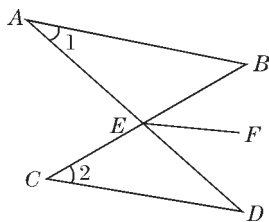
(2) 等腰三角形的两边长分别为 3 和 6，则这个等腰三角形的周长为 _____。

(3) 如图，点 D 在 $\triangle ABC$ 边 BC 的延长线上， CE 平分 $\angle ACD$ 。若 $\angle A = 80^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，则 $\angle ACE$ 的度数为 _____。



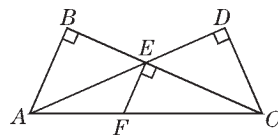
第 1(3)题

(4) 如图， $AB \parallel CD$ ， AD 与 BC 相交于点 E ， EF 是 $\angle BED$ 的平分线。若 $\angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 40^\circ$ ，则 $\angle BEF$ 的度数为 _____。



第 1(4)题

(5) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BC 边上的高是 _____；在 $\triangle AEC$ 中， AE 边上的高是 _____。



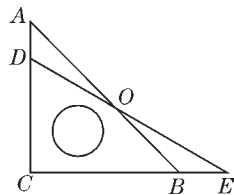
第 1(5)题

(6) D 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中点，若 $AB = 3$ ， $AC = 4$ ，则 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABD$ 的周长之差为 _____。

(7) 若一个三角形的两边长分别为 2 和 5，且三角形的周长为奇数，则这个三角形的第三边长为 _____。

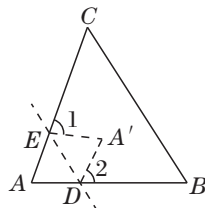
(8) 如果三角形的一个外角和与它不相邻的两个内角的和为 180° ，那么这个三角形是 _____ 三角形。

(9) 把一副三角板按下图所示的方式放置，已知 $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle E = 30^\circ$ ，则两条斜边相交所成的钝角 $\angle AOE$ 的度数为 _____。



第 1(9)题

(10) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D ， E 分别在边 AB ， AC 上，将 $\triangle ABC$ 沿着 DE 折叠，使点 A 与点 A' 重合。若 $\angle A = 70^\circ$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____ 度。



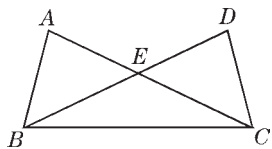
第 1(10)题

(11) 当三角形中一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍时，我们称此三角形为“特征三角形”，其中 α 称为“特征角”。如果一个“特征三角形”的“特征角”为 100° ，那么这个“特征三角形”的最小内角的度数为 _____。

(12) 一个三角形最多有 a 个锐角, b 个直角, c 个钝角, 则 $a+b+c=$ _____.

2. 选择题.

(1) 下图中, 三角形的个数为 ()



第 2(1) 题

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

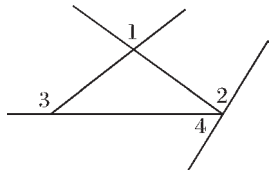
(2) 关于三角形内角的叙述错误的是 ()

- A. 三角形三个内角的和是 180°
 B. 三角形两个内角的和一定大于 60°
 C. 三角形中至少有一个角不小于 60°
 D. 一个三角形中最大的角所对的边最长

(3) 三角形的下列线段中, 可以将三角形的面积分成相等两部分的是 ()

- A. 中线 B. 角平分线
 C. 高 D. 以上三种都可以

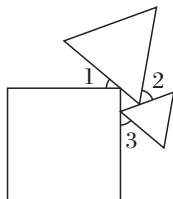
(4) 如图, 三角形的外角是 ()



第 2(4) 题

A. $\angle 1$ B. $\angle 2$ C. $\angle 3$ D. $\angle 4$

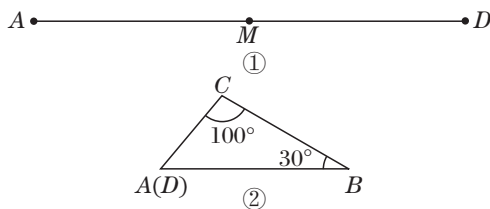
(5) 一个正方形和两个等边三角形的位置如图所示. 若 $\angle 3 = 50^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2$ 等于 ()



第 2(5) 题

A. 90° B. 100° C. 130° D. 180°

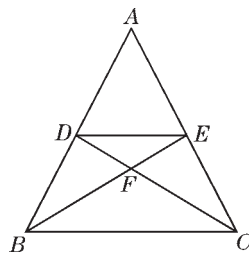
(6) 如图①, M 是铁丝 AD 的中点. 将该铁丝首尾相接, 折成 $\triangle ABC$, 且 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 100^\circ$, 如图②. 下列说法中, 正确的是 ()



第 2(6) 题

- A. 点 M 在 AB 上
 B. 点 M 在 BC 的中点处
 C. 点 M 在 BC 上, 且距点 B 较近, 距点 C 较远
 D. 点 M 在 BC 上, 且距点 C 较近, 距点 B 较远

(7) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, BE , CD 是 $\triangle ABC$ 的中线. 下列结论中, 不正确的是 ()

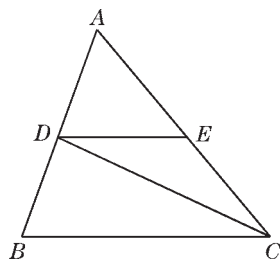


第 2(7) 题

- A. $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC}$ B. $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CBE}$
 C. $S_{\triangle BDF} = S_{\triangle CEF}$ D. $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle BDC}$

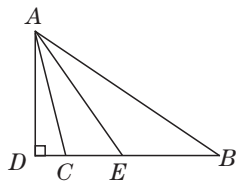
• 数学思考

3. 如图, $DE \parallel BC$, CD 是 $\angle ACB$ 的平分线, $\angle B = 70^\circ$, $\angle ACB = 50^\circ$. 求 $\angle EDC$ 和 $\angle BDC$ 的度数.



第 3 题

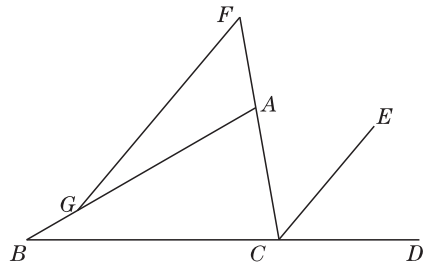
4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 34^\circ$, $\angle ACB = 104^\circ$, AD 是 BC 边上的高, AE 是 $\angle BAC$ 的平分线. 求 $\angle DAE$ 的度数.



第4题

5. 在一个三角形中, 最大角等于最小角的2倍, 最大角又比另一个角大 20° . 求最小角的度数.

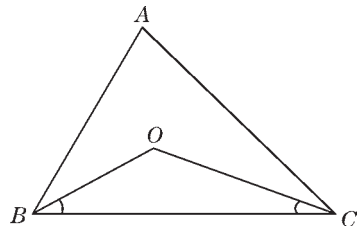
6. 如图, CE 平分 $\angle ACD$, F 为 CA 延长线上一点, $FG \parallel CE$ 交 AB 于点 G , $\angle ACD = 100^\circ$, $\angle AGF = 20^\circ$. 求 $\angle B$ 的度数.



第6题

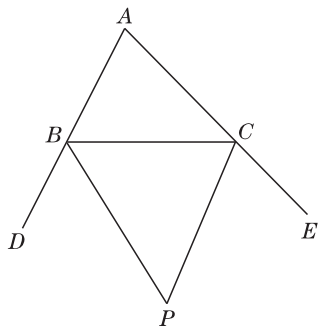
• 解决问题

7. (1) 在 $\triangle ABC$ 中, BO , CO 分别是 $\angle ABC$, $\angle ACB$ 的平分线, 且 BO , CO 相交于点 O . 请猜想 $\angle BOC$ 与 $\angle A$ 之间有怎样的数量关系, 并说明理由.



第7(1)题

(2) 已知 BP , CP 分别是 $\triangle ABC$ 的 $\angle ABC$, $\angle ACB$ 的外角平分线, 且 BP , CP 相交于点 P . 请猜想 $\angle BPC$ 与 $\angle A$ 之间有怎样的数量关系, 并说明理由.



第 7(2) 题

(1) 图②中有 _____ 个三角形, 图③中有 _____ 个三角形, 图④中有 _____ 个三角形 猜测第 7 个图形中共有 _____ 个三角形.

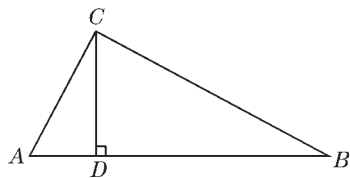
(2) 按上面的方法继续下去, 第 n 个图形中有 _____ 个三角形 (用含 n 的代数式表示).

9. 如图, 在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是边 AB 上的高, $AB = 13$ cm, $BC = 12$ cm, $AC = 5$ cm.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

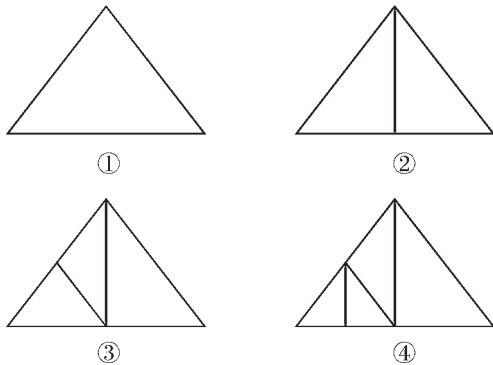
(2) 求 CD 的长.

(3) 作出 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的中线 BE , 并求出 $\triangle ABE$ 的面积.



第 9 题

8. 观察以下图形, 并回答问题.



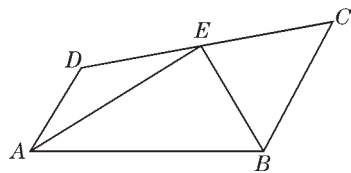
第 8 题

• 数学活动

10. 如图, 点 E 在 CD 上, AE , BE 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$, $\angle AEB = 90^\circ$. 设 $AD = x$, $BC = y$, x, y 满足 $(x-3)^2 + |y-4| = 0$.

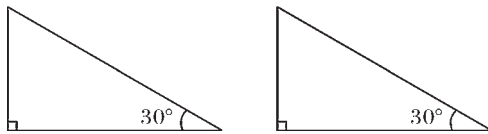
(1) 求 AD 和 BC 的长.

(2) 你认为 AD 和 BC 还有什么关系? 请验证你的结论.



第 10 题

11. 给你两块形状、大小完全相同的含 30° 角的三角板, 如图, 展开你的想象力, 你能拼成哪些不同的几何图形?



第 11 题

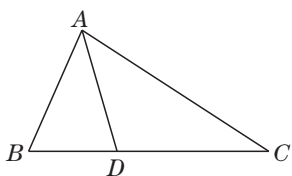
单元测试卷

一、选择题(本大题共 10 个小题, 每小题 2 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

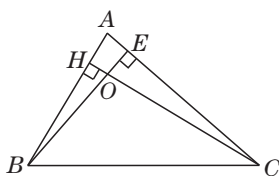
1. 已知三条线段的长是: ①2, 3, 4; ②3, 4, 5; ③3, 1, 2; ④3, 6, 10. 其中可构成三角形的有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
2. 一个三角形的两边长分别为 3 和 7, 且第三边长为整数, 这样的三角形周长的最大值为 ()
A. 15 B. 16 C. 18 D. 19
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle B$ 是 $\angle A$ 的 2 倍, $\angle C$ 比 $\angle A$ 大 20° , 则 $\angle A$ 的度数为 ()
A. 40° B. 60° C. 80° D. 90°
4. 下列条件中, 能确定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的条件有 ()

① $\angle A + \angle B = \angle C$; ② $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$; ③ $\angle A = 90^\circ - \angle B$; ④ $\angle A = \angle B = \frac{1}{2}\angle C$.

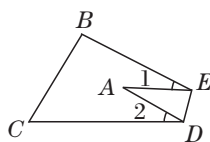
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
5. 三角形的一个外角与它相邻的内角之比为 $1 : 4$, 那么这个三角形一定是 ()
A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰三角形
6. 下列说法中, 不正确的是 ()
A. 三角形的中线在三角形的内部 B. 三角形的角平分线在三角形的内部
C. 三角形的高在三角形的内部 D. 三角形必有一高在三角形的内部
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 67^\circ$, $\angle C = 33^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 则 $\angle CAD$ 的度数为 ()
A. 40° B. 45° C. 50° D. 55°



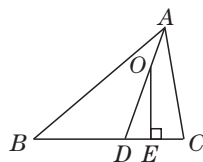
第 7 题



第 8 题



第 9 题



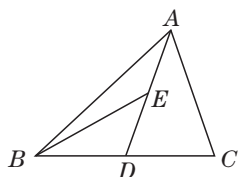
第 10 题

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 80^\circ$, 高 BE 和 CH 的交点为 O , 则 $\angle BOC$ 的度数为 ()
A. 80° B. 120° C. 100° D. 150°
9. 如图, 把 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠, 当点 A 落在四边形 $BCDE$ 内部时, 则 $\angle A$ 与 $\angle 1 + \angle 2$ 之间有一种数量关系始终保持不变, 你发现的规律是 ()
A. $\angle A = \angle 1 + \angle 2$ B. $2\angle A = \angle 1 + \angle 2$
C. $3\angle A = \angle 1 + \angle 2$ D. $3\angle A = 2(\angle 1 + \angle 2)$
10. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 点 O 在 AD 上, 且 $OE \perp BC$ 于点 E , $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle C = 80^\circ$, 则 $\angle EOD$ 的度数为 ()
A. 20° B. 30° C. 10° D. 15°

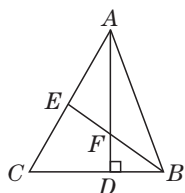
得分	评卷人

二、填空题(本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 把答案写在题中横线上)

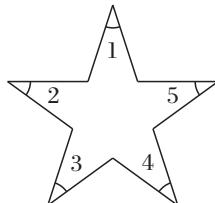
11. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边, 化简: $|a+b-c| + |b-a-c| - |c+b-a| =$ _____.
12. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 比 $\angle A + \angle B$ 大 30° , 则 $\angle C$ 的外角为 _____ 度, 这个三角形是 _____ 三角形.
13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, BE 是 $\triangle ABD$ 中 AD 边上的中线. 若 $\triangle ABC$ 的面积是 24, 则 $\triangle ABE$ 的面积是 _____.



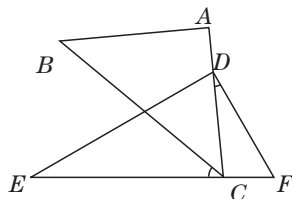
第 13 题



第 14 题

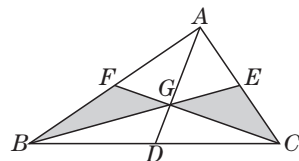


第 15 题



第 16 题

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 50^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, AD 是高, BE 是 $\angle ABC$ 的平分线, AD, BE 交于点 F , 则 $\angle BEC$ 的度数为 _____.
15. 如图, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 =$ _____ 度.
16. 将一副直角三角板按如图所示方式摆放, 点 C 在 EF 上, AC 经过点 D . 已知 $\angle A = \angle EDF = 90^\circ$, $AB = AC$, $\angle E = 30^\circ$, $\angle BCE = 40^\circ$, 则 $\angle CDF$ 的度数为 _____.
17. 各边长度都是整数、最大边长为 8 的三角形共有 _____ 个.
18. 如图, $\triangle ABC$ 三边的中线 AD, BE, CF 交于点 G . 若 $S_{\triangle ABC} = 12$, 则图中阴影部分的面积是 _____.



第 18 题

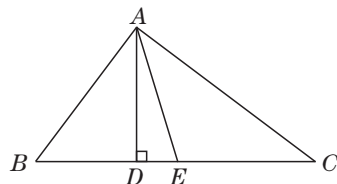
三、解答题(本大题共 6 个小题, 共 56 分. 解答应写出文字说明或演算步骤)

得分	评卷人

19. (本小题满分 9 分)

如图, 已知 AD, AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和中线, $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm, $BC = 10$ cm, $\angle CAB = 90^\circ$.

- (1) 求 $\triangle ABC$ 的面积.
- (2) 求 AD 的长.
- (3) 求 $\triangle ACE$ 和 $\triangle ABE$ 的周长的差.



第 19 题

得分	评卷人

20. (本小题满分 9 分)

已知等腰三角形的两边长满足 $|a-4| + (b-9)^2 = 0$. 求这个等腰三角形的周长.

得分	评卷人

21. (本小题满分 10 分)

如图, $\angle A = 10^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = \angle DCE$, $\angle ADC = \angle EDF$, $\angle CED = \angle FEG$. 求 $\angle F$ 的度数.

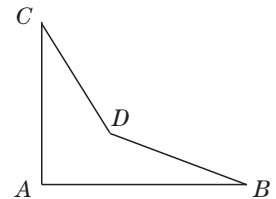


第 21 题

得分	评卷人

22. (本小题满分 9 分)

如图, $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 21^\circ$, $\angle C = 32^\circ$. 求 $\angle BDC$ 的度数.

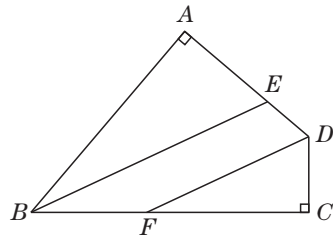


第 22 题

得分	评卷人

23. (本小题满分 9 分)

如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, BE 平分 $\angle ABC$, DF 平分 $\angle ADC$. BE 与 DF 有何位置关系? 说明理由.

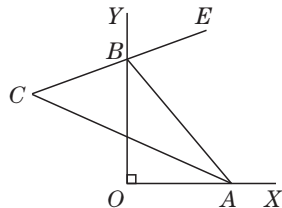


第 23 题

得分	评卷人

24. (本小题满分 10 分)

如图, $\angle XOY = 90^\circ$, 点 A, B 分别在射线 OX, OY 上移动, BE 是 $\angle ABY$ 的平分线, BE 的反向延长线与 $\angle OAB$ 的平分线相交于点 C . $\angle ACB$ 的度数是否会发生变化? 说明理由.



第 24 题

第十章 一元一次不等式和一元一次不等式组

10.1 不等式

• 知识点拨

我们的现实生活中,同类量之间可能有相等关系,但是不等关系却更为普遍,我们常借助不等式来研究不等关系.

本节课我们要经历通过从具体问题情境中建立不等式模型的过程,体会数学与生活的密切联系,理解不等式的定义,能够用不等式表示数量之间的不等关系,体会列不等式的关键是分析每句话中关键字词的意义,感受数学的应用与价值.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1)正方形的边长是 x cm, 它的周长不超过 160 cm, 用不等式表示为_____.

(2)一罐饮料净重约 300 g, 罐上注有“蛋白质含量 $\leq 2.0\%$ ”, 则其中蛋白质含量的最大值是_____g.

(3)规定一种新的运算: $a \triangle b = a \cdot b - a + b + 1$. 如, $3 \triangle 4 = 3 \times 4 - 3 + 4 + 1$. 那么 $(-3) \triangle 5$ _____ $5 \triangle (-3)$ (填“ $<$ ”“ $=$ ”或“ $>$ ”).

(4)若 k 的值大于 -1 且不大于 3 , 则用不等式表示 k 的取值范围是_____ (使用形如 $a \leq x \leq b$ 的式子填空).

(5)一所中学的男子百米赛跑纪录是 11.7 s, 假设一名男运动员的百米赛跑成绩为 x s. 如果这名运动员破纪录了, 那么_____; 如果这名运动员没破纪录, 那么_____.

(6)小明准备用自己节省的零花钱买一台复读

机, 他现已有 75 元, 计划从现在起以后每个月节省 30 元, 直到他至少有 300 元. 设 x 个月后他至少有 300 元, 用不等式表示是_____.

2. 选择题.

(1)有下列各式: ① $5 > -3$; ② $5x + 2$; ③ $s = 10t$; ④ $2m \geq 1$; ⑤ $a > b$; ⑥ $n < 0$. 其中不等式的个数是 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

(2)小林要买 2 kg 苹果, 摊主称了几个苹果说: “秤高高的.” 设苹果的实际质量为 x kg, 用不等式把这个“高高的”表示出来是 ()

A. $x \geq 2$ B. $x \leq 2$
C. $x > 2$ D. $x < 2$

(3)高钙牛奶的包装盒上注明“每 100 g 内含钙 ≥ 150 mg”, 它的含义是指 ()

A. 每 100 g 内含钙 150 mg
B. 每 100 g 内含钙不低于 150 mg
C. 每 100 g 内含钙高于 150 mg
D. 每 100 g 内含钙不超过 150 mg

3. 用不等式表示: 

(1) m 是一个负数;

(2) m 的 2 倍与 n 的差不小于 10 ;

(3) x 的 $\frac{1}{5}$ 与 y 的 $\frac{1}{3}$ 的和是非负数;

(4) x 的相反数小于 x 的 3 倍与 2 的和.

• 数学思考

4. 用数学式子表示下面数量之间的关系:

(1) 长为 $a+3$, 宽为 $a-4$ 的长方形的面积大于边长为 $a+1$ 的正方形的面积.

(2) 一列火车有 m 节硬座车厢, 每节车厢有 116 个座位, 在五一期间, 这列火车上有 n 个人, 其中有一些人没有座位.

5. 小王 4 月份计划生产零件 270 个, 前 10 天平均每天生产 5 个, 后来改进技术, 提前 3 天超额完成任务. 设小王 10 天之后平均每天生产零件 x 个, 请列出不等式.

6. 小明距书店 8 km, 他上午 8:30 出发, 以 15 km/h 的速度行驶了 x h 后又以 18 km/h 的速度行驶, 结果在 9:00 前赶到了书店. 请列出不等式.

7. 在数轴上有 A, B 两点, 其中点 A 对应的数是 a , 点 B 对应的数是 1. 已知 A, B 两点的距离小于 3.



(1) 写出 a 满足的不等式.

(2) 数 $-3, 0$ 和 4 所对应的点到点 B 的距离小于 3 吗?

8. 某工厂计划生产 A, B 两种产品共 10 件, 其生产成本和利润如下表.

	A 产品	B 产品
成本/(万元/件)	2	5
利润/(万元/件)	1	3

(1) 若工厂计划获利 14 万元, 则 A, B 两种产品应分别生产多少件?

(2) 若工厂计划投入资金不多于 44 万元, 且生产 A 产品 x 件, 请列出不等式.

10.2 不等式的基本性质

• 知识点拨

经历不等式基本性质的探究过程, 体会不等式变形和等式变形的区别与联系.

掌握不等式的三个基本性质, 能运用不等式的基本性质将不等式转化为 $x > a$ 或 $x < a$ 的形式, 在运用不等式的性质进行变形时, 要注意三条性质的综合运用, 特别要注意应用性质 3 时, 不等号的方向要改变.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 设 $a > b$, 用不等号填空:

① $a - 1$ _____ $b - 1$;

② $3a$ _____ $3b$;

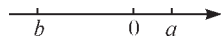
③ $-5a$ _____ $-5b$;

④ $\frac{a}{8} + 2$ _____ $\frac{b}{8} + 2$;

⑤ $-4 + \frac{1}{2}a$ _____ $-4 + \frac{1}{2}b$;

⑥ $c - 2a$ _____ $c - 2b$.

(2) 有理数 a, b 在数轴上的位置如图, 用不等号填空:



第 1(2)题

① $a + b$ _____ 0 ;

② $|a|$ _____ $|b|$;

③ ab _____ 0 ;

④ $a - b$ _____ 0 .

(3) 已知 $x < y$, 若要得到 $ax > ay$, 则 a 应满足的条件为 _____.

2. 选择题.



(1) 如果 $a > b$, 那么下列不等式中不成立的是

()

A. $a - 3 > b - 3$

B. $-3a > -3b$

C. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$

D. $-a < -b$

(2) 下列说法中, 正确的是 ()

A. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

B. 若 $-\frac{x}{3} < 0$, 则 $x > -3$

C. 当 $x < 7$ 时, $3(x-7) < 0$

D. 当 $x < 0$ 时, $x^2 < 3x$

(3) 由不等式 $ax > b$ 可以推出 $x < \frac{b}{a}$, 那么 a 的取值范围是 ()

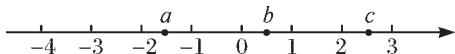
A. $a \leq 0$

B. $a < 0$

C. $a \geq 0$

D. $a > 0$

(4) 有理数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图, 则下列不等式中不正确的是 ()



第 2(4)题

A. $b+c > 0$

B. $a-b > a-c$

C. $ac > bc$

D. $ab > ac$

(5) 下列说法中, 正确的有 ()

① 若 $a < b$, 则 $-a > -b$;

② 若 $xy < 0$, 则 $x < 0, y < 0$;

③ 若 $x < 0, y < 0$, 则 $xy < 0$;

④ 若 $a < b$, 则 $2a < a+b$;

⑤ 若 $a < b$, 则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$;

⑥ 若 $\frac{1-x}{2} < \frac{1-y}{2}$, 则 $x > y$.

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

(6) 若 $0 < a < 1$, 则下列不等式中正确的是 ()

A. $a < 1 < \frac{1}{a}$

B. $a < \frac{1}{a} < 1$

C. $\frac{1}{a} < a < 1$

D. $\frac{1}{a} < a$

3. 利用不等式的性质, 将下列不等式化成“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式.

(1) $x+5 > -2$;

(2) $4x < 36$;

(3) $-\frac{1}{2}x \geq 3$;

(4) $-4x+2 < 10$;

(5) $3x-1 \geq \frac{3}{2}x$;

(6) $\frac{1+2x}{3} > x-1$.

• 数学思考

4. 已知 $\frac{a}{-4} < \frac{a}{-3}$, 判断 a 的正负性.

5. 比较下列算式结果的大小(在横线上填“>”“<”或“=”).

$$(1) 4^2 + 3^2 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 2 \times 4 \times 3;$$

$$(2) (-2)^2 + 1^2 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 2 \times (-2) \times 1;$$

$$(3) \left(\frac{1}{64}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 2 \times \frac{1}{64} \times \frac{1}{2};$$

$$(4) (-3)^2 + (-3)^2 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 2 \times (-3) \times (-3).$$

通过观察归纳, 写出能反映规律的一般性结论.

6. 为了促进小区绿化, 物业公司决定在小区内修建一块长方形绿地, 共有两种方案. 方案一: 长方形两边长分别为 $8a+5$ 和 3. 方案二: 长方形两边长分别为 $4a+3$ 和 6. 哪种方案修建的绿地面积大?

• 解决问题

7. 某商店先在广州以每件 15 元的价格购进某种商品 10 件, 后来又深圳以每件 12.5 元的价格购进同一种商品 40 件. 如果商店销售这些商品时, 每件定价为 x 元, 可获得大于 12% 的利润. 用不等式表示问题中的不等关系, 并检验 $x=14$ 时不等式是否成立.

10.3 解一元一次不等式(一)

• 知识点拨

本节课需要理解不等式的解及其解集的意义;利用不等式的基本性质解简单的一元一次不等式,比较不等式和方程的异同;另外,在解不等式时要注意在未知数系数化为1时不等号的方向可能要改变,在数轴上表示不等式的解集时要注意方向和空心、实心圆点.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1)不等式 $-\frac{1}{2}x \geq -1$ 的非负整数解是_____.

(2)如果 $a < 2$, 那么不等式 $ax > 2x + 5$ 的解集是_____.

2. 选择题.

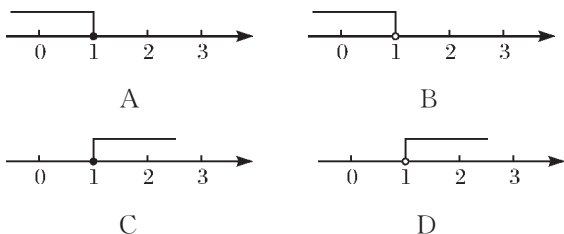
(1)下列不等式中,属于一元一次不等式的是 ()

- A. $x + y > 3$ B. $2x^2 > 0$
C. $\frac{1}{x} + 1 < -2$ D. $x - 1 \leq 3x + 4$

(2)下列说法中,错误的是 ()

- A. 不等式 $x < 2$ 的正整数解只有一个
B. -2 是不等式 $2x - 1 < 0$ 的一个解
C. 不等式 $-3x > 9$ 的解集是 $x > -3$
D. 不等式 $x < 10$ 的整数解有无数个

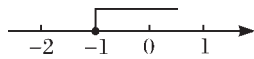
(3)不等式 $x > 1$ 在数轴上表示为 ()



(4)如果关于 x 的不等式 $(a+1)x > a+1$ 的解集为 $x < 1$, 那么 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 0$ B. $a < 0$
C. $a > -1$ D. $a < -1$

(5)如图,数轴上表示的关于 x 的一元一次不等式的解集为 ()



第 2(5)题

- A. $x \leq -1$ B. $x < -1$
C. $x \geq -1$ D. $x > -1$

(6)下列与不等式 $2x - 4 \leq 0$ 的解集相同的不等式是 ()

- A. $-2x \leq x - 1$ B. $-2x \leq x - 10$
C. $-4x \geq x - 10$ D. $-4x \leq x - 10$

3. 解下列不等式,并把它们的解集在数轴上表示出来.

- (1) $x + 3 > 1$; (2) $x \leq 3x - 4$;

- (3) $\frac{2}{3}x - 2 \geq x$; (4) $\frac{2-x}{3} > 1$.

• 数学思考

4. 已知关于 x 的不等式 $4x - a > 7x + 5$ 的解集是 $x < -1$. 求 a 的值.

5. (1)解不等式: $5(x-2)+8 < 6x$.

(2)已知(1)中的不等式的最小整数解是方程 $2x - ax = 3$ 的解. 求 a 的值.

6. 若关于 x, y 的二元一次方程组
$$\begin{cases} 2x + y = 3k - 1, \\ x + 2y = -2 \end{cases}$$
 的解满足 $x + y > 1$, 求 k 的取值范围.

• 解决问题

7. 小王 10:10 离家赶 11:00 的火车, 已知他家距离火车站 10 km, 他离开家后先以 3 km/h 的速度走了 5 min, 然后乘公共汽车去火车站. 公共汽车每小时至少走多少千米才能保证小王不误当次火车? (进站时间不考虑)

8. 小宏准备用 50 元钱买甲、乙两种饮料共 10 瓶. 已知甲饮料每瓶 7 元, 乙饮料每瓶 4 元, 则小宏最多能买多少瓶甲饮料?

10.3 解一元一次不等式(二)

• 知识点拨

会解含有括号及分母的一元一次不等式, 类比一元一次方程得到解一元一次不等式的基本步骤和注意事项; 确定不等式的整数解时, 要先求出不等式的解集, 然后在解集中寻找符合条件的整数解.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 当 x _____ 时, 代数式 $\frac{3x-2}{6}$ 的值为非负数.

(2) 不等式 $4+2x \leq 3(x+2)$ 的负整数解为 _____.

(3) 若 $(m-2)x^{2m+1}-1 > 5$ 是关于 x 的一元一次不等式, 则该不等式的解集为 _____.

(4) 已知关于 x 的方程 $2x+4=m-x$ 的解为负数, 则 m 的取值范围是 _____.

(5) 若关于 x 的不等式 $3m-2x < 5$ 的解集是 $x > 2$, 则 m 的值为 _____.

2. 选择题.



(1) 若代数式 $6-a$ 的值为非负数, 则 a 应为 ()

- A. $a \geq 6$ B. $a \leq 6$
C. $a \geq -6$ D. $a \leq -6$

(2) 不等式 $\frac{x-7}{2}+1 < \frac{3x-2}{2}$ 的负整数解有



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

(3) 若三个连续正整数的和不大于 15, 则符合条件的正整数有 ()

- A. 2 组 B. 3 组 C. 4 组 D. 8 组

(4) 如果不等式 $3x-m \leq 0$ 的正整数解是 1, 2, 3, 那么 m 的取值范围是 ()

- A. $9 < m < 12$ B. $9 \leq m < 12$

- C. $9 < m \leq 12$ D. $9 \leq m \leq 12$

(5) 如果关于 x 的方程 $2a-3x=6$ 的解是非负数, 那么 a 满足的条件是 ()

- A. $a > 3$ B. $a \leq 3$
C. $a < 3$ D. $a \geq 3$

3. 解下列不等式, 并把它们的解集在数轴上表示出来.

(1) $2(x-2) \leq 6-3x$;

(2) $\frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \leq 1$;

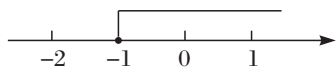
(3) $\frac{x+1}{3} > 2x-3$;

$$(4) x - \frac{5x-1}{3} < -1;$$

$$(5) \frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} < 1;$$

$$(6) \frac{2x-1}{2} - \frac{5x-1}{4} \leq 0.$$

4. 在实数范围内规定新运算“ $\triangle$ ”，其运算规则是： $a \triangle b = 2a - b$ 。已知不等式 $x \triangle k \geq 1$ 的解集在数轴上表示如下图，求 k 的值。



第4题

5. 当 x 为何值时，代数式 $\frac{2x+3}{2} - \frac{x+1}{3}$ 的值

分别满足以下条件：

(1) 是非负数；

(2) 不大于 1.

• 数学思考

6. 若不等式 $5(x-2) - 4 < -5$ 的正整数解满足方程 $2a - 5x = (1+a)x$ ，求代数式 $(a-2)^2 + 3$ 的值.

7. 求能使代数式 $3(2x-2)$ 的值不大于 $2(4x+3)$ 的值的负整数 x 的值.

8. 当 m 为何正整数时, 关于 x 的方程

$$x - \frac{x-m}{2} = \frac{2-x}{2}$$

的解为非负数.

9. 已知关于 x 的方程 $4(x+2)-2=5+3a$ 的

解不小于方程 $\frac{(3a+1)x}{3} = \frac{a(2x+3)}{2}$ 的解. 求 a 的取值范围.

• 解决问题

10. 在某商场的店庆活动中, 商家准备对某种进价为 600 元、标价为 1 200 元的商品进行打折销售. 要保证利润率不低于 10%, 商家最低打多少折?

11. “杜鹃节”期间, 某公司 70 名职工组团前往参观. 旅游景点规定: ①门票每人 60 元, 无优惠; ②上山游玩可坐景点观光车, 观光车有 4 座车和 11 座车, 4 座车每辆 60 元, 11 座车每人 10 元. 若使公司职工正好坐满每辆车且总费用不超过 5 000 元, 则公司租用 4 座车和 11 座车各多少辆?

10.4 一元一次不等式的应用

• 知识点拨

充分经历从具体问题情境中抽象出不等式模型的过程, 体验并掌握用一元一次不等式解决实际问题的方法和步骤; 本节课的关键是根据题目所给的条件列出不等式, 和一元一次方程应用的不同之处在于求出不等式的解集后, 还要根据问题的实际意义确定最后的答案.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 有 3 人携带会议材料乘坐电梯, 这 3 人的体重共 210 kg, 每捆材料重 20 kg, 电梯最大负荷为 1 050 kg, 则该电梯在此 3 人乘坐的情况下最多还能搭载 _____ 捆材料.

(2) 某射击运动爱好者在一次比赛中共射击 10 次, 前 6 次共中 53 环(环数均为整数, 且单次最高中 10 环). 如果他想取得不低于 89 环的总成绩, 那么他第 7 次射击不能少于 _____ 环.

(3) 有关学生体质健康评价指标规定: 握力体重指数 $m = (\text{握力} \div \text{体重}) \times 100$ (握力和体重的单位均为 kg), 九年级男生的合格标准是 $m \geq 35$. 若九年级男生小明的体重是 50 kg, 那么小明的握力至少要达到 _____ kg 才能合格.

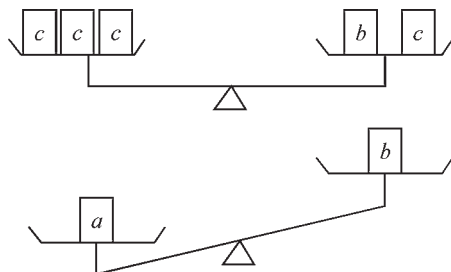
(4) 商店为了对某种商品促销, 将定价为 3 元的商品, 按以下方式优惠销售: 若购买不超过 5 件, 按原价付款; 若一次性购买 5 件以上, 超过部分打八折. 用 27 元钱最多可以购买该商品 _____ 件.

(5) 某图书出租店有两种租书方式: 一种是用会员卡租书, 办会员卡每月 10 元, 租书每本 6 角; 另一种是零星租书每本 1 元. 若小强经常来此店租书,

当每月租书至少 _____ 本时, 用会员卡更合算.

2. 选择题.

(1) a, b, c 分别表示三种不同物体的质量, 用天平称两次, 情况如图, 则这三种物体的质量按从小到大的顺序排列正确的是 ()



第 2(1)题



- A. $c < b < a$ B. $b < c < a$
C. $c < a < b$ D. $b < a < c$

(2) 某商店购进黄瓜, 上午买了 30 kg, 价格为每千克 x 元, 下午又买了 20 kg, 价格为每千克 y 元. 后来该店以每千克 $\frac{x+y}{2}$ 元的价格卖完后, 发现自己赔了钱, 其原因是 ()

- A. $x < y$ B. $x > y$
C. $x \leq y$ D. $x \geq y$

(3) 某市出租车的收费标准为: 起步价 5 元(即行驶距离不超过 2 km 都须付 5 元车费), 超过 2 km 以后, 每增加 1 km 加收 2 元(不足 1 km 按 1 km 计). 某人乘出租车从甲地到乙地共付车费 21 元, 则甲地到乙地的路程是 ()

- A. 9.5 km B. 10 km
C. 至多 10 km D. 至少 9 km

(4) 某旅行社某天有空房 10 间, 当天接待了一个旅游团, 当每个房间只住 3 个人时, 有一个房间的住宿情况是不满也不空. 若旅游团的人数为偶数, 则旅游团的人数是 ()

- A. 27 B. 28 C. 29 D. 30

• 数学思考

3. 某市自来水公司的收费标准如下: 若每户每月用水不超过 5 m^3 , 则每立方米收费 1.8 元; 若每户每月用水超过 5 m^3 , 则超过部分每立方米收费 2 元. 小军家每月水费都不少于 15 元, 则小军家月用水量至少是多少立方米?



4. 某公司要招甲、乙两种工作人员 30 名, 甲种工作人员月薪为 1 200 元, 乙种工作人员月薪为 2 000 元. 现要求每月所付的工资不能超过 4.4 万元, 则至多可招乙种工作人员多少名?

5. 某大型超市购进某种水果 1 000 kg, 进价为 7 元/千克, 销售价定为 11 元/千克. 销售一半后, 为了尽快卖完, 准备打折出售. 如果要使总利润不低于 2 900 元, 那么余下的水果至多可按原销售定价的几折出售?

6. 某城市平均每天产生生活垃圾 700 t, 全部由甲、乙两个垃圾厂处理. 已知甲厂每小时处理垃圾 55 t, 需费用 550 元, 乙厂每小时处理垃圾 45 t, 需费用 495 元. 如果规定该城市处理垃圾的费用每天不超过 7 370 元, 那么甲厂每天至少需要处理垃圾多少小时?

7. 某养鸡场计划购买甲、乙两种小鸡苗共 2 000 只进行饲养, 已知甲种小鸡苗每只 2 元, 乙种小鸡苗每只 3 元.

(1) 若购买这批小鸡苗共用了 4 500 元, 则甲、乙两种小鸡苗各购买了多少只?

(2) 若购买这批小鸡苗的钱不超过 4 700 元, 则应选购甲种小鸡苗至少多少只?

• 解决问题

8. 某学校组织 175 人参加社会实践活动, 已知 35 座的客车租金为每辆 320 元, 55 座的客车租金为每辆 400 元.

(1) 若学校单独租用这两种车辆, 则各需多少元钱?

(2) 若学校同时租用这两种客车共 4 辆(可以坐不满), 而且要比单独租用一种车辆节省租金, 请你帮助该学校选择一种最节省的租车方案.

9. 某体育用品商场的采购员要到厂家批发篮球和排球共 100 只, 付款总额不得超过 11 815 元. 已知两种球厂家的批发价和商场的零售价如下表, 试解答下列问题:

	厂家批发价/(元/只)	商场零售价/(元/只)
篮球	130	160
排球	100	120

(1) 该采购员最多可购进篮球多少只?

(2) 若该商场把这 100 只球全部以零售价售出, 为使商场获得的利润不低于 2 580 元, 则采购员至少要购进篮球多少只? 该商场最多可盈利多少元?

10. 为响应“创建森林城市”的号召,某小区计划购进 A, B 两种树苗共 17 棵,已知 A 树苗每棵 80 元, B 树苗每棵 60 元.

(1)若购进 A, B 两种树苗刚好用去 1 220 元,则购进 A, B 两种树苗各多少棵?

(2)若购买 B 树苗的数量少于购买 A 树苗的数量,请你给出一种费用最省的方案,并求出该方案所需的费用.

10.5 一元一次不等式组(一)

• 知识点拨

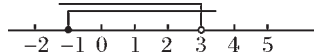
理解一元一次不等式组、一元一次不等式组的解集、解不等式组的概念;会熟练解由两个一元一次不等式组成的不等式组,会利用数轴找出两个不等式的公共部分,从而确定不等式组的解集;体会数形结合思想在本节内容中的重要作用.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1)三根木棍的长分别为 a, b, c , 其中 $a = 50, c = 100$, 则 b 满足_____时, 它们可以围成一个三角形.

(2)关于 x 的一元一次不等式组的解集在数轴上的表示如下图, 则该不等式组的解集是_____.



第 1(2)题

(3)若 y 同时满足 $y + 1 > 0$ 与 $y - 2 < 0$, 则 y 的取值范围是_____.

(4)不等式 $2 < 1 - 3x \leq 4$ 的解集是_____.

(5)若不等式组 $\begin{cases} x < 2m + 1, \\ x < m - 2 \end{cases}$ 的解集是 $x < m - 2$,

则 m 的取值范围为_____.

2. 选择题.



(1)不等式组 $\begin{cases} x + 1 > 0, \\ x - 1 \leq 1 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x \leq 2$ B. $x > -1$
C. $-1 < x \leq 2$ D. 无解

(2)下列选项中, 可以是不等式组

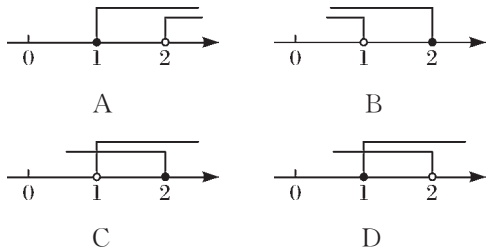
$\begin{cases} 3x - 6 < 0, \\ 3 + x > 3 \end{cases}$ 的解的是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

(3) 不等式组 $\begin{cases} 2x+3>5, \\ 3x-2<4 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $1<x<2$ B. $x>1$
C. $x<2$ D. $x<1$ 或 $x>2$

(4) 不等式组 $\begin{cases} x-1\geq 0, \\ 4-2x>0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



(5) 如果不等式组 $\begin{cases} -x+2<x-6, \\ x>m \end{cases}$ 的解集是

$x>4$, 那么 m 的取值范围是 ()

- A. $m\geq 4$ B. $m\leq 4$
C. $m<4$ D. $m=4$

3. 解不等式组.

(1) $\begin{cases} x-5<-3, \\ 2x<-2; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \frac{1}{2}(x-1)\leq 1, \\ 1-x<2; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 5x-6\leq 2(x+3), \\ \frac{x}{4}-1<\frac{x-3}{3}; \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 2(x-1)\leq 3x-1, \\ \frac{4}{3}x-3<1-\frac{2}{3}x. \end{cases}$

4. 已知代数式 $1-k$ 的值大于 -1 而又不大于 3 . 求 k 的取值范围.

7. 已知三角形的三边长分别为 3 , $1-2a$, 8 . 请确定 a 的取值范围.

• 数学思考

5. 已知不等式组 $\begin{cases} \frac{x-2}{2} > a, \\ 3x+2 > 4x-1 \end{cases}$ 的解集为 $-2 < x < 3$. 求 a 的值.

6. 已知代数式 $3-4m$ 的值小于 3 , 但不小于 -1 . 求 m 的取值范围.

• 解决问题

8. 先阅读, 再解题.

解不等式 $\frac{2x+5}{x-3} > 0$.

解: 根据两数相除, 同号得正, 异号得负, 得

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x+5 > 0, \\ x-3 > 0 \end{cases} \text{ 或 } \textcircled{2} \begin{cases} 2x+5 < 0, \\ x-3 < 0. \end{cases}$$

解不等式组 $\textcircled{1}$, 得 $x > 3$.

解不等式组 $\textcircled{2}$, 得 $x < -\frac{5}{2}$.

所以原不等式的解集为 $x > 3$ 或 $x < -\frac{5}{2}$.

参照以上解题过程所反映的解题思想, 试解

不等式 $\frac{2x-3}{1+3x} < 0$.

10.5 一元一次不等式组(二)

• 知识点拨

会解一元一次不等式组并掌握解不等式组的一般步骤,注意不等式组的解集的几种情况,特别是无解的情况;求不等式组的解集时要充分利用数轴;还要会利用不等式组的解集确定特殊解及字母的取值范围.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 不等式组 $\begin{cases} x-2 \geq 0, \\ 8-2x < 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

(2) 不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq 1, \\ 1-2x < 4 \end{cases}$ 的整数解是_____.

(3) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > 3, \\ x > m \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$, 则 m 的取值范围是_____.

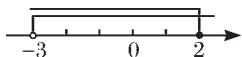
(4) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3x-2 > a, \\ 5-x \geq b \end{cases}$ 的解集为 $-1 < x \leq 2$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

2. 选择题.

(1) 甲种蔬菜保鲜适宜的温度是 $1^{\circ}\text{C} \sim 5^{\circ}\text{C}$, 乙种蔬菜保鲜适宜的温度是 $3^{\circ}\text{C} \sim 8^{\circ}\text{C}$, 将这两种蔬菜放在一起同时保鲜, 适宜的温度是 ()

- A. $1^{\circ}\text{C} \sim 3^{\circ}\text{C}$ B. $3^{\circ}\text{C} \sim 5^{\circ}\text{C}$
C. $5^{\circ}\text{C} \sim 8^{\circ}\text{C}$ D. $1^{\circ}\text{C} \sim 8^{\circ}\text{C}$

(2) 解集在数轴上表示为如下图所示的不等式组为 ()



第 2(2)题

A. $\begin{cases} x > -3, \\ x \geq 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x < -3, \\ x \leq 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x < -3, \\ x \geq 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > -3, \\ x \leq 2 \end{cases}$

(3) 使不等式 $x-1 \geq 2$ 与 $3x-7 < 8$ 同时成立的 x 的整数值是 ()

- A. 3, 4 B. 4, 5
C. 3, 4, 5 D. 不存在

(4) 不等式组 $\begin{cases} x-3 \geq 0, \\ \frac{x}{2} < 3 \end{cases}$ 的所有整数解之和是 ()

- A. 9 B. 12 C. 13 D. 15

(5) 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x-a > 0, \\ 1-2x > x-2 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq 1$ B. $a > 1$
C. $a \leq -1$ D. $a < -1$

(6) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x+a-1 > 0, \\ 2x-a-1 < 0 \end{cases}$ 的解集为 $0 < x < 1$, 则 a 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 解不等式组.

(1) $\begin{cases} 3x-2 < x+2, \\ 8-x \geq 1-3(x-1); \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} 7(x-5)+2(x+1) > -15, \\ \frac{2x+1}{3} - \frac{3x-1}{2} < 0. \end{cases}$$

• 数学思考

$$4. (1) \text{解不等式组} \begin{cases} x - \frac{3}{2}(2x-1) \leq 4, \\ \frac{1+3x}{2} > 2x-1. \end{cases} \quad \text{把解集}$$

表示在数轴上，并写出该不等式组的整数解.

$$(2) \text{解不等式组} \begin{cases} 2x+4 \geq 0, \\ \frac{x-3}{2} + 3 > x+1, \end{cases} \quad \text{并写出该不}$$

等式组的最大整数解.

$$5. \text{若关于 } x \text{ 的不等式组} \begin{cases} x < m+1, \\ x > 2m-1 \end{cases} \text{ 无解, 求}$$

m 的取值范围.

$$6. \text{若不等式组} \begin{cases} 2x+3 < 1, \\ x > \frac{1}{2}(x-3) \end{cases} \text{ 的整数解是关于}$$

x 的方程 $2x-4=ax$ 的根, 求 a 的值.

• 解决问题

7. 若有理数 $2m$, m , $1-m$ 在数轴上所对应的点能从左到右依次排列, 求 m 的取值范围.



8. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x-y=3, \\ 2x+y=6a \end{cases}$ 的解

x 是非负数, y 小于 3. 求 a 的取值范围.



回顾与反思

• 知识 点 拨

本章研究的是不等式和不等式组及其应用. 重点是利用不等式的基本性质解一元一次不等式和不等式组, 难点是利用不等式解决实际问题, 只有把操作、思考和交流相结合, 才能掌握知识, 灵活运用所学知识解决实际问题.

在学习本章时, 要善于利用类比思想和数形结合思想, 以培养思维的灵活性和敏捷性.

• 知识与技能

1. 填空题.

(1) 用不等式表示 x 与 5 的差不小于 x 的 2 倍是_____.

(2) 不等式 $2x > 3 - x$ 的解集为_____.

(3) 当 x _____ 时, 代数式 $2x - 3$ 的值是正数.

(4) 若关于 x 的不等式 $x - 1 \leq a$ 有四个非负整数解, 则 a 的取值范围是_____.

(5) 若关于 x 的不等式 $4m - 3x \leq 1$ 的解集是 $x \geq -3$, 则 m 的值是_____.

(6) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0, \\ x+2 \geq 4x-1 \end{cases}$ 的解集为_____.

(7) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a > 2, \\ b-2x > 0 \end{cases}$ 的解集是 $-1 < x < 1$, 则 $(a+b)^{2013} =$ _____.

(8) 已知关于 x 的方程 $\frac{x+m}{3} - \frac{2x-1}{2} = m$ 的解为负数, 则 m 的取值范围是_____.

(9) 某件商品的进价是 1 000 元, 售价为 1 500 元, 由于销售不好, 商店决定降价, 但要保证利润不低于 5%. 那么商店最多降价_____元.

9. 若关于 x 的不等式组

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{x+1}{3} > 0, \\ 3x + 5a + 4 > 4(x+1) + 3a \end{cases}$$

恰有三个整数解, 求实数 a 的取值范围.

(10) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-b \geq 0, \\ x+a \leq 0 \end{cases}$ 的解集为 $3 \leq x \leq 4$, 则不等式 $ax+b < 0$ 的解集为_____.

(11) 弟弟上午 8:00 出发步行去郊游, 速度为 4 km/h, 10:00 哥哥从同一地点骑自行车去追弟弟. 如果哥哥要在 10:40 之前追上弟弟, 那么哥哥的速度至少是_____.

(12) 用锤子以相同的力将铁钉垂直钉入木块, 随着铁钉的深入, 铁钉所受的阻力也越来越大. 当未进入木块的钉子长度足够时, 每次钉入木块的钉子长度是前一次的 $\frac{1}{2}$. 已知这个铁钉被敲击 3 次后全部进入木块(木块足够厚), 且第一次敲击后铁钉进入木块的长度是 2 cm. 若铁钉总长度为 a cm, 则 a 的取值范围是_____.

2. 选择题.

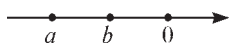
(1) 若 $a < b$, 则下列各式中一定成立的是

()

- A. $a-1 < b-1$ B. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$
C. $-a < -b$ D. $ac < bc$

(2) 有理数 a, b 在数轴上的对应点如图所示, 则下列不等式中错误的是

()



第 2(2) 题

- A. $ab > 0$ B. $a+b < 0$
C. $\frac{a}{b} < 1$ D. $a-b < 0$

(3) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 3(x-1), \\ x < m \end{cases}$ 的解集是 $x < 2$, 则 m 的取值范围是

()

- A. $m=2$ B. $m > 2$
C. $m < 2$ D. $m \geq 2$

(4) 在数轴上与原点的距离小于 8 的点对应的 x 满足

()

- A. $-8 < x < 8$ B. $x < -8$ 或 $x > 8$

C. $x < 8$

D. $x > 8$

(5) 若不等式 $(a-1)x > 1-a$ 的解为 $x > -1$, 则 a 的取值范围是

()

- A. $a \neq 1$ B. $a > 1$
C. $a < 1$ D. $a \neq 0$

(6) 不等式组 $\begin{cases} 2x+3 > 0, \\ -3x+5 \geq 0 \end{cases}$ 的整数解的个数是

()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

(7) 对于实数 x , 我们规定 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 例如 $[1.2]=1$, $[3]=3$, $[-2.5]=-3$.

若 $\left[\frac{x+4}{10}\right]=5$, 则 x 的取值可以是

()

- A. 40 B. 45 C. 51 D. 56

(8) 不等式组 $\begin{cases} x > -\frac{2}{3}, \\ x-4 \leq 4-2x \end{cases}$ 的最小整数解为

()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 4

(9) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 1+x > a, \\ 2x-4 \leq 0 \end{cases}$ 有解, 则

a 的取值范围是

()

- A. $a \leq 3$ B. $a < 3$
C. $a < 2$ D. $a \leq 2$

(10) 小明要完成 2.1 km 的路程, 并要在 18 min 内到达, 已知他每分钟可走 90 m, 或跑 210 m. 小明完成这段路程, 至少要跑多少分钟? 设要跑 x min, 则列出的不等式为

()

- A. $210x+90(18-x) \geq 2100$
B. $90x+210(18-x) \leq 2100$
C. $210x+90(18-x) \leq 2.1$
D. $210x+90(18-x) \geq 2.1$

(11) 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x+y=k+1, \\ x+3y=3 \end{cases}$ 的

解满足 $x+y > 0$, 则 k 的取值范围是

()

- A. $k > 4$ B. $k > -4$
C. $k < 4$ D. $k < -4$

(12) 若三角形三边长分别为 3, 5, $1-a$, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $1 < a < 7$ B. $-7 < a < -1$
C. $a < -1$ D. $a > -7$

3. 解不等式(组).

(1) $\frac{x+4}{3} - \frac{3x-1}{2} > 1;$

(2) $\frac{1-x}{2} \leq \frac{x-1}{5} + 1;$

(3) $\begin{cases} x-3(x-2) \leq 4, \\ \frac{1+2x}{3} > x-1; \end{cases}$

(4) $\begin{cases} \frac{1}{4}(x+4) < 1, \\ x+2 > \frac{2(x+3)}{3}. \end{cases}$

• 数学思考

4. 若 $2(x+1)-5 < 3(x-1)+4$ 的最小整数解是方程 $\frac{1}{3}x - mx = 5$ 的解, 求代数式 $m^2 - 2m - 11$ 的值.

5. 若关于 x 的方程 $3(x+4)=2a+5$ 的解大于关于 x 的方程 $\frac{(4a+1)x}{4}=\frac{a(3x-4)}{3}$ 的解, 求 a 的取值范围.

6. 解不等式组 $\begin{cases} \frac{x-3}{2}+3>x+1, \\ 1-3(x-1)\leq 8-x, \end{cases}$ 并求出所有整数解的和.

7. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=3k-1, \\ x+2y=-2 \end{cases}$ 的解满足 x 大于 3, y 不大于 -3, 求 k 的取值范围.

• 解决问题

8. 某童装加工企业今年 5 月份每个工人平均加工童装 150 套, 最不熟练的工人加工童装套数为平均套数的 60%. 为了提高工人的劳动积极性, 企业计划从今年 6 月起进行工资改革, 改革后每个工人的工资分两部分: 一部分为每人每月基本工资 1 200 元, 另一部分为每加工 1 套童装奖励若干元.

(1) 为了保证所有工人的每月工资收入不低于 1 450 元, 按 5 月份工人加工的童装套数计算, 工人每加工 1 套童装企业至少应该奖励多少元? (结果精确到分)

(2) 根据经营情况, 企业决定每加工 1 套童装奖励 5 元, 工人小张争取 6 月份的工资不少于 2 200 元. 小张 6 月份至少应加工多少套童装?

(1) 分别用含 x 的式子表示到甲、乙两个厂家购买办公桌椅所需的金额.

(2) 请你说出到哪家购买更划算.

9. 甲、乙两个厂家生产的办公桌和办公椅的质量、价格一致, 每张办公桌 800 元, 每把办公椅 80 元. 甲、乙两个厂家推出各自销售的优惠方案: 甲厂家买 1 张办公桌送 3 把办公椅; 乙厂家办公桌和办公椅全部按原价的八折优惠. 现某公司要购买 3 张办公桌和若干把办公椅, 设购买的办公椅数为 x 把 ($x \geqslant 9$).

10. 对 x, y 定义一种新运算 T , 规定 $T(x, y) = \frac{ax+by}{2x+y}$ (其中 a, b 均为非零常数), 这里等式右边是通常的四则运算, 例: $T(0, 1) = \frac{a \times 0 + b \times 1}{2 \times 0 + 1} = b$.

已知 $T(1, -1) = -2$, $T(4, 2) = 1$.

(1) 求 a, b 的值.

(2) 若关于 m 的不等式组 $\begin{cases} T(2m, 5-4m) \leqslant 4, \\ T(m, 3-2m) > p \end{cases}$ 恰

好有 3 个整数解, 求实数 p 的取值范围.

	1 月	2 月	3 月
销售量/kg	550	600	1 400
利润/元	2 000	2 400	5 600

11. 某食品厂生产的一种巧克力糖每千克成本为 24 元，其销售方案有如下两种：

方案一，若直接给本厂设在当地的门市部销售，则每千克售价为 32 元，但门市部每月需上缴有关费用 2 400 元.

方案二，若直接批发给本地超市销售，则出厂价为每千克 28 元.

若每月只能按一种方案销售，且每种方案都能按月销售完当月产品，设该厂每月的销售量为 x kg.

(1)选择哪种销售方案，可使工厂当月所获的利润最大？

(2)厂长看到会计送来的第一季度销售量与利润关系的报表后(如下表)，发现该表填写的销售量与实际有不符之处. 请找出不符之处，并计算出第一季度的实际销售总量.

单元测试卷

一、选择题(本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

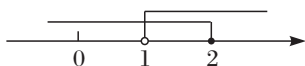
1. 如果不等式 $ax < b$ 的解集是 $x < \frac{b}{a}$, 那么 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq 0$ B. $a \leq 0$ C. $a > 0$ D. $a < 0$

2. 已知实数 $a < b$, 则下列结论中, 不正确的是 ()

- A. $4a < 4b$ B. $a + 4 < b + 4$ C. $-4a < -4b$ D. $a - 4 < b - 4$

3. 若关于 x 的不等式组的解集表示在数轴上如图所示, 则这个不等式组的解集是 ()



第 3 题

- A. $x \leq 2$ B. $x > 1$ C. $1 \leq x < 2$ D. $1 < x \leq 2$

4. 若关于 x 的不等式 $2x - a \leq -1$ 的解集是 $x \leq 1$, 则 a 的值是 ()

- A. 0 B. 3 C. -2 D. -1

5. 不等式组 $\begin{cases} 3(x+1) > x-1, \\ -\frac{2}{3}x+3 \geq 2 \end{cases}$ 的整数解是 ()

- A. -1, 0, 1 B. 0, 1 C. -2, 0, 1 D. -1, 1

6. 若不等式组 $\begin{cases} 1+x > a, \\ 2x-4 \leq 0 \end{cases}$ 有解, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq 3$ B. $a < 3$ C. $a < 2$ D. $a \leq 2$

7. 小红读一本 500 页的书, 计划 10 天内读完, 前 5 天因种种原因只读了 100 页, 为了按计划读完, 则从第 6 天起, 平均每天至少要读 ()

- A. 50 页 B. 60 页 C. 80 页 D. 100 页

8. 若方程 $3m(x+1)+1=m(3-x)-5x$ 的解是负数, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > -1.25$ B. $m < -1.25$ C. $m > 1.25$ D. $m < 1.25$

9. 若不等式组 $\begin{cases} x < 1, \\ x > m-1 \end{cases}$ 恰有两个整数解, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $-1 \leq m < 0$ B. $-1 < m \leq 0$ C. $-1 \leq m \leq 0$ D. $-1 < m < 0$

10. 已知 $\begin{cases} x+y=4k, \\ 2x+y=2k+1, \end{cases}$ 且 $-1 < x-y < 0$, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $-\frac{3}{8} < k < -\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4} < k < -\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{8} < k < \frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4} < k < \frac{3}{8}$

得分	评卷人

二、填空题(本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 把答案写在题中横线上)

11. 用不等式表示比 x 的 5 倍大 1 的数不小于 x 的一半与 4 的差: _____.
12. 不等式 $2x+9 \geq 3(x+2)$ 的正整数解是_____.
13. 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0, \\ \frac{1}{2}(x+4) < 3 \end{cases}$ 的解集是_____.
14. 当 x _____ 时, 代数式 $\frac{5x-1}{2} + 1$ 的值为非负数.
15. 若关于 x 的不等式 $\frac{1}{3}(x-m) > 3-m$ 的解集为 $x > 1$, 则 m 的值为_____.
16. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x+8 < 4x-1, \\ x > m \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$, 则 m 的取值范围是_____.
17. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a \geq 0, \\ 3-2x > -1 \end{cases}$ 的整数解共有 5 个, 则 a 的取值范围是_____.
18. 某采石场爆破时, 点燃导火线的甲工人要在爆破前转移到 400 m 以外的安全区域. 甲工人在转移过程中, 前 40 m 只能步行, 之后可骑自行车. 已知导火线燃烧的速度为 0.01 m/s, 甲工人步行的速度为 1 m/s, 骑自行车的速度为 4 m/s. 为了确保甲工人的安全, 则导火线的长要大于_____ m.

三、解答题(本大题共 5 个小题, 共 46 分. 解答应写出文字说明或演算步骤)

得分	评卷人

19. (本小题满分 10 分)

(1)解不等式: $5(x-2)+8 < 6(x-1)+7$.

(2)解不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{3} > 0, \\ 2(x+5) \geq 6(x-1), \end{cases}$ 并在数轴上表示其解集.

得分	评卷人

20. (本小题满分 8 分)

若代数式 $\frac{3(2k+5)}{2}$ 的值不大于代数式 $5k+1$ 的值, 求 k 的取值范围.

得分	评卷人

21. (本小题满分 10 分)

定义一种新运算: 对于任意实数 a, b , 都有 $a \oplus b = a(a-b)+1$, 等式右边是通常的加法、减法及乘法运算. 比如: $2 \oplus 5 = 2 \times (2-5) + 1 = 2 \times (-3) + 1 = -6 + 1 = -5$.

(1) 求 $(-2) \oplus 3$ 的值.

(2) 若 $3 \oplus x$ 的值小于 13, 求 x 的取值范围, 并在数轴上表示出来.

得分	评卷人

22. (本小题满分 8 分)

某中学的高中部在 A 校区，初中部在 B 校区，学校学生会计划在 3 月 12 日植树节当天安排部分学生到郊区公园参加植树活动. 已知 A 校区的每名高中学生往返车费是 6 元，B 校区的每名初中学生往返车费是 10 元，要求初、高中部均有学生参加，且参加活动的初中学生比参加活动的高中学生多 4 名. 若本次活动的往返车费总和不超过 210 元，则初、高中最多分别有多少名学生参加？

得分	评卷人

23. (本小题满分 10 分)

某市因道路建设需要开挖土石方，计划每小时挖掘土石方 540 m^3 ，现决定向某大型机械租赁公司租用甲、乙两种型号的挖掘机来完成这项工作. 租赁公司提供的挖掘机有关信息如下表所示：

	每台每小时租金/元	每台每小时挖掘土石方量/ m^3
甲型挖掘机	100	60
乙型挖掘机	120	80

(1)若租用甲、乙两种型号的挖掘机共 8 台，恰好完成每小时的挖掘量，则甲、乙两种型号的挖掘机分别需要多少台？

(2)如果每小时支付的租金不超过 850 元，又恰好完成每小时的挖掘量，那么共有哪几种不同的租用方案？

8. (1)34 (2)82

单元测试卷

一、选择题

1. C 2. D 3. B 4. D 5. B 6. D
7. B 8. D 9. D 10. C 11. D 12. C

二、填空题

13. (1) a^6 (2) $9x^2 - 1$ (3) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

14. $4a^6b^{10}$ 15. 12 16. 18 17. $-\frac{1}{16}$

18. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

三、解答题

19(1)0

(2) $-8a^5 - 4a^4 + 8a^3$

(3) $-9a^2 + 9ab + 40b^2$

(4) $x - 9$

(5) $a^4 - 16$

(6) $4x + 26$

20. (1)1 (2) $-3b^2 + 2ab$

21. 化简得 $-9a + 2$, 求值得 $-\frac{5}{2}$.

22. (1)23 (2)5

23. $(2x^2 + 6xy + 8y^2)m^2$

24. (1) $(a+b)(a+2b)$, $a^2 + 3ab + 2b^2$

$(a+b)(a+2b) = a^2 + 3ab + 2b^2$

(2)15; 63; 62

第九章 三角形

9.1 三角形的边

1. (1)3 或 5; 10 (2)3

(3)4 cm, 8 cm, 10 cm (4)5 cm

(5)6 和 4 或 5 和 5

2. (1)A (2)B (3)B (4)B (5)C

3. 解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $a+c>b$, $a<b+c$,

$\therefore a-b+c>0$, $a-b-c<0$,

$\therefore (a-b+c)(a-b-c)<0$.

4. (1)解: 设底边长为 x cm, 则腰长为 $2x$ cm.

根据题意得 $x+2x+2x=18$,

解得 $x=3.6$.

所以三边长分别为 3.6 cm, 7.2 cm, 7.2 cm.

(2)解: 因为长为 4 cm 的边可能是腰, 也可能是底边, 所以需要分情况讨论.

①如果 4 cm 长的边为底边, 设腰长为 x cm, 则 $4+2x=18$, 解得 $x=7$.

②如果 4 cm 长的边为腰, 设底边长为 x cm, 则 $2 \times 4 + x = 18$, 解得 $x=10$.

因为 $4+4<10$, 所以不能围成腰长为 4 cm 的等腰三角形.

由以上结论可知, 可以围成底边长是 4 cm 的等腰三角形.

5. 解: 设第二条边长为 x cm, 则第一边长为 $(x+3)$ cm, 第三条边长为 $(x+7)$ cm.

根据题意得 $x+x+3+x+7=28$,

解得 $x=6$.

所以最短边的长为 6 cm.

6. 解: 设 P' 为不同于点 P 的任意一点, 连接 $P'A$, $P'B$, $P'C$, $P'D$.

由三角形两边之和大于第三边知,

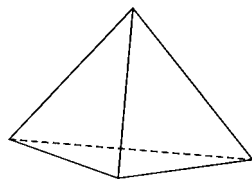
$P'A+P'C>AC$, $P'B+P'D>BD$,

所以 $P'A+P'B+P'C+P'D>AC+BD$,

即 $P'A+P'B+P'C+P'D>PA+PB+PC+PD$.

道理是两点之间线段最短, 设计人员的建议合理.

7. 4 个



9.2 三角形的内角和外角(一)

1. (1)③ (2)16° (3)直角三角形

(4)58° (5)70°

2. (1)C (2)C (3)C (4)D (5)C (6)D

3. 解: 由题意可得 $\angle A=55^\circ$, $\angle B=25^\circ$, $\angle C=100^\circ$, 所以 $\triangle ABC$ 是钝角三角形.

4. 30°

5. 能验证.

验证 $\angle BAC + \angle ACD$ 是不是等于 $180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$. 如果等式成立, 此工件合格, 否则不合格.

9.2 三角形的内角和外角(二)

1. (1)1 (2)120° (3)135° (4)钝角

(5) 360° (6) 120°

2. (1)D (2)C (3)C (4)A (5)B (6)C
(7)A

3. 理由: 延长 BP 交 AC 于点 D .

$$\because \angle BPC > \angle PDC, \angle PDC > \angle A, \\ \therefore \angle BPC > \angle A.$$

4. (1) 99° (2) 34°

5. 24°

6. (1) $\angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle C$; 理由略.

$$(2) =; 280^\circ$$

$$(3) 300^\circ; 60^\circ; \angle 3 + \angle 4 = 2\angle A.$$

7. (1) 解: $\because \angle A = 42^\circ$,

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 138^\circ.$$

$$\because BD, CD \text{ 平分 } \angle ABC, \angle ACB,$$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = 69^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB) = 111^\circ.$$

$$(2) \angle BDC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A.$$

$$\text{理由: } \because BD, CD \text{ 平分 } \angle ABC, \angle ACB,$$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) =$$

$$\frac{1}{2} (180^\circ - \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB) =$$

$$180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2} \angle A \right) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A.$$

8. 解: 若为合格品, 则 $\angle BDC = \angle CAB + \angle B + \angle C = 143^\circ$. 因为工人量得 $\angle BDC$ 是 149° , 所以这个零件不合格.

9.3 三角形的角平分线、中线和高三

1. (1) 135° (2) 20° (3) 5
(4) 132° (5) 66.5° (6) 2

2. (1)D (2)C (3)B

3. 8 cm

4. 50° 或 130°

5. (1) 48° (2) $\frac{1}{2^n} \alpha$

6. 钝角三角形的三条高的交点在三角形外; 锐角三角形的三条高的交点在三角形内; 三角形的

角平分线、中线的交点始终在三角形内. 作图略.

7. 略

回顾与反思

1. (1) 80° ; 锐角 (2) 15 (3) 60°
(4) 35° (5) $AB; CD$ (6) 1
(7) 4 或 6 (8) 直角 (9) 165°
(10) 140 (11) 30° (12) 5

2. (1)C (2)B (3)A (4)C (5)B (6)C
(7)D

3. $\angle EDC = 25^\circ$; $\angle BDC = 85^\circ$

4. 解: 在 $\triangle ABC$ 中,

$$\because \angle B = 34^\circ, \angle ACB = 104^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 42^\circ.$$

$$\text{又 } \because AE \text{ 是 } \angle BAC \text{ 的平分线,}$$

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 21^\circ.$$

$$\because \angle DAC = \angle ACB - \angle D = 14^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle CAE + \angle DAC = 35^\circ.$$

5. 解: 设最小角为 x , 则另两个角分别为 $2x$, $2x - 20^\circ$.

$$\text{根据题意得 } x + 2x + 2x - 20^\circ = 180^\circ,$$

$$\text{解得 } x = 40^\circ, \text{ 所以最小角是 } 40^\circ.$$

6. 解: $\because CE$ 平分 $\angle ACD$,

$$\therefore \angle ACE = \angle DCE = \frac{1}{2} \angle ACD.$$

$$\text{又 } \because \angle ACD = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = 50^\circ.$$

$$\because CE \parallel FG,$$

$$\therefore \angle F = \angle ACE = 50^\circ.$$

$$\because \angle AGF = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle FAG = 180^\circ - \angle F - \angle AGF = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle FAG = 70^\circ.$$

$$\because \angle ACB = 180^\circ - \angle ACD = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle BAC - \angle ACB = 30^\circ.$$

7. (1) $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$, 说明理由略.

$$(2) \angle BPC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A, \text{ 说明理由略.}$$

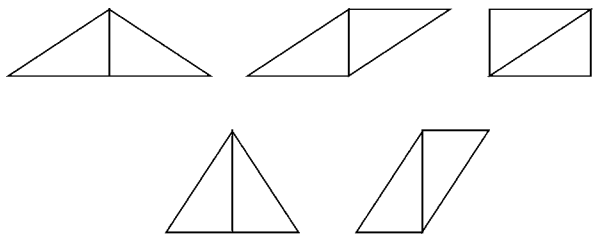
8. (1) 3; 5; 7; 13 (2) $(2n-1)$

9. (1) 30 cm^2 (2) $\frac{60}{13} \text{ cm}$

$$(3) 15 \text{ cm}^2, \text{ 画图略}$$

10. (1) $AD=3$, $BC=4$
(2) $AD \parallel BC$, 验证略.

11.



单元测试卷

一、选择题

1. B 2. D 3. A 4. D 5. C
6. C 7. A 8. C 9. B 10. A

二、填空题

11. $3a-b-c$ 12. 75; 钝角 13. 6 14. 85°
15. 180 16. 25° 17. 20 18. 4

三、解答题

19. (1) 24 cm^2 (2) 4.8 cm (3) 2 cm
20. 解: 由题中条件可知 $|a-4| \geq 0$, $(b-9)^2 \geq 0$,
又 $\because |a-4| + (b-9)^2 = 0$,
 $\therefore a=4$, $b=9$,
 $\therefore$ 这个等腰三角形的三边长分别为 9, 9, 4,
周长为 22.
21. 解: $\because \angle A + \angle ACB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$,
 $\therefore \angle DCE = 80^\circ$.
又 $\because \angle DCE = \angle A + \angle ADC = 80^\circ$,
 $\therefore \angle ADC = 80^\circ - 10^\circ = 70^\circ$,
 $\therefore \angle EDF = 70^\circ$,
 $\therefore \angle DEA = \angle EDF - \angle A = 70^\circ - 10^\circ = 60^\circ$,
 $\therefore \angle FEG = 60^\circ$,
 $\therefore \angle F = \angle FEG - \angle A = 60^\circ - 10^\circ = 50^\circ$.
22. 解: 连接 AD 并延长 AD , 根据三角形的一个
外角等于与它不相邻的两个内角的和, 易得
 $\angle BDC = 143^\circ$.
23. 解: $BE \parallel DF$.
理由: $\because \angle A = \angle C = 90^\circ$,
 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$,
又 $\because \angle ABE = \angle CBE$, $\angle CDF = \angle ADF$,
 $\therefore \angle CBE + \angle CDF = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$.
 $\because \angle CDF + \angle DFC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CBE = \angle DFC$,
 $\therefore BE \parallel DF$.
24. 解: 不会变化.

理由: $\because AC$ 平分 $\angle OAB$, BE 平分 $\angle ABY$,
 $\therefore \angle CAB = \frac{1}{2} \angle OAB$, $\angle EBA = \frac{1}{2} \angle ABY$.
 $\because \angle EBA = \angle C + \angle CAB$,
 $\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle ABY - \frac{1}{2} \angle OAB = \frac{1}{2} (\angle ABY - \angle OAB)$.
 $\because \angle ABY - \angle OAB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle C = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$.

第十章 一元一次不等式和一元一次不等式组

10.1 不等式

1. (1) $4x \leq 160$ (2) 6 (3) $>$
(4) $-1 < k \leq 3$ (5) $x < 11.7$; $x \geq 11.7$
(6) $75 + 30x \geq 300$
2. (1) C (2) C (3) B
3. (1) $m < 0$ (2) $2m - n \geq 10$
(3) $\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}y \geq 0$ (4) $-x < 3x + 2$
4. (1) $(a+3)(a-4) > (a+1)^2$
(2) $116m < n$
5. $5 \times 10 + (30 - 10 - 3)x > 270$
6. $15x + 18(\frac{1}{2} - x) > 8$ 或 $x + \frac{8-15x}{18} < \frac{1}{2}$
7. (1) $-2 < a < 4$
(2) 只有 0 所对应的点到点 B 的距离小于 3.
8. (1) 生产 A 产品 8 件, B 产品 2 件.
(2) $2x + 5(10 - x) \leq 44$

10.2 不等式的基本性质

1. (1) ① $>$ ② $>$ ③ $<$ ④ $>$ ⑤ $>$ ⑥ $<$
(2) ① $<$ ② $<$ ③ $<$ ④ $>$
(3) $a < 0$
2. (1) B (2) C (3) B (4) C (5) B (6) A
3. (1) $x > -7$ (2) $x < 9$ (3) $x \leq -6$
(4) $x > -2$ (5) $x \geq \frac{2}{3}$ (6) $x < 4$
4. 解: 根据不等式的基本性质 3, 两边都乘 -12 ,
得 $3a > 4a$. 根据不等式的基本性质 1, 两边都
减去 $3a$, 得 $0 > a$, 即 $a < 0$, 所以 a 为负数.

5. (1) $>$ (2) $>$ (3) $>$ (4) $=$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

6. 方案一: $24a + 15$.

方案二: $24a + 18$.

所以方案二修建的绿地面积大.

7. 解: 由题意得, $\frac{50x - 650}{650} > 12\%$, 当 $x = 14$ 时, 不等式不成立.

10.3 解一元一次不等式(一)

1. (1) $x = 0, 1, 2$ (2) $x < \frac{5}{a-2}$

2. (1)D (2)C (3)D (4)D (5)C (6)C

3. (1) $x > -2$ (2) $x \geq 2$ (3) $x \leq -6$

(4) $x < -1$ 数轴表示略.

4. -2

5. (1) $x > -2$ (2)5

6. 解: $\begin{cases} 2x + y = 3k - 1, \\ x + 2y = -2. \end{cases}$ ①

将方程①+②得 $3x + 3y = 3k - 3$,

所以 $x + y = k - 1$.

又因为 $x + y > 1$,

所以 $k - 1 > 1$, 即 $k > 2$.

7. 解: 设公共汽车每小时走 x km 才能不误当次火车.

根据题意得 $3 \times \frac{5}{60} + \frac{50 - 5}{60}x \geq 10$,

解得 $x \geq 13$.

答: 公共汽车每小时至少走 13 km 才能不误当次火车.

8. 解: 设小宏能买 x 瓶甲饮料.

根据题意得 $7x + 4(10 - x) \leq 50$,

解得 $x \leq 3\frac{1}{3}$.

答: 小宏最多能买 3 瓶甲饮料.

10.3 解一元一次不等式(二)

1. (1) $\geq \frac{2}{3}$ (2) $x = -1, -2$

(3) $x < -3$ (4) $m < 4$ (5)3

2. (1)B (2)A (3)C (4)B (5)D

3. (1) $x \leq 2$ (2) $x \geq -1$ (3) $x < 2$

(4) $x > 2$ (5) $x > -3$ (6) $x \geq -1$

数轴表示略.

4. 解: 根据题意得 $2x - k \geq 1$,

解得 $x \geq \frac{k+1}{2}$.

又因为不等式的解集是 $x \geq -1$,

所以 $\frac{k+1}{2} = -1$, 即 $k = -3$.

5. 解: (1)根据题意得 $\frac{2x+3}{2} - \frac{x+1}{3} \geq 0$,

解得 $x \geq -\frac{7}{4}$.

所以当 $x \geq -\frac{7}{4}$ 时, 代数式的值是非负数.

(2)根据题意得 $\frac{2x+3}{2} - \frac{x+1}{3} \leq 1$,

解得 $x \leq -\frac{1}{4}$.

所以当 $x \leq -\frac{1}{4}$ 时, 代数式的值不大于 1.

6. 解: 不等式 $5(x-2) - 4 < -5$ 的解集是 $x < 1\frac{4}{5}$,

所以不等式的正整数解是 $x = 1$. 把 $x = 1$ 代入方程中, 得 $a = 6$, 此时, 代数式 $(a-2)^2 + 3$ 的值是 19.

7. 解: 根据题意得 $3(2x-2) \leq 2(4x+3)$,

解得 $x \geq -6$.

所以负整数值为 $x = -1, -2, -3, -4, -5, -6$.

8. 解: 方程 $x - \frac{x-m}{2} = \frac{2-x}{2}$ 的解是 $x = \frac{2-m}{2}$,

因为 $x \geq 0$, 所以 $m \leq 2$.

所以 m 的正整数值为 1, 2.

9. 解: 解方程 $4(x+2) - 2 = 5 + 3a$, 得 $x = \frac{3a-1}{4}$.

解方程 $\frac{(3a+1)x}{3} = \frac{a(2x+3)}{2}$, 得 $x = \frac{9a}{2}$.

根据题意得 $\frac{3a-1}{4} \geq \frac{9a}{2}$, 解得 $a \leq -\frac{1}{15}$.

所以 a 的取值范围为 $a \leq -\frac{1}{15}$.

10. 解: 设商家打 x 折.

根据题意得 $1200 \times \frac{x}{10} - 600 \geq 600 \times 10\%$,

解得 $x \geq 5.5$.

所以商家最低打五五折.

11. 解: 设 4 座车租 x 辆, 11 座车租 y 辆.

根据题意得 $\begin{cases} 4x + 11y = 70, \\ 70 \times 60 + 60x + 11y \times 10 \leq 5000, \end{cases}$

$$\text{解得 } y \geq \frac{50}{11}.$$

又因为 $y \leq \frac{70}{11}$, 所以 $y=5, 6$,

当 $y=5$ 时, $x=\frac{15}{4}$, 故舍去.

所以 $x=1, y=6$.

答: 公司租用 4 座车 1 辆, 11 座车 6 辆.

10.4 一元一次不等式的应用

1. (1)42 (2)6 (3)17.5 (4)10 (5)26

2. (1)A (2)B (3)C (4)B

3. 解: 设小军家每月用水量是 $x \text{ m}^3$.

根据题意得 $1.8 \times 5 + 2(x-5) \geq 15$,

解得 $x \geq 8$.

答: 小军家每月用水量至少是 8 m^3 .

4. 解: 设招乙种工作人员 x 名, 则甲种工作人员为 $(30-x)$ 名.

根据题意得 $1\,200(30-x) + 2\,000x \leq 44\,000$,

解得 $x \leq 10$.

答: 至多可招乙种工作人员 10 名.

5. 解: 设余下的水果可按原销售定价的 x 折出售.

根据题意得 $11 \times 500 + 500 \times 11 \times \frac{x}{10} - 7 \times$

$1\,000 \geq 2\,900$,

解得 $x \geq 8$.

答: 余下的水果至多可按原销售定价的八折出售.

6. 解: 设甲厂每天处理垃圾 x 小时.

根据题意得 $550x + \frac{700-55x}{45} \times 495 \leq 7\,370$,

解得 $x \geq 6$.

答: 甲厂每天至少应处理垃圾 6 h.

7. 解: 设购买甲种小鸡苗 x 只, 则购买乙种小鸡苗 $(2\,000-x)$ 只.

(1) 根据题意得 $2x + 3(2\,000-x) = 4\,500$,

解得 $x = 1\,500$.

$2\,000 - 1\,500 = 500$ (只).

答: 购买甲种小鸡苗 1 500 只, 购买乙种小鸡苗 500 只.

(2) 根据题意得 $2x + 3(2\,000-x) \leq 4\,700$,

解得 $x \geq 1\,300$.

答: 应选购甲种小鸡苗至少为 1 300 只.

8. 解: (1) $175 \div 35 = 5$ (辆),

$175 \div 55 = 3\frac{2}{11}$ (辆).

所以单独租用 35 座的客车需: $320 \times 5 =$

1 600 (元),

单独租用 55 座的客车需: $400 \times 4 = 1\,600$ (元).

(2) 设学校租用 35 座的客车 x 辆, 租用 55 座的客车 $(4-x)$ 辆.

根据题意得 $35x + 55(4-x) \geq 175$,

解得 $x \leq 2\frac{1}{4}$.

因为 35 座的客车租金便宜, 所以当 x 取最大整数值 2 时租车最合适. 即租用 35 座客车 2 辆, 租用 55 座客车 2 辆最节省.

9. 解: (1) 设采购员购进篮球 x 只, 则购进排球是 $(100-x)$ 只.

根据题意得 $130x + 100(100-x) \leq 11\,815$,

解得 $x \leq 60.5$.

因为 x 是整数, 所以 $x = 60$.

答: 该采购员最多可购进篮球 60 只.

(2) 设采购员购进篮球 y 只, 排球 $(100-y)$ 只.

根据题意得 $(160-130)y + (120-100)(100-y) \geq 2\,580$,

解得 $y \geq 58$.

所以采购员至少要购进篮球 58 只.

由表中数据可知篮球的利润大于排球的利润. 因此这 100 只球中, 当篮球最多时, 商场可盈利最多, 即购进篮球 60 只, 排球 40 只, 此时商场可盈利 $(160-130) \times 60 + (120-100) \times 40 = 2\,600$ (元).

10. 解: (1) 设购进 A 树苗 x 棵, 则购进 B 树苗 $(17-x)$ 棵.

根据题意得 $80x + 60(17-x) = 1\,220$,

解得 $x = 10$.

$17-10=7$ (棵).

答: 购进 A 树苗 10 棵, B 树苗 7 棵.

(2) 设购进 A 树苗 y 棵, 则购进 B 树苗 $(17-y)$ 棵.

根据题意得 $17-y < y$,

解得 $y > 8\frac{1}{2}$.

购进 A, B 两种树苗所需费用为

$80y + 60(17-y) = 20y + 1\,020$,

则费用最省需 y 取最小整数 9, 此时 $17-9=8$ (棵), 这时所需的费用为 $20 \times 9 + 1\,020 = 1\,200$ (元).

答: 费用最省方案为购进 A 树苗 9 棵, B 树

苗 8 棵, 这时所需的费用为 1 200 元.

10.5 一元一次不等式组(一)

- (1) $50 < b < 150$ (2) $-1 \leq x < 3$
(3) $-1 < y < 2$ (4) $-1 \leq x < -\frac{1}{3}$
(5) $m \geq -3$
- (1)C (2)C (3)A (4)D (5)B
- (1) $x < -1$
(2) $-1 < x \leq 3$
(3) $0 < x \leq 4$
(4) $-1 \leq x < 2$
- 解: 根据题意得 $\begin{cases} 1-k > -1, \\ 1-k \leq 3, \end{cases}$
解得 $-2 \leq k < 2$.
- 解: $\begin{cases} \frac{x-2}{2} > a, & \text{①} \\ 3x+2 > 4x-1. & \text{②} \end{cases}$
解不等式①得 $x > 2a+2$, 解不等式②得 $x < 3$.
 $\therefore 2a+2 < x < 3$.
又 $\because$ 不等式组的解集为 $-2 < x < 3$,
 $\therefore 2a+2 = -2$,
 $\therefore a = -2$.
- 解: 根据题意得 $\begin{cases} 3-4m < 3, \\ 3-4m \geq -1, \end{cases}$
解得 $0 < m \leq 1$.
- 解: 根据题意得 $\begin{cases} 3+1-2a > 8, \\ 3+8 > 1-2a, \\ 1-2a+8 > 3, \end{cases}$
解得 $-5 < a < -2$.
- 解: 根据两数相除, 同号得正, 异号得负, 得
① $\begin{cases} 2x-3 > 0, \\ 1+3x < 0 \end{cases}$ 或 ② $\begin{cases} 2x-3 < 0, \\ 1+3x > 0. \end{cases}$
解不等式组①, 得无解.
解不等式组②, 得 $-\frac{1}{3} < x < \frac{3}{2}$.
所以原不等式的解集是 $-\frac{1}{3} < x < \frac{3}{2}$.

10.5 一元一次不等式组(二)

- (1) $x > 4$ (2) $x = -1, 0, 1$
(3) $m \leq 3$ (4) $-5; 3$
- (1)B (2)D (3)A (4)B (5)A (6)A
- (1) $-2 \leq x < 2$

$$(2) x > 2$$

- (1) 不等式组的解集是 $-\frac{5}{4} \leq x < 3$.

数轴表示略.

该不等式组的整数解为 2, 1, 0, -1.

(2) 不等式组的解集是 $-2 \leq x < 1$.

该不等式组的最大整数解为 0.

- 解: 根据题意得 $m+1 \leq 2m-1$, 解得 $m \geq 2$.
- 解: 解不等式组, 得不等式组的解集是 $-3 < x < -1$, 所以不等式组的整数解是 $x = -2$.
把 $x = -2$ 代入方程 $2x-4 = ax$ 中得 $a = 4$.
- 解: 根据题意得 $\begin{cases} 2m < m, \\ m < 1-m, \end{cases}$
解得 $m < 0$.
- 解: 解方程组得 $\begin{cases} x = 1+2a, \\ y = 2a-2. \end{cases}$
根据题意得 $\begin{cases} 1+2a \geq 0, \\ 2a-2 < 3, \end{cases}$
解得 $-\frac{1}{2} \leq a < \frac{5}{2}$.
- 解: 解不等式 $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{3} > 0$, 得 $x > -\frac{2}{5}$, 解不等式 $3x+5a+4 > 4(x+1)+3a$, 得 $x < 2a$.
因为不等式组恰有三个整数解, 所以 $2 < 2a \leq 3$,
所以 $1 < a \leq \frac{3}{2}$.

回顾与反思

- (1) $x-5 \geq 2x$ (2) $x > 1$ (3) $> \frac{3}{2}$
(4) $2 \leq a < 3$ (5) -2 (6) $-1 < x \leq 1$
(7) -1 (8) $m > \frac{3}{4}$ (9) 450
(10) $x > \frac{3}{2}$ (11) 16 km/h
(12) $3 < a \leq 3.5$
- (1)A (2)C (3)D (4)A (5)B (6)C
(7)C (8)B (9)B (10)A (11)B (12)B
- (1) $x < \frac{5}{7}$ (2) $x \geq -\frac{3}{7}$
(3) $1 \leq x < 4$
(4) 无解
- 11
- 解: 关于 x 的方程 $3(x+4) = 2a+5$ 的解为

$$x = \frac{2a-7}{3}, \text{ 关于 } x \text{ 的方程 } \frac{(4a+1)x}{4} =$$

$$\frac{a(3x-4)}{3} \text{ 的解为 } x = -\frac{16}{3}a.$$

$$\text{根据题意得 } \frac{2a-7}{3} > -\frac{16}{3}a.$$

$$\text{解得 } a > \frac{7}{18}.$$

6. 解: 解不等式组, 得不等式组的解集是 $-2 \leq x < 1$,

所以不等式组的整数解是 $x = -2, -1, 0$,

所以整数解的和是 $(-2) + (-1) + 0 = -3$.

7. 解: 解方程组得 $\begin{cases} x = 2k, \\ y = -k - 1. \end{cases}$

$$\text{根据题意得 } \begin{cases} 2k > 3, \\ -k - 1 \leq -3, \end{cases}$$

解得 $k \geq 2$.

8. 解: (1) 设工人每加工 1 套童装企业要奖励 x 元.

根据题意得 $1\ 200 + 150 \times 60\% \cdot x \geq 1\ 450$,

解得 $x \geq 2.78$.

答: 工人每加工 1 套童装企业至少应奖励 2.78 元.

(2) 设小张 6 月份加工 x 套童装.

根据题意得 $1\ 200 + 5x \geq 2\ 200$,

解得 $x \geq 200$.

答: 小张 6 月份应至少加工 200 套童装.

9. 解: (1) 到甲厂家购买办公桌椅所需金额为 $3 \times 800 + 80(x - 9) = (1\ 680 + 80x)$ (元).

到乙厂家购买办公桌椅所需金额为 $(3 \times 800 + 80x) \times 0.8 = (1\ 920 + 64x)$ (元).

(2) 若 $1\ 680 + 80x > 1\ 920 + 64x$, 解得 $x > 15$.

$\therefore x$ 为整数,

$\therefore x \geq 16$.

若 $1\ 680 + 80x = 1\ 920 + 64x$, 解得 $x = 15$.

若 $1\ 680 + 80x < 1\ 920 + 64x$, 解得 $x < 15$.

$\therefore x$ 为整数,

$\therefore x \leq 14$.

所以当购买的办公椅至少为 16 把时, 到乙厂家购买更划算; 当买的办公椅为 15 把时, 到两家厂家购买费用一样; 当购买的办公椅不多于 14 把时, 到乙厂家购买更划算.

10. 解: (1) 由 $T(1, -1) = -2$, $T(4, 2) = 1$, 得

$$\frac{a \times 1 + b \times (-1)}{2 \times 1 - 1} = -2, \frac{a \times 4 + b \times 2}{2 \times 4 + 2} = 1,$$

$$\text{即 } \begin{cases} a - b = -2, \\ 4a + 2b = 10, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = 1, \\ b = 3. \end{cases}$$

所以 a, b 的值分别为 1, 3.

(2) 由 (1) 得 $T(x, y) = \frac{x + 3y}{2x + y}$, 则关于 m

的不等式组 $\begin{cases} T(2m, 5 - 4m) \leq 4, \\ T(m, 3 - 2m) > p \end{cases}$ 可化为

$$\begin{cases} -10m \leq 5, \\ -5m > 3p - 9, \end{cases}$$

$$\text{解得 } -\frac{1}{2} \leq m < \frac{9 - 3p}{5}.$$

$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} T(2m, 5 - 4m) \leq 4, \\ T(m, 3 - 2m) > p \end{cases}$ 恰好有 3 个整数解,

$$\therefore 2 < \frac{9 - 3p}{5} \leq 3.$$

$$\text{解得 } -2 \leq p < -\frac{1}{3}.$$

11. 解: (1) 方案一的利润为

$$(32 - 24)x - 2\ 400 = (8x - 2\ 400) \text{ (元)}.$$

方案二的利润为 $(28 - 24)x = 4x$ (元).

当 $8x - 2\ 400 > 4x$ 时, $x > 600$;

当 $8x - 2\ 400 = 4x$ 时, $x = 600$;

当 $8x - 2\ 400 < 4x$ 时, $x < 600$.

即当 $x > 600$ 时, 选择方案一;

当 $x = 600$ 时, 任选一个方案均可;

当 $x < 600$ 时, 选择方案二.

(2) 由 (1) 可知当 $x = 600$ 时利润为 2 400 元.

1 月份利润 $2\ 000 < 2\ 400$, 则 $x < 600$,

由 $4x = 2\ 000$, 得 $x = 500$, 故 1 月份不符.

3 月份利润 $5\ 600 > 2\ 400$, 则 $x > 600$,

由 $8x - 2\ 400 = 5\ 600$, 得 $x = 1\ 000$,

故 3 月份不符.

2 月份 $x = 600$ 符合实际.

故第一季度的实际销售总量是 $500 + 600 + 1\ 000 = 2\ 100$ (kg).

单元测试卷

一、选择题

1. C 2. C 3. D 4. B 5. A
6. B 7. C 8. A 9. A 10. D

二、填空题

11. $5x + 1 \geq \frac{1}{2}x - 4$ 12. 1, 2, 3

13. $1 < x < 2$ 14. $x \geq -\frac{1}{5}$ 15. 4

16. $m \leq 3$ 17. $-4 < a \leq -3$ 18. 1.3

三、解答题

19. (1) $x > -3$

(2) 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 4$, 在数轴上表示略.

20. 解: 根据题意得 $\frac{3(2k+5)}{2} \leq 5k+1$, 解得 $k \geq$

$$\frac{13}{4}, \text{ 所以 } k \text{ 的取值范围为 } k \geq \frac{13}{4}.$$

21. 解: (1) $(-2) \oplus 3 = -2 \times (-2-3) + 1 = -2 \times$

$$(-5) + 1 = 10 + 1 = 11.$$

(2) $\because 3 \oplus x < 13,$

$$\therefore 3(3-x) + 1 < 13, \text{ 解得 } x > -1.$$

在数轴上表示略.

22. 解: 设高中有 x 名学生参加, 初中有 $(x+4)$ 名学生参加.

根据题意得 $6x + 10(x+4) \leq 210,$

$$\text{解得 } x \leq 10\frac{5}{8}.$$

$\because x$ 为整数,

$\therefore x$ 最多为 10,

$$\therefore 10+4=14(\text{名}).$$

答: 初中最多有 14 名学生参加, 高中最多有 10 名学生参加.

23. 解: (1) 设租用甲型号的挖掘机 x 台, 乙型号的挖掘机 y 台.

根据题意得 $\begin{cases} x+y=8, \\ 60x+80y=540, \end{cases}$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=5, \\ y=3. \end{cases}$$

答: 需要甲型挖掘机 5 台, 乙型挖掘机 3 台.

(2) 设租用甲型挖掘机 m 台, 则租用乙型挖掘机 $\frac{540-60m}{80}$ 台.

根据题意得 $100m + 120 \times \frac{540-60m}{80} \leq 850,$

$$\text{解得 } m \leq 4.$$

又 $\because m$ 为非负整数,

$\therefore m$ 可取 0 或 1 或 2 或 3 或 4.

将 m 的值分别代入 $\frac{540-60m}{80},$

可知, 只有当 $m=1$ 时, $\frac{540-60m}{80}=6$, 为整

数, 符合题意.

所以符合条件的租用方案只有一种, 即租用甲型挖掘机 1 台, 乙型挖掘机 6 台.

第十一章 因式分解**11.1 因式分解**

1. (1) 整式乘法 (2) 因式分解

(3) ① x^2-3x+2 ② $3x^2-6x$ ③ x^2-4x+4

④ $3x(x-2)$ ⑤ $(x-2)^2$

⑥ $(x-2)(x-1)$

(4) $a-2$

(5) $a-1$

(6) $m-4$

2. (1) C (2) D (3) C (4) A (5) B (6) D

(7) B (8) C (9) A

3. (1) 不正确, $x(x+1)(x-1)$

(2) 不正确, $(y+x)(y-x)$

(3) 不正确, $(x+y)(x-y)$

(4) 正确

(5) 不正确, $(x-3)^2$

(6) 正确

4. $m=-1, n=-2$

5. 0

6. 解: 能. $10^{12}-9 \times 10^{10}=10^{10} \times (10^2-9)=10^{10} \times 91$. 所以能被 91 整除.

7. 289π .

8. 解: 牛和蚊子的体重不会一样.

蚊子的证明错在:

由 $(a-b)^2=(b-a)^2,$

得 $a-b=b-a.$

应该是 $a-b=\pm(b-a).$

11.2 提公因式法

1. (1) ① a ② $3m$ ③ $2a^2$ ④ $5a$ ⑤ xy

⑥ $3x^2y$ ⑦ $4xy^2$ ⑧ $8pq^3$

(2) $a+b+c$ (3) a (4) -3

(5) 210 (6) 1

2. (1) A (2) A (3) C (4) C (5) C

3. (1) $8ab^2(1-2a^2b)$

(2) $-5x(3y+x)$

(3) $ab(a^2b^2+ab-1)$

(4) $-3am(a^2+2a-4)$

(5) $(x+y)(x+y+m)$