

第二十一章

一次函数

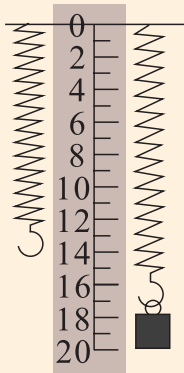
在本章中，我们将学习

- 一次函数
- 一次函数的图像和性质
- 用待定系数法确定一次函数表达式
- 一次函数的应用
- 一次函数与二元一次方程的关系

现 有一根弹簧，可以悬挂重物，弹簧的长度随悬挂重物质量的变化而变化，弹簧长度与悬挂重物质量之间有什么样的关系呢？

$$y = kx + b$$

弹簧不悬挂重物时，其长度为12 cm.



重物每增加1 kg，弹簧的长度就增加0.5 cm.



21.1 一次函数

函数可以用来刻画数量之间的关系，一次函数是一种重要的函数。现在，我们来探究一次函数。

我们在小学就认识了成正比例的量，并能从实际问题中判断出成正比例的两个量。



观察与思考

小刚骑自行车去上学，行驶时间和路程之间的关系如下表：

时间/min	1	2	3	4	5	...	17.5
路程/km	0.2	0.4	0.6	0.8	1	...	3.5



(1) 小刚行驶的路程和时间成正比例吗？为什么？

(2) 如果用 $t(\text{min})$ 表示时间， $s(\text{km})$ 表示路程，那么 s 与 t 之间的函数关系式具有什么特征？

通过观察与计算，我们发现小刚离开家的路程与时间的比值恒等于 0.2，即这两个量是成正比例的量。

s 与 t 的函数关系式为： $s=0.2t$ 。



做一做

1. 小亮每小时读 20 页书。若读书时间用字母 $t(\text{h})$ 表示，读过书的页数用字母 $m(\text{页})$ 表示，则用 t 表示 m 的函数表达式为_____。

2. 小米去给学校运动会买奖品，每支铅笔 0.5 元。若购买铅笔的数量用 $n(\text{支})$ 表示，花钱的总数用 $w(\text{元})$ 表示，则用 n 表示 w 的函数表达式为_____。

3. 拧不紧的水龙头每分钟滴出 100 滴水，每滴水约 0.05 mL。设 $t \text{ min}$

后, 水龙头滴水 V mL, 则用 t 表示 V 的函数表达式为_____.

在上面的问题中, 函数表达式分别为 $m=20t$, $w=0.5n$, $V=5t$.

这些函数的共同特点是: 都能写成 $y=kx$ 的形式. 其中, k 为常数, 且 $k \neq 0$.

一般地, 我们把形如 $y=kx$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 的函数, 叫做正比例函数(proportional function). 其中, 非 0 常数 k 叫做比例系数.

例 1 下列函数中, 哪些是正比例函数? 请指出其中正比例函数的比例系数.

(1) $y=3x$; (2) $y=2x+1$; (3) $y=-\frac{x}{2}$;

(4) $y=\frac{2}{x}$; (5) $y=\pi x$; (6) $y=-\sqrt{3}x$.

解: (1), (3), (5), (6) 是正比例函数, 比例系数分别是 3, $-\frac{1}{2}$, π ,

$-\sqrt{3}$. (2) 和 (4) 不是正比例函数.

例 2 有一块 10 公顷的成熟麦田, 用一台收割速度为 0.5 公顷/时的小麦收割机来收割.

(1) 求收割的面积 y (公顷) 与收割时间 x (h) 之间的函数关系式.

(2) 求收割完这块麦田需用的时间.

解: (1) $y=0.5x$.

(2) 把 $y=10$ 代入 $y=0.5x$ 中, 得 $10=0.5x$.

解得 $x=20$, 即收割完这块麦田需要 20 h.

答: (1) y 与 x 之间的函数关系式为 $y=0.5x$.

(2) 收割完这块麦田需要 20 h.



练习

1. 判断下列哪个问题中的两个量具有正比例关系.

(1) 向圆柱形水杯中加水, 水的体积与高度.

(2) 正方形的面积与它的边长.

(3) 小丽录入一篇文章, 她的打字速度与所用时间.

(4) 人的体重与身高.

2. 填空:

(1) 已知函数 $y=3x$. 当 $x=3$ 时, $y=$ _____.

(2) 已知函数 $y=\frac{3}{4}x$. 当 $y=3$ 时, $x=$ _____.

(3) 已知函数 $y=kx$, 当 $x=-2$ 时, $y=10$. $k=$ _____.



习 题

A 组

1. 在下列函数中, 哪些是正比例函数? 请指出其中正比例函数的比例系数.

(1) $y=-4x$; (2) $y=3x-1$; (3) $y=\frac{5x}{6}$;

(4) $y=\frac{9}{x}$; (5) $y=-0.9x$; (6) $y=(\sqrt{5}-1)x$.

2. 已知 y 是 x 的正比例函数, 当 $x=2$ 时, $y=8$.

(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式.

(2) 当 $x=5$ 时, 求 y 的值.

(3) 当 $y=5$ 时, 求 x 的值.

3. 一个深度为 8 m 的长方体污水处理池, 容积为 $V(\text{m}^3)$, 污水池的底面积为 $S(\text{m}^2)$.

(1) 写出用 S 表示 V 的函数表达式.

(2) 当 $S=64 \text{ m}^2$ 时, 求 V 的值.

B 组

1. 如果 x 和 y 成正比例, y 和 z 成正比例, 那么 x 和 z 之间有什么关系?

2. 已知函数 $y=(3m+9)x^2+(2-m)x$ 是关于 x 的正比例函数, 求 m 的值.

在本节“小刚骑自行车去上学”的问题中, 小刚家到学校的路程为 3.5 km, 小刚骑车的速度为 0.2 km/min. 设小刚距学校的路程为 s km, 离开家的时间为 t min.



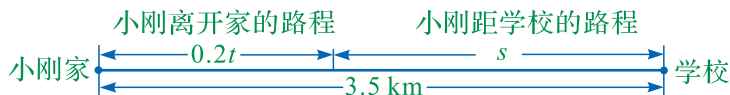
一起探究

(1) 写出 s 与 t 之间的函数关系式, 并指出其中的常量与变量.

(2) 写出 t 的取值范围.

(3) 对比正比例函数, 它们的表达式在结构上有什么相同点与不同点?

一般地，解决行程类的问题时，常常借助如下图示来分析.



分析上图，容易看出， s 与 t 的函数关系式为 $s = 3.5 - 0.2t$. 其中，3.5, 0.2 是常量， s 与 t 是变量. 如果将 t 作为自变量，那么 s 是 t 的函数. 因为 $3.5 - 0.2t \geq 0$ ，所以 $t \leq 17.5$. 所以 t 的取值范围为 $0 \leq t \leq 17.5$.



做一做

1. 某新建住宅小区的物业管理费按住房面积收缴，每月 1.60 元/平方米；有汽车的房主再交车库使用费，每月 80 元. 设有车房主的住房面积为 $x \text{ m}^2$ ，每月应缴物业管理费与车库使用费的总和为 y 元，则用 x 表示 y 的函数表达式为_____.

2. 向一个已装有 10 dm^3 水的容器中再注水，注水速度为 $2 \text{ dm}^3/\text{min}$. 容器内的水量 $y(\text{dm}^3)$ 与注水时间 $x(\text{min})$ 的函数关系式为_____.

3. 一种计算成年人标准体重 $G(\text{kg})$ 的方法是，以厘米为单位量出身高值 h ，减常数 105，所得差是 G 的值. 用 h 表示 G 的函数表达式为_____.

从上面问题中，我们分别得到了函数表达式：

$$s = 3.5 - 0.2t, \quad y = 1.6x + 80, \quad y = 2x + 10, \quad G = h - 105.$$



大家谈谈

这些函数表达式的形式有什么共同特点？与同学交流你的看法.

一般地，我们把形如 $y = kx + b$ (k, b 为常数，且 $k \neq 0$) 的函数，叫做一次函数(linear function).

对于一次函数 $y = kx + b$ ，当 $b = 0$ 时，它就化为 $y = kx$. 所以正比例函数 $y = kx$ 是一次函数的特殊形式.



做一做

在下列函数中，哪些是一次函数？请指出一次函数中的 k 和 b 的值.

- (1) $y=3x+6$; (2) $y=-\frac{1}{3}x+2$; (3) $y=\frac{x+3}{x}$;
 (4) $y=-0.4t$; (5) $w=\sqrt{3}-2z$; (6) $y=2x^2+6x-9$.

例3 如图 21-1-1, $\triangle ABC$ 是边长为 x 的等边三角形.

- (1) 求 BC 边上的高 h 与 x 之间的函数关系式. h 是 x 的一次函数吗? 如果是一次函数, 请指出相应的 k 与 b 的值.

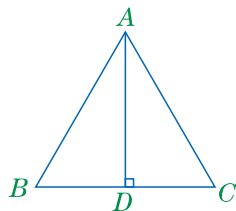


图 21-1-1

- (2) 当 $h=\sqrt{3}$ 时, 求 x 的值.
 (3) 求 $\triangle ABC$ 的面积 S 与 x 之间的函数关系式. S 是 x 的一次函数吗?

解: (1) 因为 BC 边上的高 AD 也是 BC 边上的中线, 所以, $BD=\frac{1}{2}x$. 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由勾股定理, 得

$$h=AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{x^2-\frac{1}{4}x^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\text{即 } h=\frac{\sqrt{3}}{2}x.$$

所以 h 是 x 的一次函数, 且 $k=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $b=0$.

- (2) 当 $h=\sqrt{3}$ 时, 有 $\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}x$.

解得 $x=2$.

- (3) 因为 $S=\frac{1}{2}AD \cdot BC=\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \cdot x=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$, 即 $S=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$, 所以 S 不是 x 的一次函数.



练习

1. 在下列函数中, 哪些是一次函数? 请指出一次函数中的 k 和 b 的值.

- (1) $y=2-x$; (2) $y=1+x+\frac{1}{x}$; (3) $s=8+0.03t$;
 (4) $y=\frac{2}{5}x$; (5) $s=\sqrt{2}t-3$; (6) $y=5x^2-6$.

2. 已知两条平行线 l_1, l_2 之间的距离为 3 cm, 点 A 在 l_1 上, 点 B, C 在 l_2 上, $BC=x$. 求 $\triangle ABC$ 的面积 S 与 x 的函数关系式, 并判断这个函数是不是一次函数.



习 题

A 组

1. 在下列函数中, 哪些是一次函数? 请指出一次函数中的 k 和 b 的值.

(1) $y = \frac{1}{3} - x$;

(2) $y = 2\pi R$ (R 为自变量);

(3) $y = \frac{3x-1}{x}$;

(4) $y = 0.5x + \frac{\pi}{3}$.

2. 已知一次函数 $y = -2x + 3$.

(1) 当 x 为何值时, $y = 0$?

(2) 当 y 为何值时, $x = 0$?

3. 由 S 市寄往 G 市的包裹, 邮寄标准是 3 元/千克. 另外, 每件收取挂号费 2 元.

(1) 写出邮寄总费用 y (元) 与包裹质量 x (kg) 之间的函数关系式.

(2) 如果邮寄包裹的质量为 7.8 kg, 那么邮寄总费用为多少元?

B 组

大学生小张想利用暑期一个月的时间为一家报社推销报纸, 以积累自己的社会活动经验. 报社规定: 按月提前预订, 每天订数须相同; 推销员从报社的购买价是 0.7 元/份, 销售价是 1 元/份; 推销员售不出的, 报社以 0.2 元/份回收. 小张经咨询他人还了解到: 暑期一个月里(按 31 天计算), 有 20 天每天可售出 100 份, 有 11 天每天可售出 60 份. 设小张每天向报社预订 x 份报纸($60 \leq x \leq 100$). 求:

(1) 这个月购买报纸的费用 y_1 与 x 的函数关系式.

(2) 这个月的销售收入 y_2 与 x 的函数关系式.

(3) 这个月报社回收报纸的金额 y_3 与 x 的函数关系式.

(4) 这个月小张的获利 y 与 x 的函数关系式.

21.2

一次函数的图像和性质

一次函数是一种形式上比较简单的函数，我们可以借助一次函数的图像对它的性质进行研究.

已知函数的表达式，通过列表、描点和连线，可以在直角坐标系中画出这个函数的图像.



试着做做

已知一次函数 $y=2x-1$.

(1) 填写下表：

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...								...

(2) 以(1)中得到的每对对应值分别为横坐标和纵坐标，在图21-2-1所示的直角坐标系中描出相应的点.

(3) 把由(2)描出的点依次用平滑曲线连接起来，就得到 $y=2x-1$ 的图像.



一起探究

1. 一次函数 $y=2x-1$ 的图像的形状是怎样的？你和其他同学得到的结果一样吗？

2. 凡是满足关系式 $y=2x-1$ 的 x , y 的值所对应的点，如 $(-\frac{1}{2}, -2)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, $(4, 7)$ 等，都在一次函数 $y=2x-1$ 的图像上吗？与同学交流你的看法.

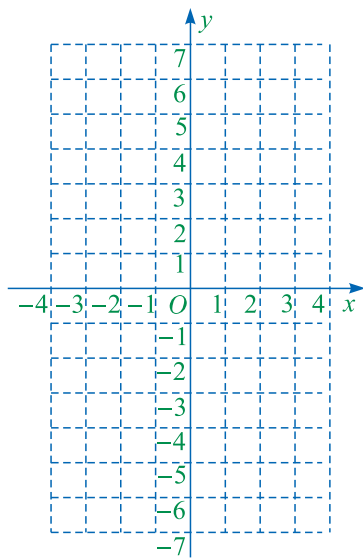


图 21-2-1

一般地，一次函数 $y=kx+b$ 的图像为一条直线. 因此，我们把一次函

数 $y=kx+b$ 的图像也称为直线 $y=kx+b$.

画一次函数的图像时，只要确定出两个点，再过这两点画直线就可以了.

取点时，坐标的数值越简单，描点越方便.

例 1 画一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 的图像.

解：当 $x=0$ 时， $y=1$.

当 $y=0$ 时， $0=-\frac{1}{2}x+1$ ，解得 $x=2$.

在直角坐标系中，过点 $(0, 1)$ 和点 $(2, 0)$

画直线，即得一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 的

图像，如图 21-2-2.

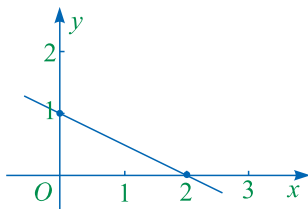


图 21-2-2



练习

1. 在同一直角坐标系中，画出 $y=x$ 和 $y=1-x$ 的图像.
2. 在同一直角坐标系中，画出 $y=\frac{1}{2}x-1$ 和 $y=-\frac{1}{2}x$ 的图像.



习题

A 组

1. 在同一直角坐标系中画出 $y=-3x$ 和 $y=3x$ 的图像.
2. 在同一直角坐标系中画出下列函数的图像.
 - (1) $y=2x$;
 - (2) $y=2x+5$;
 - (3) $y=2x-5$.

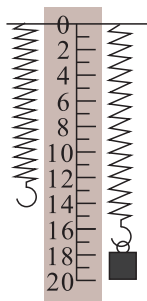
B 组

1. 填表并观察下列两个函数的变化情况.

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y=x-10$							
$y=-5x+2$							

- (1) 在同一直角坐标系中画出这两个函数的图像.

- (2) 它们的图像有公共点吗？如果有，请写出公共点的坐标.
2. 今有一根弹簧，不悬挂重物时的长度为 12 cm. 悬挂的重物每增加 1 kg(重物不超过 8 kg)，弹簧的长度就增加 0.5 cm. 写出弹簧长度 $y(\text{cm})$ 和悬挂物的质量 $x(\text{kg})$ 之间的函数关系式，指出自变量的取值范围，并画出这个函数的图像.



借助一次函数的图像，我们就可以探究一次函数的性质了.

(第 2 题)



做一做

1. 请在图 21-2-3 的直角坐标系中，画一次函数 $y=2x+3$ 和 $y=\frac{1}{2}x-2$ 的图像.

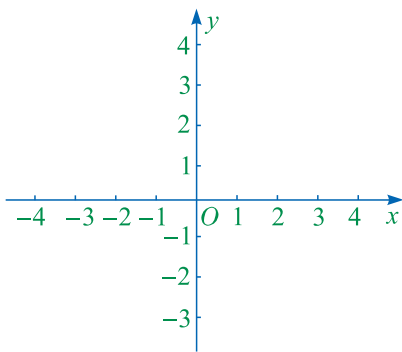


图 21-2-3

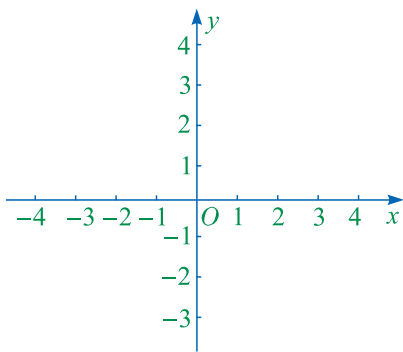


图 21-2-4

2. 请在图 21-2-4 的直角坐标系中，画一次函数 $y=-2x+4$ 和 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 的图像.



观察与思考

观察上面画出的四个函数 $y=2x+3$, $y=\frac{1}{2}x-2$, $y=-2x+4$, $y=-\frac{1}{2}x+2$ 的图像，请思考：

- (1) 哪些函数， y 的值是随 x 的值的增大而增大的？
- (2) 哪些函数， y 的值是随 x 的值的增大而减小的？

(3) y 的值随 x 的值的增大而增大和 y 的值随 x 的值的增大而减小两种函数, 它们的区别和自变量系数的符号有怎样的关系?

一般地, 我们有:

对于一次函数 $y=kx+b$ (k, b 为常数, 且 $k \neq 0$):

当 $k > 0$ 时, y 的值随 x 的值的增大而增大;

当 $k < 0$ 时, y 的值随 x 的值的增大而减小.



大家谈谈

参考上面画出的四个函数 $y=2x+3$, $y=\frac{1}{2}x-2$, $y=-2x+4$, $y=-\frac{1}{2}x+2$ 的图像, 请谈谈:

(1) 哪些函数的图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方, 哪些函数与 y 轴的交点在 x 轴的下方?

(2) 函数的图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方和函数的图像与 y 轴的交点在 x 轴的下方, 这两种函数, 它们的区别与常数项有怎样的关系?

(3) 正比例函数的图像一定经过哪个点?

事实上, 一次函数 $y=kx+b$ 的图像是经过 y 轴上的点 $(0, b)$ 的一条直线. 当 $b > 0$ 时, 点 $(0, b)$ 在 x 轴上方; 当 $b < 0$ 时, 点 $(0, b)$ 在 x 轴下方; 当 $b = 0$ 时, 点 $(0, 0)$ 是原点, 即正比例函数 $y=kx$ 的图像是经过原点的一条直线.

例 2 已知关于 x 的一次函数 $y=(2k-1)x+(2k+1)$.

(1) 当 k 满足什么条件时, 函数 y 的值随 x 的值的增大而增大?

(2) 当 k 取何值时, $y=(2k-1)x+(2k+1)$ 的图像经过原点?

(3) 当 k 满足什么条件时, 函数 $y=(2k-1)x+(2k+1)$ 的图像与 y 轴的交点在 x 轴的下方?

解: (1) 当 $2k-1 > 0$ 时, y 的值随 x 的值的增大而增大.

解 $2k-1 > 0$, 得

$$k > \frac{1}{2}.$$

(2) 当 $2k+1=0$, 即 $k=-\frac{1}{2}$ 时, 函数 $y=(2k-1)x+(2k+1)$ 的图像经过原点.

(3) 当 $2k+1 < 0$ 时, 函数 $y=(2k-1)x+(2k+1)$ 的图像与 y 轴的交点在 x 轴的下方.

解 $2k+1 < 0$, 得

$$k < -\frac{1}{2}.$$



做一做

在例 2 中, 如果 y 的值随 x 的值的增大而减小, 且函数图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方, 求 k 的取值范围.



练习

1. 判断下列函数中, y 的值随 x 的值增大而变化的情况.

(1) $y = -3x + 3$;

(2) $y = 3x - 3$;

(3) $y = (3 - \pi)x$;

(4) $y = 0.5x$.

2. 已知关于 x 的一次函数 $y = kx + 4k - 2$.

(1) 如果函数的图像经过原点, 求 k 的值.

(2) 如果 y 的值随 x 的值的增大而减小, 求 k 的取值范围.



习题

A 组

1. 已知一次函数 $y = (k+1)x - 1$, y 的值随 x 的值增大而减小, 求 k 的取值范围.

2. 画出函数 $y = -3x + 3$ 的图像, 结合图像回答下列问题:

(1) y 的值随 x 的值增大而 _____ (填“增大”或“减小”), 图像从左到右逐渐 _____ (填“上升”或“下降”).

(2) 当 $y < 0$ 时, 求 x 的取值范围.

(3) 当 $0 < x < 1$ 时, 求 y 的取值范围.

3. 在同一直角坐标系中, 画一次函数 $y = -\frac{1}{2}x$, $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}x - 2$ 的图像, 并回答:

(1) 各图像的位置有什么关系?

(2) 这种位置关系与函数表达式中的哪个量相关?

B 组

1. 在同一直角坐标系中, 画出函数① $y = x + 3$, ② $y = x - 3$, ③ $y = -x + 3$, ④ $y = -x - 3$ 的图像, 并找出每两个函数图像之间的共同特征.
2. 某面食加工部每周用 10 000 元流动资金采购面粉及其他物品, 其中购买面粉的质量在 1 500 kg~2 000 kg 之间, 面粉的单价为 3.6 元/千克, 用剩余款额 y 元购买其他物品. 设购买面粉的质量为 x kg.
- (1) 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量的取值范围.
- (2) 画出该函数的图像.
- (3) 观察图像, 写出购买其他物品的款额 y 的取值范围.

21.3

用待定系数法确定一次函数表达式

通过直接列式可以求一次函数表达式. 当然, 还有其他的方法求一次函数表达式. 本节将探究用待定系数的方法来求一次函数的表达式.

在图 21-3-1 中, 直线 PQ 上两点的坐标分别为 $P(-20, 5)$, $Q(10, 20)$. 怎样确定这条直线所对应的一次函数表达式呢?

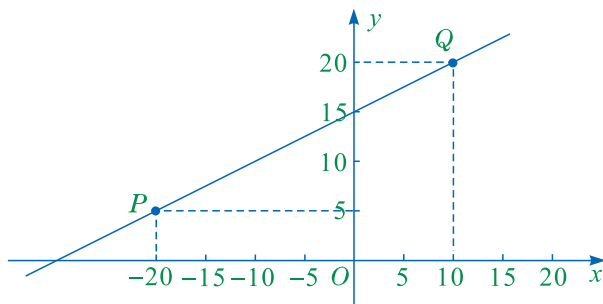


图 21-3-1



观察与思考

阅读下面小惠对此问题的解答过程, 并验证小惠求得的一次函数表达式是否正确.

小惠的解答过程如下:

设这个一次函数表达式为 $y=kx+b$.

因为 P, Q 为直线上的两点, 所以这两个点的坐标都满足表达式 $y=kx+b$, 即

$$\begin{cases} 5 = -20k + b, \\ 20 = 10k + b. \end{cases}$$

解这个关于 k 和 b 的二元一次方程组, 得

$$\begin{cases} k = \frac{1}{2}, \\ b = 15. \end{cases}$$

所以, 这个一次函数表达式为

$$y = \frac{1}{2}x + 15.$$

像这样先设出函数表达式, 再根据已知条件确定表达式中未知的系数, 从而求出函数表达式的方法, 叫做待定系数法.



做一做

1. 已知 $A(-20, 5)$ 为正比例函数 $y=kx$ 图像上的一点, 求这个正比例函数的表达式.
2. 已知一个一次函数的图像经过点 $M(0, 1)$ 和 $N(1, 0)$, 求这个一次函数的表达式.

例 一辆汽车匀速行驶, 当行驶了 20 km 时, 油箱剩余 58.4 L 油; 当行驶了 50 km 时, 油箱剩余 56 L 油. 如果油箱中剩余油量 $y(\text{L})$ 与汽车行驶的路程 $x(\text{km})$ 之间是一次函数关系, 请求出这个一次函数的表达式, 并写出自变量 x 的取值范围以及常数项的意义.

解: 设所求一次函数的表达式为 $y=kx+b$. 根据题意, 把已知的两组对应值 $(20, 58.4)$ 和 $(50, 56)$ 代入 $y=kx+b$, 得

$$\begin{cases} 58.4 = 20k + b, \\ 56 = 50k + b. \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} k = -0.08, \\ b = 60. \end{cases}$$

这个一次函数表达式为 $y = -0.08x + 60$.

因为剩余油量 $y \geq 0$, 所以 $-0.08x + 60 \geq 0$. 解得 $x \leq 750$.

因为路程 $x \geq 0$, 所以 $0 \leq x \leq 750$.

因为当 $x=0$ 时, $y=60$, 所以这辆汽车行驶前油箱存油 60 L.



大家谈谈

用待定系数法求一次函数表达式的步骤有哪些? 与同学交流你的看法.

用待定系数法求一次函数的表达式, 一般步骤如下:

- (1) 设一次函数表达式 $y=kx+b$.
- (2) 根据条件, 列出关于 k 和 b 的二元一次方程组.
- (3) 解这个方程组, 求出 k 与 b 的值, 从而得到一次函数表达式.



练习

1. 一次函数的图像经过点 $A(1, 2)$ 和点 $B(-2, 1)$, 求这个函数的表达式.

2. 某市举办一场中学生羽毛球比赛, 场地和耗材需要一些费用. 场地费 b (元) 是固定不变的. 耗材费用与参赛人数 x (人) 成正比例函数关系. 这两部分的总费用为 y (元). 已知当 $x=20$ 时, $y=1\ 600$; 当 $x=30$ 时, $y=2\ 000$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式.

(2) 当支出总费用为 $3\ 200$ 元时, 有多少人参加了比赛?



习题

A 组

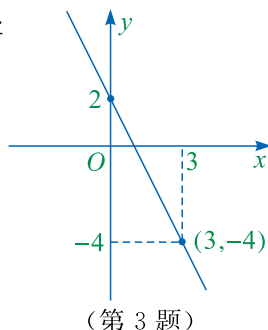
1. 如果一次函数 $y=(k+3)x-13$ 的图像上一点 P 的坐标为 $(-5, 7)$, 那么 k 的值为 _____.

2. 求下列函数的表达式:

(1) 正比例函数的图像经过点 $(2, -1)$.

(2) 一次函数的图像经过点 $(-1, -2)$ 和 $(\frac{1}{2}, 3)$.

3. 已知一次函数的图像如图所示, 求这个函数的表达式.



B 组

为保护学生的视力, 供学生使用的课桌和椅子的高度均需按一定的关系配套设计. 研究表明: 课桌高度 y (cm) 与椅子高度 x (cm) 具有一次函数关系. 今有两套符合条件的课桌和椅子, 其高度如下表所示:

项 目	第一套	第二套
x/cm	40.0	37.0
y/cm	75.0	70.2

(1) 试确定 y 与 x 的函数关系式.

(2) 现有一把高为 42.0 cm 的椅子和一张高为 78.2 cm 的课桌, 它们是否配套? 为什么?

21.4 一次函数的应用

利用一次函数这一数学模型，可以解决许多与其相关的实际问题和数学自身的问题.

某公司与销售人员签订了这样的工资合同：工资由两部分组成，一部分是基本工资，每人每月 3 000 元；另一部分是按月销售量确定的奖励工资，每销售 1 件产品，奖励工资 10 元.



试着做做

1. 设某销售员月销售产品 x 件，他应得的工资记为 y 元. 求 y 与 x 之间的函数关系式.
2. 用求出的函数关系式，尝试解决下列问题：
 - (1) 该销售员某月的工资为 4 100 元，他这个月销售了多少件产品？
 - (2) 要想使月工资超过 4 500 元，该月的销售量应当超过多少件？

在上面的问题中，销售员的月工资数 y (元)与他当月销售产品数 x (件)之间的函数关系式为 $y=10x+3\,000$.

当销售员的月工资为 4 100 元时，有 $4\,100=10x+3\,000$. 解得 $x=110$.

要想使月工资超过 4 500 元，只要使 $10x+3\,000>4\,500$ 即可. 解得 $x>150$.



一起探究

如图 21-4-1，某种称量体重的台秤，最大称量是 150 kg. 称体重时，体重 x (kg)与指针按顺时针方向转过的角 $y(^{\circ})$ 有如下一些对应数值：

x/kg	0	15	40	55	60
$y/^{\circ}$	0	36	96	132	144



图 21-4-1

(1) 请你在直角坐标系中, 分别以上表中的每对对应数值为横坐标和纵坐标, 描点连线, 画出图像.

(2) 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并指出自变量 x 的取值范围.

(3) 当体重为多少千克时, 台秤的指针恰好转到 180° 的位置? 当体重为 50 kg 时, 台秤的指针转过的角度是多少?

由这些对应值画出的图像, 如图 21-4-2 所示.

由表格给出的数据可以看出, 体重为 0 kg 时, 台秤指针指向 0° , 每增加 5 kg, 台秤指针按顺时针方向旋转 12° , 所以 y 是 x 的正比例函数. 根据条件可得

$$y = \frac{12}{5}x \quad (0 \leq x \leq 150).$$

当 $y=180$ 时, $180 = \frac{12}{5}x$. 解得 $x=75$.

当 $x=50$ 时, $y = \frac{12}{5} \times 50 = 120$.

即当体重为 75 kg 时, 台秤的指针恰好转到 180° 的位置; 当体重为 50 kg 时, 台秤的指针转过的角度是 120° .

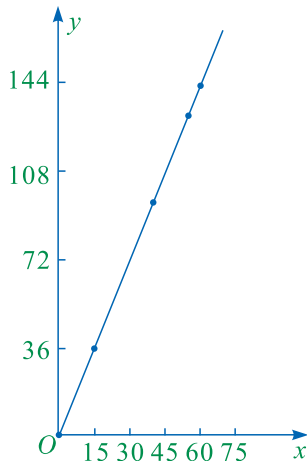


图 21-4-2



1. 某水库在春季播种前, 向下游灌溉区开闸放水. 放水量 $V(\text{m}^3)$ 与放水时间 $t(\text{min})$ 之间有如下对应数据:

t/min	30	60	90	120	150
V/m^3	1 500	3 000	4 500	6 000	7 500

(1) 求放水量 $V(\text{m}^3)$ 与放水时间 $t(\text{min})$ 之间的函数关系式.

(2) 求放水 24 h 的放水量.

2. 某出版社出版了一种适合中学生阅读的科普书. 当该书首次出版的印数不少于 5 千册时, 该出版社投入的成本 y (万元) 与印数 x (千册) 之间为一次函数关系, 并有下表中的对应值:

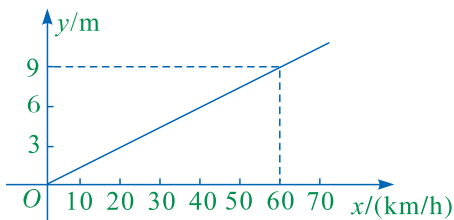
$x/\text{千册}$	6	8
$y/\text{万元}$	3.1	3.6

- (1) 求 y (万元)与 x (千册)之间的函数关系式.
- (2) 当出版社投入成本 4.1 万元时, 能印该书多少千册?



A 组

1. 一个长方形的长、宽分别为 60 和 40. 现将它的宽减少 10, 长增加 x . 设变化后的长方形的面积为 y .
 - (1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式.
 - (2) 当 x 取何值时, 变化后的长方形与原来的长方形的面积相等?
 - (3) 当 x 取哪些值时, 可以使变化后的长方形的面积比原来的长方形面积的 2 倍还要大?
2. 一辆中型客车, 准乘 21 人(包括一名司机和一名乘务员). 这辆客车由 A 地行驶到 B 地, 油费为 45 元, 高速公路费为 20 元, 其他运行成本为 42 元, 每人票价 25 元. 设乘客为 x 人时, 盈利为 y 元.
 - (1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式.
 - (2) 至少要有多少名乘客才能保证不亏本? 若载满了乘客, 可获利多少元?
3. 汽车在刹车后都会由于惯性继续向前滑行一段距离, 我们将其称为“刹车距离”. 某型号轿车的“刹车距离” $y(\text{m})$ 与速度 $x(\text{km/h})$ 的关系如图所示.

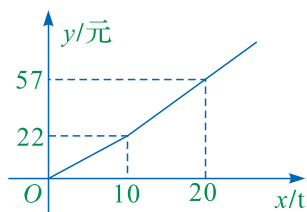


- (1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式. (第 3 题)
- (2) 要使刹车距离不超过 12 m, 车速应当保持在哪个范围内?

B 组

某市为鼓励市民节约用水, 自来水公司采用分段收费标准收费, 每月收取水费 y (元)与用水量 $x(\text{t})$ 之间的函数关系如图所示.

- (1) 小兰家 7 月份用水 7 t, 应交水费多少元?
- (2) 按上述分段收费标准, 小兰家 3 月份和 4 月份分别交水费 29 元和 19.8 元. 小兰家 4 月份比 3 月份节约用水多少吨?



例 甲骑自行车以 10 km/h 的速度沿公路行驶, 出发 3 h 后, 乙骑摩托车从同一地点出发沿公路与甲同向行驶, 速度为 25 km/h.

(1) 设甲离开出发地的时间为 x (h), 求:

- ① 甲离开出发地的路程 y (km) 与 x (h) 之间的函数关系式, 并指出自变量 x 的取值范围.
- ② 乙离开出发地的路程 y (km) 与 x (h) 之间的函数关系式, 并指出自变量 x 的取值范围.

(2) 在同一直角坐标系中, 画出(1)中两个函数的图像, 并结合实际问题, 解释两图像交点的意义.

解: (1) 由公式 $s=vt$, 得

① 甲离开出发地的路程 y 与 x 的函数关系式为

$$y=10x.$$

自变量 x 的取值范围为 $x \geq 0$.

② 乙离开出发地的路程 y 与 x 的函数关系式为

$$y=25(x-3), \text{ 即 } y=25x-75.$$

自变量 x 的取值范围为 $x \geq 3$.

- (2) 以上两个函数的图像如图 21-4-3 所示. 两个函数图像的交点坐标是 (5, 50), 即甲出发 5 h 后被乙追上(或乙出发 2 h 后追上甲). 此时, 两人距离出发地 50 km.

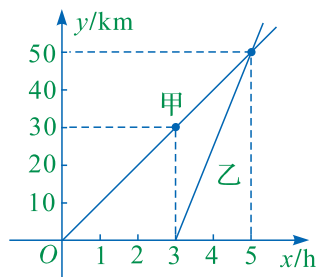


图 21-4-3



大家谈谈

对于上例中甲、乙行驶的情况, 你能借助图 21-4-3 解释“乙出发多少小时后可以超过甲”这一问题吗? 还有其他方法解答这个问题吗?

由此可以看出，有些一元一次方程和一元一次不等式问题，可以借助一次函数来考虑。借助一次函数的图像，往往能使方程和不等式的意义更加直观和形象。



某电脑工程师张先生准备开一家小型电脑公司，欲租一处临街房屋。现有甲、乙两家出租屋，甲家已经装修好，每月租金为 3 000 元；乙家未装修，每月租金为 2 000 元，但若装修成与甲家房屋同样的规格，则需要花装修费 4 万元。

(1) 设租用时间为 x 个月，承租房屋所付租金为 y 元，分别求租用甲、乙两家的租金 y 与租用时间 x 之间的函数关系式。

(2) 根据求出的两个函数表达式，试判断租用哪家的房屋更合算。

小亮的做法

(1) 租用甲家房屋时， $y = 3\,000x$ ；租用乙家房屋时， $y = 2\,000x + 40\,000$ 。

(2) ① 由 $3\,000x = 2\,000x + 40\,000$ ，解得

$$x = 40.$$

即当租用 40 个月时，无论是租用哪一家，租金都相同。

② 由 $3\,000x > 2\,000x + 40\,000$ ，解得

$$x > 40.$$

即当租用时间超过 40 个月时，租乙家的房屋更合算。

③ 由 $3\,000x < 2\,000x + 40\,000$ ，解得

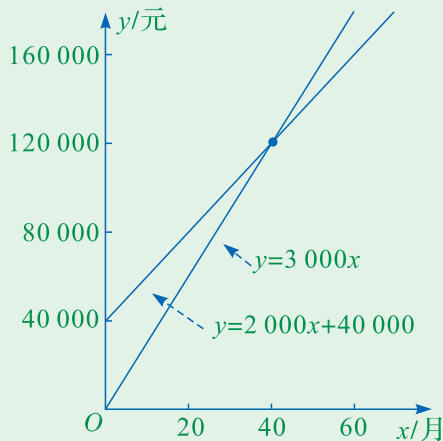
$$x < 40.$$

即当租用时间少于 40 个月时，租甲家的房屋更合算。

小丽的做法

(1) 同小亮的做法。

(2) 在同一直角坐标系中，分别画出 $y = 3\,000x$ ， $y = 2\,000x + 40\,000$ 这两个函数的图像。



观察图像可知，当租用 40 个月时，甲、乙两家的租金相同；当租用时间超过 40 个月时，租乙家的房屋更合算；当租用时间少于 40 个月时，租甲家的房屋更合算。



大家谈谈

小亮和小丽的做法有什么不同？你是怎么做的？与同学交流你的做法。



练习

1. 某工厂开发生产一种新产品，前期投入 150 000 元. 生产时，每件成本为 25 元，每件销售价为 40 元. 设生产 x 件时，总成本(包括前期投入)为 m 元，销售额为 n 元.

(1) 分别求出 m , n 与 x 之间的函数关系式.

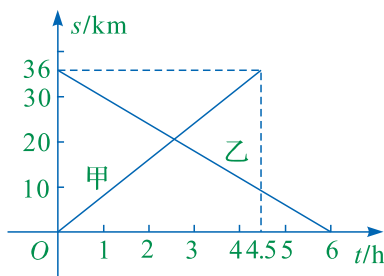
(2) 至少生产并销售多少件产品后，工厂才会有盈利？

2. A, B 两地相距 36 km, 甲、乙二人分别从 A 地和 B 地同时出发，相向而行. 他们距 A 地的路程 $s(\text{km})$ 和出发后的时间 $t(\text{h})$ 之间的函数关系的图像如图所示.

(1) 甲行驶了几小时到达 B 地，乙行驶了几小时到达 A 地？

(2) 分别写出甲、乙二人距 A 地的路程 s 与时间 t 之间的函数关系式.

(3) 求出两个图像交点的坐标，并解释交点坐标所表示的实际意义.



(第 2 题)



习题

A 组

1. 某学校欲购置一批标价为 4 800 元的某型号电脑，需求数量在 15 至 25 台之间. 经与两个专卖店商谈，甲店同意打八折；乙店承诺先赠一台，其余打九折. 这所学校购买哪家的电脑更合算？

2. 某工厂有甲、乙两个净化水池，容积都是 480 m^3 . 注满乙池的水得到净化可以使用时，甲池未净化的水已有 192 m^3 . 此时，乙池以 $10 \text{ m}^3/\text{h}$ 的速度将水放出使用，而甲池仍以 $8 \text{ m}^3/\text{h}$ 的速度注水. 设乙池放水为 $x \text{ h}$ 时，甲、乙两池中的水量用 $y \text{ m}^3$ 表示.

- (1) 分别写出甲、乙两池中的水量 y 关于 x 的函数关系式及自变量 x 的取值范围，并在同一直角坐标系中画出这两个函数的图像.
- (2) 借助由(1)得出的图像回答：
- ①当 x 取何值时，甲、乙两池水量相等？
 - ②当 x 取哪些值时，甲池的水量少于乙池的水量？
 - ③当 x 取哪些值时，甲池的水量多于乙池的水量？

B 组

某种子商店销售一种小麦种子，为促销，推出了两种销售方案供采购者选择.

方案一：小麦种子的价格为 4 元/千克，无论购买多少均不打折.

方案二：购买 3 kg 以内(含 3 kg)，价格为 5 元/千克；若一次性购买超过 3 kg，则超过 3 kg 的部分价格打七折.

- (1) 求出方案一中购买的小麦种子的数量 $x(\text{kg})$ 和付款金额 $y(\text{元})$ 之间的函数关系式.
- (2) 若你去购买一定量的这种小麦种子，你会选择哪个方案？说明理由.

21.5

一次函数与二元一次方程的关系

一次函数与二元一次方程之间具有密切的联系，用不同的观点进行解释，二者可以互相转化。



观察与思考

1. 二元一次方程 $x+y=1$ 有无数组解，如

$$\begin{cases} x=-2, \\ y=3, \end{cases} \begin{cases} x=-1, \\ y=2, \end{cases} \begin{cases} x=0, \\ y=1, \end{cases} \begin{cases} x=1, \\ y=0, \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ y=-1, \end{cases} \begin{cases} x=3, \\ y=-2, \end{cases}$$

等，都是这个方程的解。

如图 21-5-1，以这些解为点的坐标，在直角坐标系中描点。你认为这些点在一条直线上吗？如果在一条直线上，它们在哪个直线上？请说明理由。

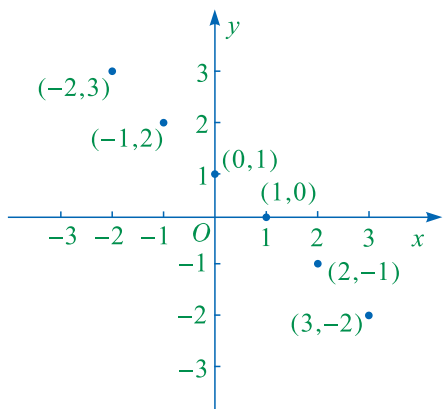


图 21-5-1

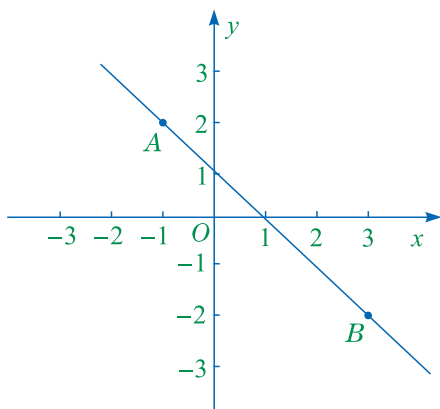


图 21-5-2

2. 如图 21-5-2，在直角坐标系中，设点 A 的坐标为 $(-1, 2)$ ，点 B 的坐标为 $(3, -2)$ ，经过点 A, B 画直线。直线 AB 上的点 $C(x_0, y_0)$ 中， x_0, y_0 之间有怎样的数量关系？ $\begin{cases} x=x_0, \\ y=y_0 \end{cases}$ 是不是方程 $x+y=1$ 的一组解？请说明理由。

一般地，如果以二元一次方程 $ax+by=c$ 的解为坐标，在直角坐标系中

画点，那么这些点在一条直线上．反过来，如果取定这个方程的两组解，那么过以这两组解为坐标的两点画出的直线，此直线上点的坐标组成的一组值是这个二元一次方程的一组解．

因此，以二元一次方程的解为坐标的点在一条直线上．



一起探究

1. 一次函数 $y=kx+b$ 图像上的一个点的坐标是不是二元一次方程 $kx-y=-b$ 的一组解？请说明理由．
2. 以二元一次方程 $ax+by=c$ 的解为坐标所构成的直线，是不是一次函数 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$ 的图像？请说明理由．
3. 你认为二元一次方程和一次函数有什么联系与区别？与同学交流你的看法．

事实上，我们把二元一次方程 $ax+by=c$ 变形为 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$ 后，原来的二元一次方程就化成了一次函数的形式．当 x, y 表示未知数时， $ax+by=c$ 就是二元一次方程；当 x, y 表示变量时， $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$ 就是一次函数．并且，有如下结论：

以二元一次方程的解为坐标的点都在与它对应的一次函数的图像上；反过来，一次函数图像上的点的坐标都是与它对应的二元一次方程的解．



做一做

1. 方程 $2x+3y=5$ 有多少组解？请填写下表，并把每一组对应值作为点的坐标，在图 21-5-3 所示的直角坐标系中描出各点．

x	...	-2	-1	0	1	2	2.5	...
y	...							...

2. 在上题直角坐标系中画出函数 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$

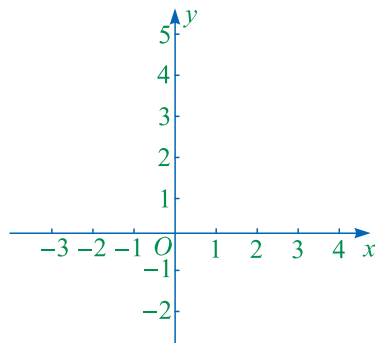


图 21-5-3

$\frac{5}{3}$ 的图像.

3. 以方程 $2x+3y=5$ 的解为坐标的点是否都在函数 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ 的图像上? 为什么?



1. 把二元一次方程 $2x-3y=4$ 改写成一次函数 $y=kx+b$ 的形式, 并画出这个一次函数的图像.

2. 写出二元一次方程 $2x-y=1$ 的三个解, 以方程的解为坐标在直角坐标系中画点, 这些点是否都在一次函数 $y=2x-1$ 的图像上?



A 组

1. 已知一次函数 $y=ax+5$ 和 $y=-x+b$ 的图像交于点 $P(1, 2)$.

(1) 直接写出方程组 $\begin{cases} ax-y=-5, \\ y+x=b \end{cases}$ 的解.

(2) 求 a, b 的值.

2. 把二元一次方程 $2(x-3)+y=0$ 改写成一次函数 $y=kx+b$ 的形式, 并画出这个一次函数的图像.

B 组

1. 解方程组 $\begin{cases} 2x-y=2, \\ y+2x=6, \end{cases}$ 并由此指出在同一直角坐标系内, 一次函数 $y=2x-2$ 与 $y=-2x+6$ 图像交点的坐标.

2. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x+y=1, \\ ax+3y=8 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=-1, \\ y=2. \end{cases}$

(1) 写出一一次函数 $y=-x+1$ 和 $y=-\frac{a}{3}x+\frac{8}{3}$ 的图像交点 P 的坐标.

(2) 若这两个函数的图像与 x 轴分别交于点 A, B , 求 $S_{\triangle ABP}$.



数学活动

匀速变化和一次函数

设 y 是 x 的函数, x_1, x_2 是自变量 x 取值范围内的两个值, 当 x 由 x_1 变化到 x_2 时, 对应的 y 值由 y_1 变化到 y_2 , 我们称比值

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

为 y 在 x_1 与 x_2 之间的平均变化速度. 当 y 在自变量 x 取值范围内任意两值之间的平均变化速度是同一个数时, 我们称 y 为 x 的匀速变化的函数.

活动一:

1. 说明 $y = -2x + 1$ 是匀速变化的函数.
2. 试说明一次函数 $y = kx + b$ 是匀速变化的函数.

活动二:

1. 小刚骑自行车去上学, 骑行时间 $t(\text{min})$ 和所行路程 $s_1(\text{km})$ 之间的关系如下表:

时间 t/min	1	2	3	4	5	...	16.5
路程 s_1/km	0.4	0.6	0.8	1	1.2	...	3.5

我们已经知道 s_1 是 t 的匀速变化的函数.

(1) 说明 s_1 是 t 的一次函数.

(2) 设小刚家到学校的路程为 3.5 km, 小刚行驶过程中距学校的路程为 $s_2(\text{km})$. 先说明 s_2 是 t 的匀速变化的函数, 再说明它是一次函数.

2. 试说明如果 y 是 x 的匀速变化的函数, 那么 y 是 x 的一次函数.

由活动一和活动二可知, 一次函数是匀速变化的函数; 反过来, 匀速变化的函数是一次函数. 因此, 如果知道一个函数是匀速变化的, 我们就可以用待定系数法求这个一次函数的表达式.

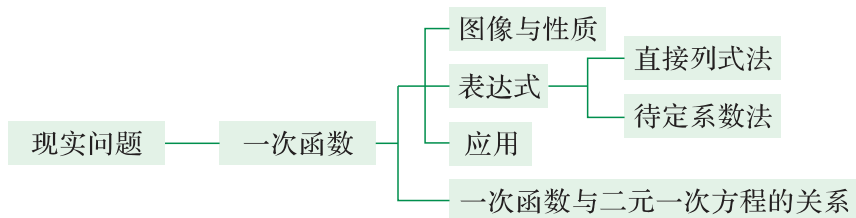
活动三:

一种大棚蔬菜处在 0°C 以下的气温条件下超过 3.3 h, 就会遭受冻害. 秋末某天, 气象台发布了如下的降温预报: 0 时至次日 5 时, 气温将由 3°C 下降到 -3°C ; 从次日 5 时至次日 8 时, 气温又将由 -3°C 上升到 5°C . 如果气温在上述两个时间段内变化都是匀速的, 你认为是否有必要对该大棚蔬菜采取防冻措施? 请说明理由.



回顾与反思

一、知识结构



二、总结与反思

从现实问题建立一次函数模型是强化“符号意识”的过程，这个过程着重体现了抽象与模型化的思想. 一次函数的图像，不仅揭示了一次函数的性质，更重要的是凸显了“数形结合”的思想方法.

1. 一次函数是一类重要的函数.

2. 一次函数 $y=kx+b$ 的图像是直线，故其图像又称为直线 $y=kx+b$.

3. 一次函数 $y=kx+b$ 中的系数 k 与 b 决定着它的性质：

(1) 当 $k>0$ 时， y 随 x 的增大而增大，图像从左向右是_____的.

(2) 当 $k<0$ 时， y 随 x 的增大而减小，图像从左向右是_____的.

(3) 当 $b=0$ 时，一次函数 $y=kx+b$ 化为正比例函数 $y=kx$ ，它的图像一定经过_____.

(4) 当 $b\neq 0$ 时，直线 $y=kx+b$ 一定不经过_____.

4. 求一次函数的表达式至关重要，它是解决许多实际问题的关键环节. 求一次函数表达式的主要方法有：

(1) 直接列式法：由问题的实际意义直接写出. 这种方法的实质是把问题中用文字叙述的数量关系用数学式表达出来.

(2) 待定系数法：根据图像、表格或已知条件确认两个变量成一次函数关系，就可以将表达式设为 $y=kx+b$ ，利用两组对应值求出 k 与 b 的值.

5. 正比例函数是一次函数的特例，它们之间是一般与特殊的关系. 正比例函数具备一次函数所有的性质，它的特点在于图形必过原点，只需另一个点的坐标就可以确定其表达式.

6. 一次函数与二元一次方程的关系体现在：

(1) 从形式上它们之间可以相互转化.

(2) 以二元一次方程的解为坐标的点都在与它对应的函数图像上；反过来，一次函数图像上的点的坐标都是与它对应的二元一次方程的解.

7. 一次函数有着广泛的实际应用. 掌握一次函数的应用有两个层次:

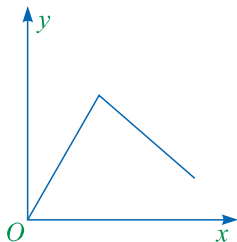
(1) 若给出了一次函数的表达式, 则可直接应用一次函数的性质解决问题.

(2) 若问题只提供了一次函数的情境(有时是隐含的表述), 则一般应先求出函数表达式, 进而利用性质解决问题.

三、注意事项

1. 对于一次函数的概念, 要把握函数表达式是自变量的一次式, 而与表示自变量的字母无关. 例如 $y=3x+1$, $s=2t-5$, $l=2\pi R$ 等都是次函数.

2. 在实际问题中, 有时会遇到两个或多个一次函数的图像拼接起来的图像, 如图, 它便是由两个一次函数的图像组合而成的. 对于其中的每一段, 我们都可以利用一次函数来解决问题.



复习题

A 组

1. 填空:

- (1) 直线 $y=3-9x$ 与 x 轴的交点坐标为 _____, 与 y 轴的交点坐标为 _____.
- (2) 若 $M(a, 2)$ 为一次函数 $y=2x-3$ 图像上的一点, 则 $a=$ _____.
- (3) 在函数 $y=x+4$ 中, 若自变量 x 的取值范围是 $-3 < x < -1$, 则函数值 y 的取值范围为 _____.
- (4) 汽车离开 A 站 5 km 后, 又以 40 km/h 的平均速度行驶了 t h. 此时, 汽车离开 A 站的路程为 s km. s 与 t 的函数关系式为 _____.
- (5) 一棵树现在的高度为 2.2 m, 且未来 10 年内会每年长高 25 cm. 设 x 年后的树高为 y m, 则 y 与 x 的函数关系式为 _____, y 是 x 的 _____ 函数.

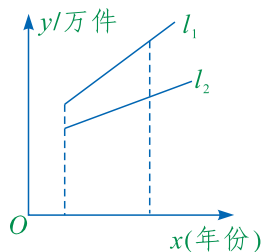
2. 解答下列各题:

- (1) 已知四个点的坐标分别为 $(1, 2)$, $(2, -1)$, $(0, 3)$, $(2, 2)$, 其中哪些点在直线 $y=-x+3$ 上?

(2) 若点 $A(-5, y_1)$, $B(-2, y_2)$ 都在直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 上, 则 y_1 与 y_2 的

大小具有怎样的关系?

(3) 某纸业公司生产一种品牌的卫生纸, 近年的产销情况如图所示. 直线 l_1 和 l_2 分别表示产量与年份、销量与年份的函数关系. 下列说法中哪些是正确的, 哪些是错误的? 试说明理由.



①该卫生纸产量与销售量均呈直线上升的趋势, 应该按原计划继续生产.

②该卫生纸已经出现供大于求的趋势, 价格将趋跌. (第2(3)题)

③该卫生纸库存积压越来越大, 应该压缩生产或设法促销.

3. 某产品每件的成本是 120 元, 试销阶段每件产品的售价 x (元) 与日销量 y (件) 之间的关系如右表. 若日销量 y (件) 是销售价格 x (元) 的一次函数, 且不允许亏本销售, 求这个一次函数的表达式, 并指出 x 的取值范围.

$x/\text{元}$	130	150	165
$y/\text{件}$	70	50	35

4. 已知某种物体的密度为 ρ , 密度公式为 $\rho = \frac{m}{V}$ (其中, m 为该物体的质量, V 为体积).

(1) 导出公式 $m = \rho V$ 是一次函数吗? 若是一次函数, 则哪个量是自变量?

(2) 导出公式 $V = \frac{m}{\rho}$ 是一次函数吗? 若是一次函数, 则哪个量是自变量?

5. 已知一次函数的图像经过点 $(1, 1)$ 和 $(-1, -5)$,

(1) 求这个一次函数的表达式.

(2) 求这个一次函数的图像与 x 轴和 y 轴的交点坐标, 并求出该图像与两坐标轴围成的三角形的面积.

6. 请你在同一坐标系中画出一一次函数的图像

$$l_1: y = \frac{1}{2}x - 3$$

和

$$l_2: y = -x + 6.$$

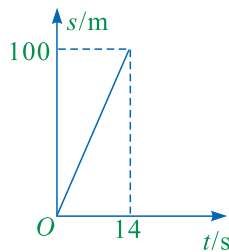
观察图像并回答下列问题:

(1) 当 x 为何值时, l_1 与 l_2 所对应的表达式的 y 值相等?

(2) 当 x 为哪些值时, l_1 所对应的表达式的 y 值大于 l_2 所对应的表达式的 y 值?

(3) 当 x 为哪些值时, l_1 所对应的表达式的 y 值小于 l_2 所对应的表达式的 y 值?

7. 在一次百米赛跑过程中, 小明所跑过的路程 $s(\text{m})$ 与所用时间 $t(\text{s})$ 的关系如图所示.

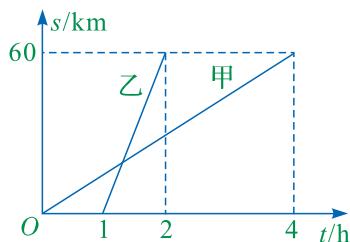


- (1) s 是 t 的什么函数?
- (2) 写出 s 与 t 的函数关系式.
- (3) 小明此次比赛中的速度是多少?

(第 7 题)

B 组

1. A, B 两地相距 60 km, 甲、乙二人分别骑自行车和摩托车沿相同路线匀速行驶, 由 A 地到达 B 地. 他们行驶的路程 $s(\text{km})$ 与甲出发后的时间 $t(\text{h})$ 之间的函数图像如图所示.



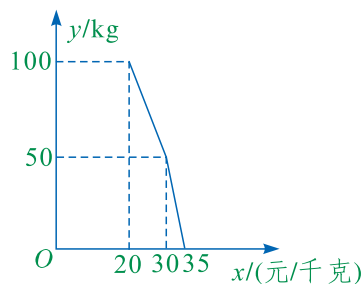
- (1) 乙比甲晚出发几小时? 乙比甲早到几小时?

(第 1 题)

- (2) 分别写出甲、乙行驶的路程 $s(\text{km})$ 与甲出发后的时间 $t(\text{h})$ 的函数关系式.

- (3) 乙在甲出发后几小时追上甲? 追上甲的地点离 A 地有多远?

2. 某水产市场经营一种海产品, 其日销售量 $y(\text{kg})$ 与销售单价 $x(\text{元/千克})$ 的函数关系如图所示.



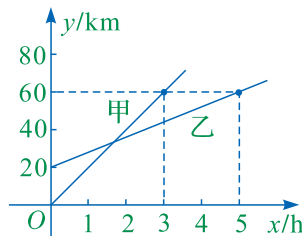
- (1) 分别求出当 $20 \leq x \leq 30$, $30 \leq x \leq 35$ 时, y 与 x 之间的函数关系式.

- (2) 当单价为 32 元/千克时, 日销售量是多少?

(第 2 题)

- (3) 当日销售量为 80 kg 时, 单价是多少?

3. A, B, C 三地位于南北方向的一条公路上 (A, B, C 依次由南往北), B 与 A 相距 20 km, C 与 B 相距 40 km. 甲骑自行车, 乙步行, 分别由 A, B 两地同时出发, 向 C 地行驶, 他们离 A 地的路程 $y(\text{km})$ 是行驶的时间 $x(\text{h})$ 的一次函数, 其图像如图所示.



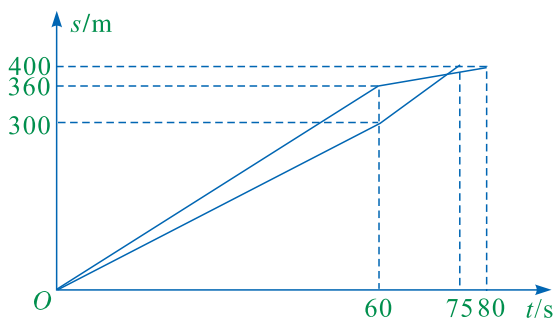
(第 3 题)

- (1) 出发后多长时间甲追上乙? 此时离 C 地多远?

(2) 当出发后 2.5 h 时, 谁在前面? 此时他超过另一人多少千米?

C 组

- 有 36 名分别了多年的老同学约定到某个地方故地重游, 他们决定租用汽车前往. 可租用的汽车有两种: 甲种每辆可以乘 8 人, 乙种每辆可以乘 4 人. 他们不愿意让车子留出空位, 但也不能超载. (乘坐人数不包含司机)
 - 你能想出几种租车的方案?
 - 已知可乘 8 人的车, 每天租金为 300 元; 可乘 4 人的车, 每天租金为 200 元. 请你帮助他们选择一个最便宜的租车方案.
- 李虹和张惠平时的耐力与速度相差无几. 某日体育课上, 老师设计了一个 400 m 赛跑方案, 让李虹从起跑就全速前进, 而让张惠留着后劲儿, 待到剩下最后 100 m 时再加速, 并跟踪记录了赛跑的全过程, 赛跑的全过程如图所示.



(第 2 题)

- 你从这幅图中读出了哪些信息?
- 体育老师设计这个方案的目的是什么?