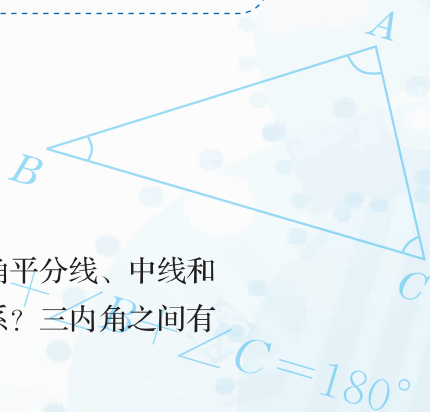


第九章

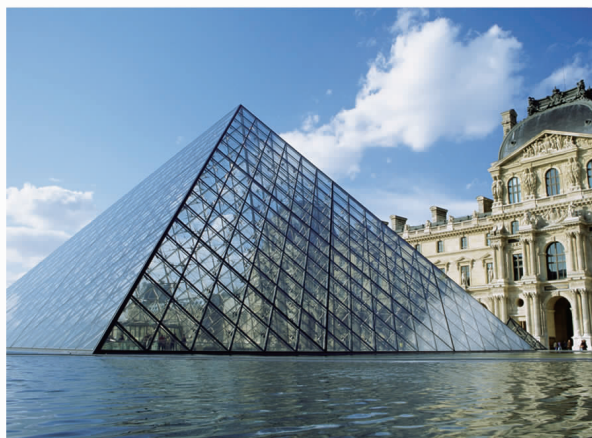
三角形

在本章中，我们将学习

- 三角形的边
- 三角形的角
- 三角形的有关线段



三角形有三条边、三个内角，还有角平分线、中线和
高。三角形的三边之间有什么关系？三内角之间有什么关系？



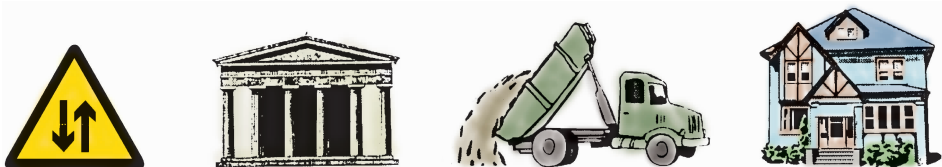
9.1 三角形的边

三角形是由三条线段构成的，但任意三条线段未必能构成三角形。那么，能组成三角形的三条线段具有什么关系呢？



观察与思考

1. 指出下列图片中的三角形。



2. 如图 9-1-1，是怎样用线段 a , b , c 构成三角形的？

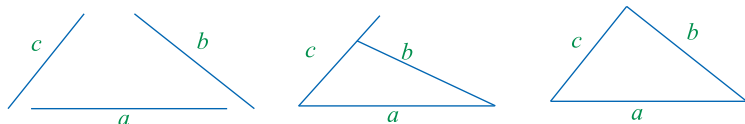


图 9-1-1

由不在同一直线上的三条线段首尾顺次相接所构成的图形叫做**三角形**(triangle)。

如图 9-1-2，线段 AB , BC , AC 叫做三角形的边；点 A , B , C 叫做三角形的顶点； $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 叫做三角形的内角(简称三角形的角)。以点 A , B , C 为顶点的三角形记为 $\triangle ABC$ ，读作“三角形 ABC ”。

三角形的边有时也用小写字母来表示。一般地， $\triangle ABC$ 的顶点 A , B , C 的对边分别用 a , b , c 表示。

同一条直线上首尾相接的三条线段能组成三角形吗？

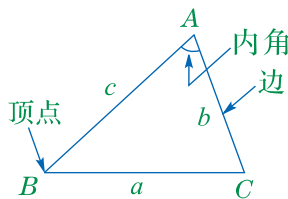


图 9-1-2



一起探究

1. 用长是 2 cm, 3 cm, 5 cm 的线段能组成三角形吗？用长是 2 cm,

3 cm, 4 cm 的线段呢?

2. 三角形的两边之和与第三边有怎样的大小关系?
3. 请将你的猜想写成命题的形式并对猜想说理.

事实上, 如图 9-1-3, 已知 $\triangle ABC$, 对 $AC+BC>AB$, $AB+AC>BC$, $AB+BC>AC$ 说理过程如下:

$\because AB$ 是线段,
 $\therefore AC+BC>AB$ (两点之间线段最短).

同理, 可得

$$AB+AC>BC, AB+BC>AC.$$

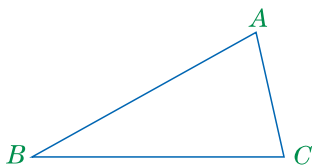


图 9-1-3

三角形任意两边的和大于第三边.



大家谈谈

已知一个三角形的最小边为 2 cm, 另两边分别为 6 cm 和 a cm. a 的取值范围是什么?

如图 9-1-4. 我们把两条边相等的三角形叫做**等腰三角形**(isosceles triangle), 相等的两边叫做**腰**; 把三边相等的三角形叫做**等边三角形**; 把三边互不相等的三角形叫做**不等边三角形**. 等边三角形是特殊的等腰三角形.

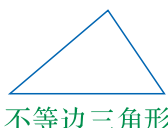
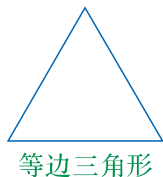
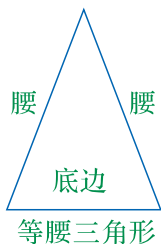
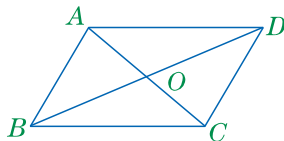


图 9-1-4



练习

1. 请举出现实生活中有关三角形的实例.
2. 请找出图中所有的三角形, 并把它们写出来.
3. 已知长度分别为 3 cm 和 5 cm 的两条线段. 在长度为



(第 2 题)

1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm, 9 cm
的线段中, 哪些线段能和已知的两条线段构成三角形, 哪些线段不能和已知
的两条线段构成三角形?



习 题

1. 找出图中的三角形, 并分别写出这些三角形的
边和角.

2. 三条线段的长度如下:

(1) 1.5 cm, 2 cm, 2.5 cm;

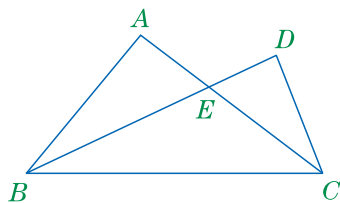
(2) 1 cm, 2 cm, 3 cm;

(3) 1 cm, 4 cm, 4 cm.

哪一组线段能构成三角形?

3. 已知一个三角形一边的长是 5, 另两边的长是整数, 且周长为 12. 求这
个三角形的三边长.

4. 一个等腰三角形的三边长都是整数, 且周长为 15. 求这个三角形的三
边长.



(第 1 题)

9.2 三角形的内角和与外角

在小学，我们已经知道三角形的三个内角之和是 180° 。怎样说理呢？



观察与思考

1. 如图 9-2-1，在小学，我们通过剪拼发现了三角形的三个内角和等于 180° 。从这种剪拼过程中，你能得到什么启示？其中哪两条直线是平行的？

2. 如图 9-2-2，已知 $\triangle ABC$ 。延长 BC 到点 D ，过点 C 作直线 $CE \parallel AB$ ，得到 $\angle 4$ 和 $\angle 5$ 。 $\angle 4$ 和 $\angle 5$ 与三角形的内角有什么关系？

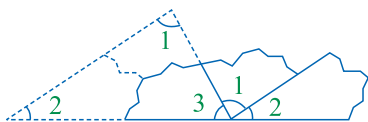


图 9-2-1

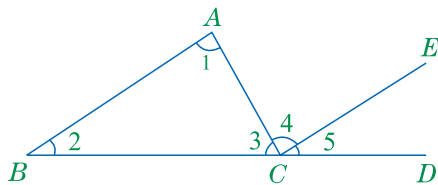


图 9-2-2

把上述两图结合起来看，剪拼的过程相当于把 $\angle 2$ 沿 BC 方向平移到 $\angle 5$ 的位置，从而有 $AB \parallel CE$ 。由此我们得到启发：如果延长 BC 到点 D ，过点 C 作直线 $CE \parallel AB$ ，那么 $\angle 2$ 与 $\angle 5$ 是同位角， $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是内错角。利用平行线的性质定理以及等量代换，就把三角形三个内角 $\angle 1$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 的和转化成了 $\angle 3$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 的和，而这三个角恰好构成一个平角。

事实上，如图 9-2-3，已知 $\triangle ABC$ 。对 $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ 的说理过程如下：

延长 BC 到点 D ，作 $CE \parallel AB$ 。

$\because CE \parallel AB$,

$\therefore \angle 1 = \angle 4$ (两直线平行，内错角相等)，

$\angle 2 = \angle 5$ (两直线平行，同位角相等)。

$\because \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ (平角的定义)，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (等量代换)，

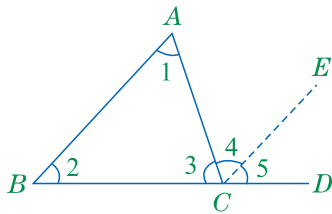


图 9-2-3

即 $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$.

三角形内角和定理

三角形的内角和等于 180° .

在上面的推理过程中,关键是作一条与三角形某一边平行的辅助线.



试着做做

请根据图 9-2-4 给出的图示(过点 C 作 $ED \parallel AB$),对“三角形内角和等于 180° ”说理.

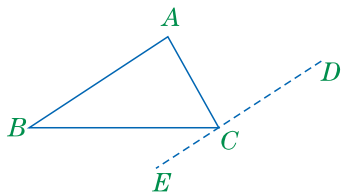


图 9-2-4

作平行线是把角从一个位置“转移”到另一个位置的重要手段.

还有其他说理的方法吗?

例 1 如图 9-2-5,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 65^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数.

解: $\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (三角形内角和定理),

$$\therefore \angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B).$$

$$\because \angle A = 30^\circ, \angle B = 65^\circ, \text{ (已知)}$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - (30^\circ + 65^\circ) = 85^\circ.$$

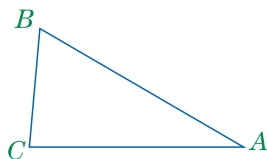


图 9-2-5



练习

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 62^\circ 24'$, $\angle C = 28^\circ 52'$, 求 $\angle A$ 的度数.
2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 36^\circ$, $\angle A$ 与 $\angle B$ 的比是 $1:2$, 求 $\angle A$, $\angle B$ 的度数.
3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 42^\circ$, $\angle A = \angle B$, 求 $\angle B$ 的度数.



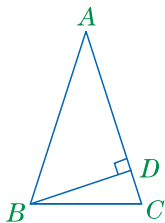
习 题

A 组

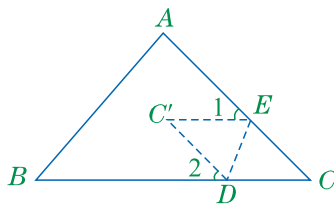
- 在 $\triangle ABC$ 中：
 - 若 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=25^\circ$ ，求 $\angle B$ 的度数.
 - 若 $\angle C=37^\circ 26'$ ， $\angle A=\angle B$ ，求 $\angle A$ 的度数.
 - 若 $\angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$ ，求 $\angle C$ 的度数.
- 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A-\angle C=35^\circ$ ， $\angle B-\angle A=5^\circ$ ，求 $\triangle ABC$ 各内角的度数.
- 求适合下列条件的 $\triangle ABC$ 的各内角的度数：
 - $\angle A=\angle B=30^\circ$ ；
 - $\angle A=\angle B=\angle C$ ；
 - $\angle A=50^\circ$ ， $\angle A+\angle B=\angle C$.
- 一个三角形三个内角的度数之比为 $2:3:7$ ，求这个三角形的三个内角的度数.

B 组

- 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=\angle ABC=2\angle A$ ， $\angle ADB=90^\circ$. 求 $\angle DBC$ 的度数.



(第1题)



(第2题)

- 如图， $\triangle ABC$ 是一张纸片，把 $\angle C$ 沿 DE 折叠，点 C 落在点 C' 的位置，当 $\angle C=45^\circ$ 时，求 $\angle 1+\angle 2$ 的度数.

三角形的一边与另一边的延长线组成的角，叫做三角形的**外角** (exterior angle).

如图 9-2-6, $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的一个外角.

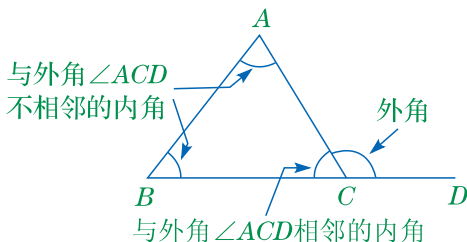


图 9-2-6



大家谈谈

- 如图 9-2-6, $\angle ACD$ 与 $\angle ACB$ 有什么关系? $\angle ACD$ 与 $\angle A + \angle B$ 有什么关系?
- 如图 9-2-6, $\angle ACD$ 与 $\angle A$ (或 $\angle B$) 的大小有什么关系?
- 对你的猜想说理.

三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角之和.

三角形的一个外角大于与它不相邻的任意一个内角.

例 2 如图 9-2-7, $\angle BCD = 92^\circ$, $\angle A = 27^\circ$, $\angle BED = 44^\circ$. 求:

- $\angle B$ 的度数.
- $\angle BFD$ 的度数.

解: (1) 在 $\triangle ABC$ 中,

$$\begin{aligned} \because \angle BCD &= \angle A + \angle B \quad (\text{三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和}), \\ \angle BCD &= 92^\circ, \angle A = 27^\circ, \quad (\text{已知}) \\ \therefore \angle B &= \angle BCD - \angle A = 92^\circ - 27^\circ = 65^\circ. \end{aligned}$$

(2) 在 $\triangle BEF$ 中,

$$\begin{aligned} \because \angle BFD &= \angle B + \angle BED \quad (\text{三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和}), \\ \angle BED &= 44^\circ \quad (\text{已知}), \\ \angle B &= 65^\circ \quad (\text{已求}), \\ \therefore \angle BFD &= 44^\circ + 65^\circ = 109^\circ. \end{aligned}$$

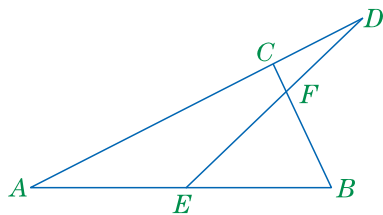


图 9-2-7

还有其他解法吗? 试试看.



大家谈谈

1. 一个三角形的内角最多有几个直角，最多有几个钝角？
2. 一个三角形能不能三个内角都是锐角？

一个三角形最多有一个内角是直角. 因为假设它有两个内角是直角, 那么这个三角形的内角和就大于 180° 了, 这与三角形的内角和等于 180° 矛盾, 所以一个三角形最多有一个内角是直角. 同样, 一个三角形最多有一个内角是钝角. 一个三角形的三个内角有可能都是锐角.

我们把三个内角都是锐角的三角形叫做**锐角三角形**(acute triangle), 有一个内角是直角的三角形叫做**直角三角形**(right triangle), 有一个内角是钝角的三角形叫做**钝角三角形**(obtuse triangle).



一起探究

1. 对三角形, 按是否有相等的边可分为两类. 对有相等边的情况, 又可分为只有两边相等的和三边相等的两类. 请你按边对三角形进行分类.
2. 请你试着按角对三角形进行分类.

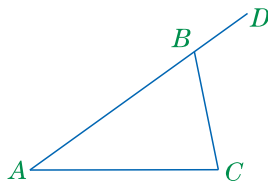


练习

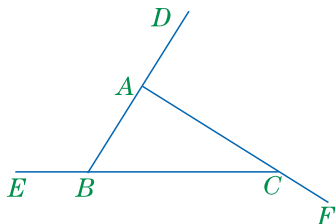
1. 如图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 的延长线上, $\angle DBC = 112^\circ$, $\angle A = 35^\circ$. 求 $\angle C$.

2. 已知某三角形的一个外角是 55° , 这个三角形是锐角三角形、直角三角形, 还是钝角三角形?

3. 如图, $\angle DAC$, $\angle EBA$, $\angle FCB$ 分别是 $\triangle ABC$ 的三个外角, 求 $\angle DAC + \angle EBA + \angle FCB$ 的度数.



(第1题)



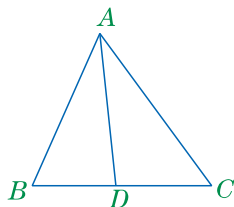
(第3题)



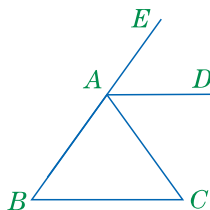
习题

A 组

- 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAD = \angle CAD$ ， $\angle B = 64^\circ$ ， $\angle C = 55^\circ$ ，请各用两种方法求 $\angle ADB$ 和 $\angle ADC$ 的度数.
- 三角形的一个外角等于与它相邻的内角的 4 倍，又等于与它不相邻的一个内角的 2 倍，求这个三角形各内角的度数.
- 已知：如图，点 E 在 BA 的延长线上， $\angle EAD = \angle CAD$ ， $\angle B = \angle C$. 对 $AD \parallel BC$ 进行说理.



(第 1 题)



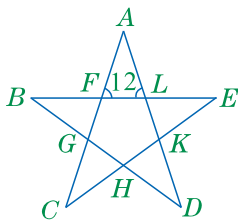
(第 3 题)

B 组

- 小熊和小猫想把一个三角形纸片折一次后，折痕把原三角形分成两个直角三角形，能做到吗？如果使折痕把原三角形分成两个锐角三角形呢？如果能，说明折的方法；如果不能，说明理由.



(第 1 题)



(第 2 题)

- 如图， $\angle 1$ 是哪个三角形的外角？ $\angle 2$ 是哪个三角形的外角？利用三角形的外角与内角的关系，求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ 的度数.

9.3 三角形的角平分线、中线和高三

三角形的角平分线、中线和高三是与三角形有关的重要线段，认识这些线段对于进一步研究三角形有着重要的作用。



试着做做

如图 9-3-1，已知 $\triangle ABC$ 。

- (1) 画出 $\angle A$ 的平分线。
- (2) 画出边 BC 的中点，并与点 A 连接。
- (3) 过点 A 画出 BC 所在直线的垂线。

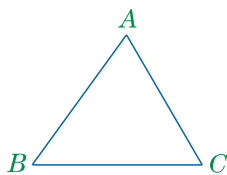


图 9-3-1

三角形一个内角的平分线与它的对边相交，这个角的顶点与交点间的线段叫做**三角形的角平分线**(angular bisector of a triangle)。

如图 9-3-2，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAD = \angle CAD$ ，线段 AD 是 $\triangle ABC$ 的一条角平分线。

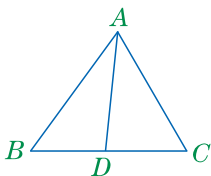


图 9-3-2

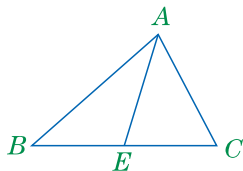


图 9-3-3

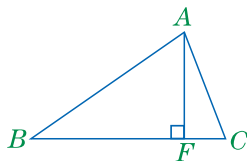


图 9-3-4

连接三角形的一个顶点与它对边中点的线段叫做**三角形的中线**(median of a triangle)。

如图 9-3-3，在 $\triangle ABC$ 中，点 E 在 BC 上， $BE = EC$ ，线段 AE 是 $\triangle ABC$ 的一条中线。

三角形的一个顶点到它对边所在直线的垂线段叫做**三角形的高线**(height of a triangle)，简称**三角形的高**。

如图 9-3-4，在 $\triangle ABC$ 中， $AF \perp BC$ 于点 F ，线段 AF 是 $\triangle ABC$ 的一条高。



做一做

1. 一个三角形有几条角平分线？画一个三角形，用量角器和直尺画出它的所有角平分线.

2. 如图 9-3-5，已知 $\triangle ABC$ ，请你分别画出 BC 边上的高.

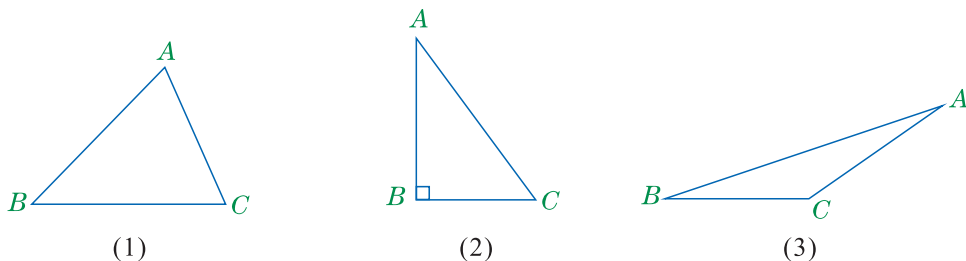


图 9-3-5

3. 剪下一个三角形纸片，用折纸的方法找到三边的中点，画出这个三角形的三条中线. 这三条中线交于一点吗？

4. 按照你剪下的三角形纸片，用厚薄均匀的硬纸板裁出一个三角形，画出这个三角形的三条中线，在它们的交点处钻一个小孔，通过小孔系一条线将三角形硬纸板吊起. 三角形硬纸板处于什么状态？这种现象说明了什么？

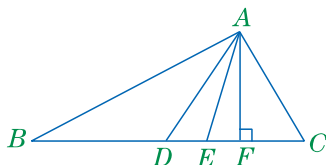
纸板处于平衡状态，换一点就不平衡了.

实际上，三角形的三条中线交于一点，这个交点叫做这个三角形的重心.



练习

1. 如图， AD ， AE ， AF 分别是 $\triangle ABC$ 的中线、角平分线和高. 请你指出图中相等的角及相等的线段.



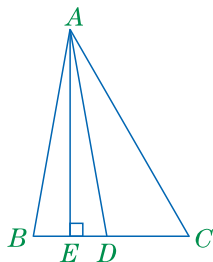
(第 1 题)

2. 分别画出锐角三角形、直角三角形和钝角三角形的三条角平分线、三条中线和三条高.

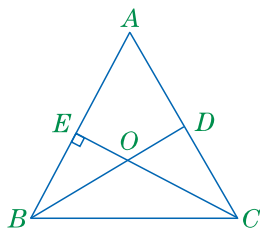


A 组

1. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是角平分线, AE 是高, $\angle BAC=40^\circ$, $\angle C=60^\circ$. 求 $\angle DAE$ 的度数.



(第1题)

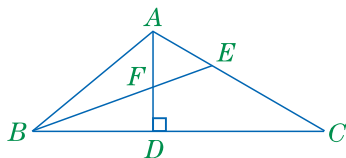


(第2题)

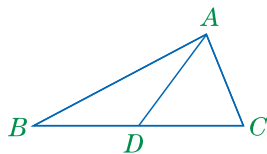
2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=62^\circ$, BD 是角平分线, CE 是高, BD 与 CE 交于点 O . 求 $\angle BOC$ 的度数.

B 组

1. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是高, BE 是角平分线, AD , BE 交于点 F , $\angle C=30^\circ$, $\angle BFD=70^\circ$. 求 $\angle BAC$ 的度数.



(第1题)



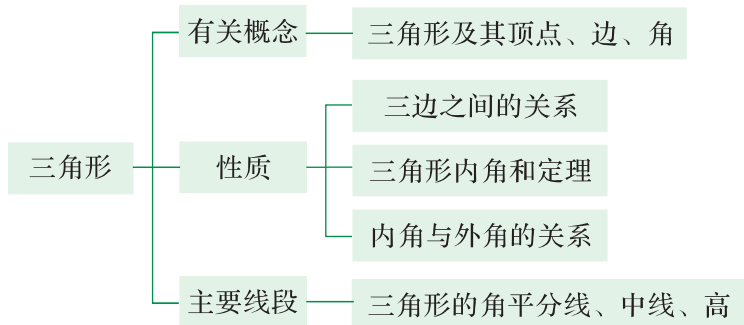
(第2题)

2. (1) 如图, $\triangle ABC$ 的面积等于10, AD 是中线, 分别求出 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的面积.
- (2) 你能把一个三角形分成面积相等的两部分吗? 分成面积相等的四部分呢? 分成面积相等的三部分呢?



回顾与反思

一、知识结构



二、总结与反思

三角形是一种常见的几何图形，它的内容丰富，应用广泛。三角形的性质及研究方法是学习其他几何知识的基础。

1. 三角形边和角的性质.

(1) 三角形三边之间的关系：_____.

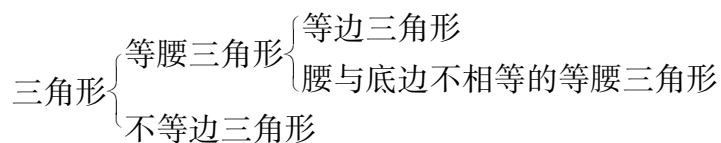
(2) 三角形三个内角之间的关系：_____.

(3) 三角形一个外角和与它不相邻的两个内角之间的关系：_____.

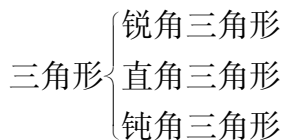
2. 三角形的分类.

在对某一对象进行分类时，要先确定分类的标准，然后再按标准进行分类。分类时要做到不重不漏。

三角形按边可分类如下：



三角形按角可分类如下：



3. 添加辅助线.

在解决几何问题时，有时需要在图形上添加辅助线。

我们在对“三角形的内角和等于 180° ”进行说理时，是怎样添加辅助线的？添加这条辅助线的目的或作用是什么？



复习题

A 组

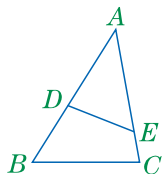
1. 填空：

如果一个三角形的三个内角度数之比为 $1:3:5$ ，那么最大角的度数是 _____.

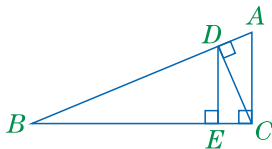
2. 三角形的两条边长分别为 6 cm 和 10 cm ，写出这个三角形周长的取值范围.

3. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A$ 比 $\angle C$ 大 10° ， $\angle B$ 比 $2\angle C$ 小 10° . 求这个三角形各角的度数.

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 AB 上，点 E 在 AC 上， $\angle ADE = \angle C$. 对 $\angle B = \angle AED$ 进行说理.



(第4题)

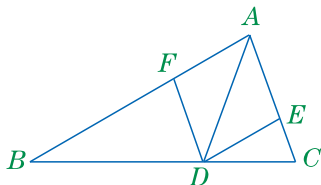


(第5题)

5. 如图， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是 $\triangle ABC$ 的高， DE 是 $\triangle BDC$ 的高， $\angle A = 3\angle CDE$. 求 $\angle B$ 的度数.

6. $\triangle ABC$ 的一个内角为 40° ， $\angle A = \angle B$. 你能说出 $\triangle ABC$ 的外角分别是多少度吗？

7. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $DE \parallel AB$ ， $DF \parallel AC$. 对 $\angle ADE = \angle ADF$ 进行说理.

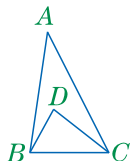


(第7题)

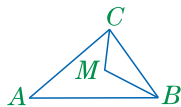
B 组

1. 三角形的三条边长都是整数，周长为 11 ，且有一边长为 4 . 这个三角形可能的最大边长是多少？请说明理由.

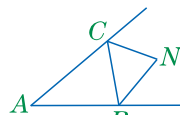
2. 如图， D 为 $\triangle ABC$ 内部一点， $\angle ABD = 20^\circ$ ， $\angle ACD = 25^\circ$ ， $\angle A = 35^\circ$. 求 $\angle BDC$ 的度数.



(第2题)



(1)



(2)

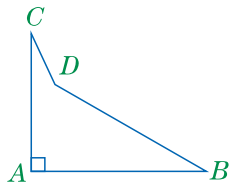
(第3题)

3. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=40^\circ$.

(1) 如图(1), 角平分线 BM 和 CM 交于点 M , 求 $\angle BMC$ 的度数.

(2) 如图(2), 外角平分线 BN 和 CN 交于点 N , 求 $\angle BNC$ 的度数.

4. 某车间加工的零件如图所示, 要求 $\angle A=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, $\angle C=25^\circ$. 质检人员只量得 $\angle BDC=142^\circ$, 就断定这个零件不合格. 请说明理由.

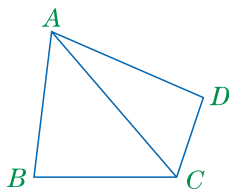


(第4题)

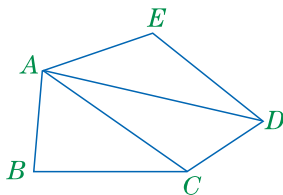
C 组

1. (1) 如图(1), $\angle BAC + \angle B + \angle BCA$ 等于多少度? $\angle DAC + \angle D + \angle DCA$ 等于多少度? $\angle DAB + \angle B + \angle BCD + \angle D$ 等于多少度?

(2) 如图(2), 仿照(1)题, 求 $\angle EAB + \angle B + \angle BCD + \angle CDE + \angle E$ 的度数.



(1)

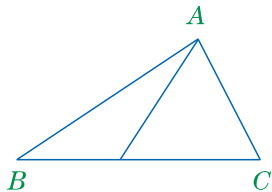


(2)

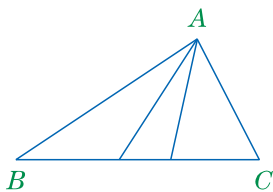
(第1题)

2. 找规律, 填空:

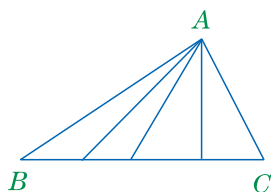
(1) 请你按下列要求数出三角形的个数.



(1)



(2)



(3)

(第2题)

① BC 边上有 1 个点 (图(1)), 三角形的个数为 _____.

② BC 边上有 2 个点 (图(2)), 三角形的个数为 _____.

③ BC 边上有 3 个点 (图(3)), 三角形的个数为 _____.

(2) 当 BC 边上有 m 个点 (不含 B, C 两点) 时, 图形中三角形的个数为 _____.

第十章

一元一次不等式和一元一次不等式组

在本章中，我们将学习

- 不等式及不等式的性质
- 一元一次不等式(组)的解法
- 一元一次不等式的应用

电

视台播出猜商品价格的节目。

主持人：这个电热水壶的价格不高于100元，请您猜出价格。

参赛者：80元。

主持人：高了！

参赛者：60元。

主持人：低了！

你认为这个电热水壶的价格在什么范围内？



10.1 不等式

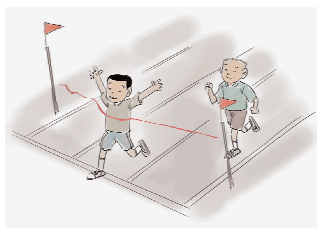
现实生活中存在着相等与不相等的数量关系问题. 对于不相等的数量关系问题, 需要借助于不等式的知识来研究.

我们知道, 用不等号“ $>$ ”“ $<$ ”可以表示两个数之间的大小关系, 如 $7 > 3$, $-5 < -2$ 等.



观察与思考

1. 小明与小亮进行百米训练, 小明先到达终点. 小明到达终点所用的时间为 15.2 s. 如果小亮所用的时间为 a s, 那么 a 与 15.2 之间的关系可以表示为_____.



2. 小明在某一周的零用钱为 m 元, 他在这一周的支出情况如下表:

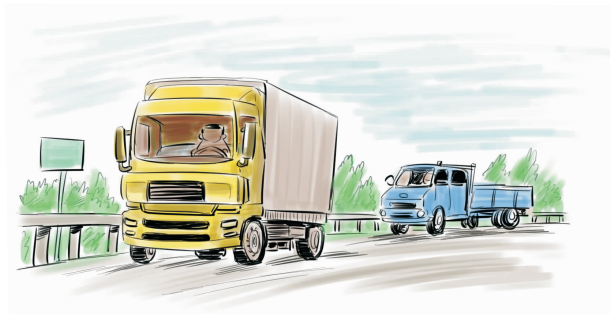
为灾区捐款	就餐	购买文具	买冷饮
5 元	50 元	3 元	2 元

在略有节余的情况下, m (元) 与 60 (元) 之间的关系可以表示为_____.



一起探究

在高速公路上, 有大、小两辆卡车从甲地向乙地运货. 大卡车的行驶速度为 60 km/h, 小卡车的行驶速度为 80 km/h, 大卡车比小卡车早出发 1 h.



(1) 如果设小卡车行驶的时间为 x h, 那么它行驶的路程该怎样表示? 这时, 大卡车行驶的路程又该怎样表示?

(2) 小卡车赶上或超过大卡车后, 它们所行驶的路程之间的关系应怎样表示?

(3) 完成下表:

小卡车行驶的时间 x/h	小卡车行驶的路程/ km	大卡车行驶的路程/ km
1	80	120
2	160	180
3	240	240
4		
5		
6		
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

(4) 小卡车开出多少小时后赶上或超过大卡车?

经探究, 我们可以得到小卡车赶上和超过大卡车, 两车行驶路程的关系式分别为

$$80x = 60(x+1) \text{ 和 } 80x > 60(x+1).$$

由列表可知, 当 $x=3$ 时, $80x=60(x+1)$;

当 $x>3$ 时, $80x>60(x+1)$.

即当 $x\geq 3$ 时, $80x\geq 60(x+1)$.

像 $7>3$, $-5<-2$, $a>15.2$, $60<m$, $x\geq 3$, $80x\geq 60(x+1)$ 这样的式子都是用不等号连接而成的. 我们把用不等号 “ $>$ ” “ $<$ ” “ $\geq$ ” 或 “ $\leq$ ” 连接而成的式子叫做 **不等式** (inequality). 其中 “ $\geq$ ” 表示 “不小于”, 读作 “大于或等于”; “ $\leq$ ” 表示 “不大于”, 读作 “小于或等于”.



试着做做

用不等式表示:

- (1) y 的 3 倍不小于 8.
- (2) m 与 10 的和不大于 m 的一半.
- (3) 某湖, 汛前水位是 340 cm, 警戒水位是 400 cm. 汛期, 湖水平均每天上涨 8 cm, x 天后湖水将超过警戒水位.



练习

1. 如图, 数轴上 A, B 两点对应的数分别为 a, b , 则 a 与 b 的大小关系是_____. (用不等式表示)



(第 1 题)

2. 用不等式表示:

- (1) a 是负数.
- (2) x 比 -1 大.
- (3) m 与 n 的差不大于 2.
- (4) x 与 -5 的差是正数.



习题

A 组

1. x 取下列各数中的哪些数, 能使不等式 $x-2>1$ 成立?
 $-4, -1, 0, 3, 5, 8, 8.2, 9, 9.5, 12.$
2. 用不等式表示下列数量关系:
 - (1) x 的 2 倍与 3 的和小于 15.

- (2) y 的一半与 1 的差是负数.
- (3) x 与 8 的和比 x 的 8 倍大.
- (4) $3x$ 与 1 的和不小于 6.
- (5) 长为 a , 宽为 $a-2$ 的长方形的面积小于边长为 $a+1$ 的正方形的面积.

B 组

- 小明家距新华书店的路程是 8 km. 他于星期日上午 8:30 由家出发骑车前往书店购书, 先以 15 km/h 的速度行驶了 x h 后, 又以 18 km/h 的速度继续行驶, 结果, 他在 9:00 之前赶到了书店. 请你列出相应的不等式.
- 某超市在春节期间搞促销活动, 促销方式如下:

一次性购物的金额	促销方式
不超过 200 元	全部九折
超过 200 元	不超过 200 元的部分九折, 超过 200 元的部分八折

某顾客在该超市一次性购得标价为 x 元的商品.

- 该顾客得到的优惠不超过 18 元, 请你列出不等式.
- 该顾客得到的优惠超过 30 元, 请你列出不等式.

10.2 不等式的基本性质

利用等式的基本性质可以解方程. 类似地, 利用不等式的基本性质也可以解不等式. 那么, 不等式具有什么性质呢?

如图 10-2-1, 当 $a > b$ 时, 在数轴上表示 a 的点位于表示 b 的点的右侧.

数轴的单位长度



图 10-2-1



一起探究

在数轴上, 与 $a+3$, $b+3$ 对应的点和与 a , b 对应的点之间具有如下的位置关系:

数	点的位置变化
$a+3$	相当于将与 a 对应的点向右平移 3 个单位长度
$b+3$	相当于将与 b 对应的点向右平移 3 个单位长度

- (1) 确定 $a+3$ 和 $b+3$ 的大小.
- (2) 如果 $c > 0$, 那么对于 $a+c$ 和 $b+c$ 的大小, 你有什么猜想?
- (3) 在不等式 $a > b$ 的两边都减去同一个数或同一个整式, 你认为应该有什么结论?

通过探究, 我们可以得到:

不等式两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式, 不等号的方向不变. 即

不等式的基本性质 1

如果 $a > b$, 那么 $a \pm c > b \pm c$.



一起探究

1. 已知 $8 > 3$, 计算并用不等号填空:

$$8 \times 2 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 3 \times 2; \quad 8 \times (-2) \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 3 \times (-2).$$

$$8 \times \frac{1}{2} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 3 \times \frac{1}{2}; \quad 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right).$$

$$8 \times 0.01 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 3 \times 0.01; \quad 8 \times (-0.01) \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 3 \times (-0.01).$$

2. 对于 $8 > 3$, 在不等式两边同乘一个正数, 不等号的方向改变吗? 在不等式两边同乘一个负数, 不等号的方向会怎样?

3. (1) 通过上面的探究, 你有什么发现?

(2) 再举几个例子, 验证你的结论.

通过探究, 我们可以得到:

不等式的两边都乘(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变. 即

不等式的基本性质 2

如果 $a > b$, 且 $c > 0$, 那么 $ac > bc$.

不等式的两边都乘(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变. 即

不等式的基本性质 3

如果 $a > b$, 且 $c < 0$, 那么 $ac < bc$.

例 根据不等式的基本性质, 把下列不等式化成“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式:

(1) $x - 1 > 2$; (2) $2x < x + 2$;

(3) $\frac{1}{3}x < 4$; (4) $-5x > 20$.

解: (1) $x - 1 > 2$,

$$x - 1 + 1 > 2 + 1 \text{ (不等式的基本性质 1),}$$

$$x > 3.$$

(2) $2x < x + 2$,

$$2x - x < x + 2 - x \text{ (不等式的基本性质 1),}$$

$$x < 2.$$

(3) $\frac{1}{3}x < 4$,

$$3 \times \frac{1}{3}x < 3 \times 4 \text{ (不等式的基本性质 2),}$$

$$x < 12.$$

(4) $-5x > 20$,

$$\frac{-5x}{-5} < \frac{20}{-5} \text{ (不等式的基本性质 3),}$$

$$x < -4.$$

不等式两边都除以 -5 , 不等号方向要改变.



练习

1. 已知 $a < b$, 请用 “ $>$ ” 或 “ $<$ ” 填空:

(1) $a - 2$ _____ $b - 2$;

(2) $3a$ _____ $3b$;

(3) $a + c$ _____ $b + c$;

(4) $-\frac{1}{2}a$ _____ $-\frac{1}{2}b$.

2. 把下列不等式化为 “ $x > a$ ” 或 “ $x < a$ ” 的形式:

(1) $x + 3 < -2$;

(2) $9x > 8x + 1$;

(3) $\frac{1}{2}x > -4$;

(4) $-10x < -5$.



习题

A 组

1. 已知 $a > b$, 请用 “ $>$ ” 或 “ $<$ ” 填空:

(1) $a + \frac{7}{2}$ _____ $b + \frac{7}{2}$;

(2) $a - 6$ _____ $b - 6$;

(3) $4a$ _____ $4b$;

(4) $\frac{a}{5}$ _____ $\frac{b}{5}$;

(5) $-a$ _____ $-b$;

(6) $-\frac{a}{8}$ _____ $-\frac{b}{8}$.

2. 把下列不等式化为 “ $x > a$ ” 或 “ $x < a$ ” 的形式:

(1) $x - 5 < 9$;

(2) $6x < 4x - 2$;

(3) $\frac{5}{3}x > x + 4$;

(4) $-4x < x + 5$;

(5) $\frac{x}{2} + 1 > x$;

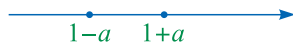
(6) $-\frac{x+1}{2} > \frac{2x-1}{3}$.

B 组

1. 已知 $a > b$, 则 $-\frac{1}{2}a + c$ _____ (填 “ $>$ ” “ $<$ ” 或 “ $=$ ”) $-\frac{1}{2}b + c$.

2. 已知 $a < b$, 且 $ma > mb$, 求 m 的取值范围.

3. 表示 $1-a$ 和 $1+a$ 的点在数轴上的位置如图所示, 请确定 a 的取值范围.



(第3题)

10.3 解一元一次不等式

根据不等式的基本性质，怎样解一元一次不等式呢？

对于含有未知数的不等式，能使不等式成立的未知数的值，叫做不等式的解(solution of inequality).

如 $x=4, 5, 6$ ，都是不等式 $80x > 60(x+1)$ 的解.



试着做做

1. 对给定的 x 的值，完成下表：

x	$80x$	$60(x+1)$	x 的值是不是 $80x > 60(x+1)$ 的解
3.5	280	270	是
4.1	328	306	是
5.4			
6.8			

2. 请你再任意选择两个大于 3 的 x 的值，检验其是不是不等式的解.

3. 你认为不等式 $80x > 60(x+1)$ 的解有多少个？

不等式 $80x > 60(x+1)$ 的解有很多，我们把它的所有解叫做这个不等式的解集.

一个含有未知数的不等式的所有解组成这个不等式的解集(solution set).

求不等式解集的过程，叫做解不等式(solving inequality).

不等式的解集，可以在数轴上表示出来.

例如，不等式 $80x > 60(x+1)$ 的解集为 $x > 3$ ，在数轴上表示，如图 10-3-1 所示.

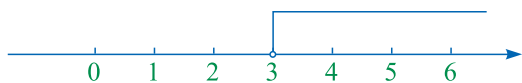


图 10-3-1

数轴上用空心圆圈表示 3, 指的是解集中不包含 3.

又如, $-2x \geq 2$ 的解集为 $x \leq -1$, 在数轴上表示, 如图 10-3-2 所示.



图 10-3-2

数轴上用实心点表示 -1, 指的是解集中包含 -1.



大家谈谈

在前面遇到了这样的不等式:

$$x > 3, 80x > 60(x+1), m+10 \leq \frac{1}{2}m, 2x < x+2.$$

请你说说这些不等式的共同特点是什么, 并与同学进行交流.

我们把含有一个未知数, 并且未知数的次数都是 1 的不等式叫做**一元一次不等式**(linear inequality of one unknown).

下面, 我们利用不等式的基本性质来解一元一次不等式.

例 1 解不等式 $\frac{1}{2}x + 1 < 5$, 并把解集在数轴上表示出来.

解: 不等式两边都减去 1, 得

$$\frac{1}{2}x < 5 - 1,$$

即

$$\frac{1}{2}x < 4.$$

两边都乘 2 (或除以 $\frac{1}{2}$), 得

$$x < 8.$$

解集在数轴上表示, 如图 10-3-3 所示.

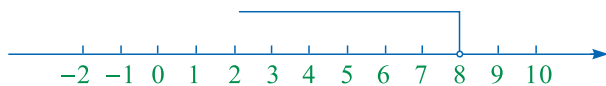


图 10-3-3

这里, 类似于解方程中的移项变形.



练习

1. 把下列不等式的解集在数轴上表示出来:

(1) $x \geq -3$;

(2) $x < \frac{3}{2}$.

2. 解不等式 $-2x > \frac{8}{3}$, 并把解集在数轴上表示出来.



习题

A 组

1. 解下列不等式, 并把它们的解集在数轴上表示出来:

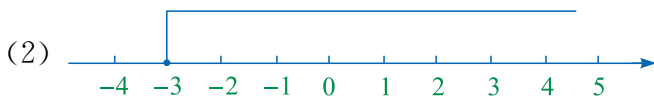
(1) $2x + 2 < 6$;

(2) $-3x > \frac{1}{2}$;

(3) $x + 5 > -x$;

(4) $\frac{1-x}{4} < 1$.

2. 写出下列数轴上所表示的不等式的解集:



(第2题)

B 组

1. 已知关于 x 的不等式 $x < a + 1$ 的解集与不等式 $\frac{x}{2} < -1$ 的解集完全相同,

求 a 的值.

2. 已知 $3x + 4 \leq 6 + 2(x - 2)$, 请你确定 $x + 1$ 的最大值.



做一做

解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $14 + 3(x - 5) < 11$;

(2) $\frac{x+5}{2} - 1 \leq \frac{3x+2}{2}$.



大家谈谈

1. 请你谈谈解一元一次不等式的一般步骤.
2. 解一元一次不等式和解一元一次方程的过程有什么异同？与同学进行交流.

事实上，解一元一次不等式的一般步骤是：去分母，去括号，移项，合并同类项，将未知数系数化为 1.

解一元一次不等式和解一元一次方程的过程基本相同，只是在解不等式时，当不等式的两边都乘(或除以)同一个负数时，要改变不等号的方向.

例 2 当 x 在什么范围内取值时，代数式 $\frac{1+2x}{3}$ 的值比 $x+1$ 的值大？

解：根据题意， x 应满足不等式

$$\frac{1+2x}{3} > x+1.$$

去分母，得

$$1+2x > 3(x+1).$$

去括号，得

$$1+2x > 3x+3.$$

移项，合并同类项，得

$$-x > 2.$$

将未知数系数化为 1，得

$$x < -2.$$

即当 $x < -2$ 时，代数式 $\frac{1+2x}{3}$ 的值比 $x+1$ 的值大.

例3 求不等式 $\frac{x+1}{2} \geq \frac{2x-1}{3}$ 的正整数解.

解: 去分母, 得

$$3(x+1) \geq 2(2x-1).$$

去括号, 得

$$3x+3 \geq 4x-2.$$

移项, 合并同类项, 得

$$-x \geq -5.$$

将未知数系数化为1, 得

$$x \leq 5.$$

所以, 满足这个不等式的正整数解为 $x=1, 2, 3, 4, 5$.



练习

1. 解下列不等式, 并把它们的解集在数轴上表示出来:

(1) $3(x-1)-2 > 5x+1$;

(2) $3+4x < \frac{1}{2}(3+5x)$.

2. 3 与 $2a$ 的差不小于1, 求 a 的取值范围.



习题

A 组

1. 解下列不等式, 并把它们的解集在数轴上表示出来:

(1) $10-3(x+6) \leq 1$;

(2) $4(x-3)-5 \geq 2(x-1)$;

(3) $\frac{x-2}{3} < \frac{x-1}{2}$;

(4) $\frac{1}{2}(3x-1)+x > 6x-8$.

2. (1) 当 x 取什么值时, 代数式 $5x+2$ 的值是负数?

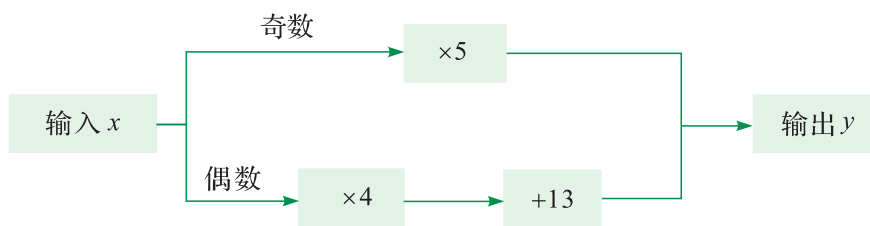
(2) 当 x 取什么值时, 代数式 $x+20$ 的值小于 $\frac{1}{2}x+4$ 的值?

(3) 当 x 取什么值时, 代数式 $\frac{6x+1}{3}$ 的值不大于 $-\frac{x-5}{2}$ 的值?

B 组

1. 试求不等式 $x - \frac{5+2x}{3} \geq \frac{3x-1}{2} - 4$ 的正整数解.

2. 如图, 要使输出值 y 大于 100, 则输入的最小正整数 x 是_____.



(第 2 题)

10.4 一元一次不等式的应用

我们能利用列方程的方法解决一些现实生活中数量相等关系的问题. 实际上, 现实生活中还存在着许多数量之间的不相等关系. 在这些问题中, 有些可以用类似于列方程的方法, 通过列一元一次不等式来解决.

七年级(一)班的学生准备用 500 元购买甲、乙两种图书共 12 套, 送给老区的幼儿园小朋友. 已知甲种图书每套 45 元, 乙种图书每套 40 元. 这些钱最多能买甲种图书多少套?



一起探究

1. 设可购买甲种图书 x 套, 则购买甲种图书用钱为_____元, 购买乙种图书_____套, 购买乙种图书用钱为_____元.
2. 购买甲、乙两种图书所用钱数与 500 元有什么关系? 你能用不等式把这种关系表示出来吗?
3. 解上面列出的不等式, 并根据解集确定实际问题的答案.

例 某商场响应国家“家电下乡”的惠农政策, 决定采购一批电冰箱, 优惠销售给农民朋友. 商场从厂家直接购进甲、乙、丙三种不同型号的电冰箱共 80 台, 其中, 甲种电冰箱的台数是乙种电冰箱台数的 2 倍, 购买三种电冰箱的总金额不超过 132 000 元. 已知甲、乙、丙三种电冰箱每台的出厂价格分别为 1 200 元, 1 600 元和 2 000 元. 那么该商场购进的乙种电冰箱至少为多少台?

分析: 数量之间的关系是

$$1\,200 \times \text{甲种冰箱数} + 1\,600 \times \text{乙种冰箱数} + 2\,000 \times \text{丙种冰箱数} \leq 132\,000.$$

解：设购买乙种电冰箱 x 台，则购买甲种电冰箱 $2x$ 台，丙种电冰箱 $(80-3x)$ 台.

根据题意列不等式，得

$$1\,200 \times 2x + 1\,600x + 2\,000(80-3x) \leq 132\,000.$$

解这个不等式，得

$$x \geq 14.$$

答：至少购进乙种电冰箱 14 台.

在用不等式解决实际问题时，当求出不等式的解集后，还要根据问题的实际意义确定问题的解.



1. 如图，小明和妈妈三人玩跷跷板，小明和妈妈坐在一端，爸爸坐在另一端. 三人的体重一共为 150 kg，小明的体重是妈妈体重的一半. 根据“爸爸这端着地”的情境，指出小明的体重应小于多少千克.



(第 1 题)

2. 某服装厂计划生产一种服装，每件成本是 60 元，售价是 80 元. 该厂生产这种服装，每月除成本外的其他开支共为 5 000 元. 如果想使生产这种服装的月获利不低于 20 000 元，那么每月至少要生产这种服装多少件？



A 组

1. 某工程队计划招聘从事甲、乙两种工作的工人共 150 名. 根据工程需要，从事乙工种的人数不少于从事甲工种人数的 2 倍. 从事甲工种的工人最多可招聘多少名？

2. 某商店在一次促销活动中规定：消费者消费不低于 200 元就可享受打折优惠. 一名同学为班里买奖品，准备买 6 本影集和若干支钢笔. 已知影集每本 15 元，钢笔每支 8 元，则他至少买多少支钢笔才能享受打折优惠？

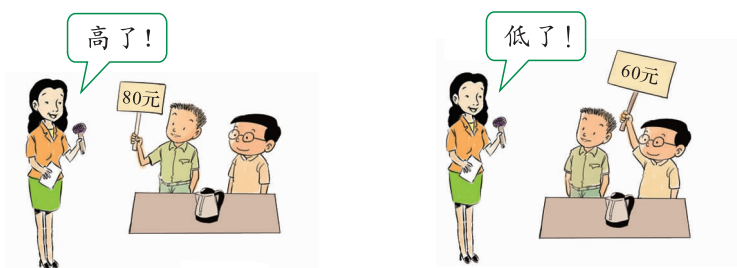
B 组

1. 某旅游团的人数不到 50，在参观一个景点时购买了一张 50 人的团体票，结果比按实际人数购买个人票省钱. 这个景点的个人票票价是 60 元/人，团体票打八折. 这个旅游团可能有多少人？
2. 某校组织七年级师生共 480 人春游，现有 25 座和 45 座(均含司机座位)两种客车可供租用. 已知 25 座客车的租金为 205 元/辆，45 座客车的租金为 370 元/辆.
 - (1) 若单独租用一种客车，请你通过计算说明租用哪种客车更合算.
 - (2) 该校决定这次春游同时租用这两种车辆. 若 45 座客车比 25 座客车少租 3 辆，则 45 座客车最少需租用多少辆？这样的租车方式比单独租用一种车辆合算吗？说明你的理由.

10.5 一元一次不等式组

在许多问题中，所求的量常常需要满足两个或两个以上的不等关系。这类问题就要用不等式组来解决。

电视台播出猜商品价格的节目。



主持人：这个电热水壶的价格不高于 100 元，请您猜出价格。

参赛者：80 元。

主持人：高了！

参赛者：60 元。

主持人：低了！

你认为这个电热水壶的价格在什么范围内？

下面我们用不等式来研究这个问题。

设这个电热水壶的价格为 x 元，由猜价格的过程可知

$$x < 80. \quad \text{①}$$

同时，

$$x > 60. \quad \text{②}$$

我们把不等式①和②的解集分别表示在数轴上，如图 10-5-1 所示。



图 10-5-1

由此可知，这个电热水壶的价格 x (元) 的范围是

$$60 < x < 80.$$

根据需要，有时要把几个不等式组合在一起，形成一组一元一次不等

式, 如

$$\begin{cases} x < 80, \\ x > 60. \end{cases}$$

一般地, 由若干个不等式组成的一组不等式, 叫做不等式组.

含有同一个未知数的一元一次不等式的不等式组叫做**一元一次不等式组**(system of linear inequalities of one unknown). 一元一次不等式组中所有不等式的解集的公共部分, 叫做这个一元一次不等式组的解集.

求不等式组的解集的过程, 叫做解不等式组.

解一元一次不等式组时, 一般是先分别求出每个不等式的解集, 再借助数轴找出它们的公共部分, 这样就可以确定出不等式组的解集.

例 1 解不等式组

$$\begin{cases} \frac{x}{2} > \frac{x-3}{3}, & \text{①} \\ 9x-1 > 4(x+1). & \text{②} \end{cases}$$

解: 解不等式①, 得

$$x > -6.$$

解不等式②, 得

$$x > 1.$$

在数轴上表示不等式①, ②的解集, 如图 10-5-2 所示.



图 10-5-2

这两个不等式解集的公共部分是 $x > 1$.

所以, 不等式组的解集是 $x > 1$.



练习

1. 解下列不等式组:

$$(1) \begin{cases} 2x-4 < 0, \\ 3x+12 > 0; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x-2 \geq -5, \\ 9-6x > 8; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 5x+4>3x, \\ \frac{x-1}{2} \leq \frac{2x-1}{5}; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 3x-2>x+2, \\ \frac{1}{2}x-1 \geq 7-\frac{3}{2}x. \end{cases}$$

2. 已知 $4a+5$ 和 $2a-4$ 的值都是正数, 求 a 的取值范围.



习 题

A 组

解下列不等式组:

$$(1) \begin{cases} x-8<0, \\ 5x-6>4; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 4x+3 \geq 7, \\ 11-6x>-1; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} -3x \geq 6, \\ 2+5x>-18; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2(x-2)<1+x, \\ 3x+5 \geq 2x; \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} x+6<2x-2, \\ \frac{x-3}{3} \geq 1; \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} \frac{x}{2} > \frac{x+1}{5}, \\ \frac{2x-1}{5} > \frac{x-1}{2}. \end{cases}$$

B 组

1. 代数式 $1-2k$ 的值大于 -1 , 但不大于 5 , 求 k 的取值范围.

2. 如果等腰三角形的周长为 10 , 求腰长 x 的取值范围.

例 2 解不等式组

$$\begin{cases} 2(x-3)>3x-7, & \text{①} \\ \frac{1}{2}x-1>3-\frac{3}{2}x. & \text{②} \end{cases}$$

解: 解不等式①, 得

$$x<1.$$

解不等式②, 得

$$x>2.$$

在数轴上表示不等式①, ②的解集, 如图 10-5-3 所示.



图 10-5-3

从数轴上可以看出, 这两个不等式的解集没有公共部分. 所以, 这个不等式组无解.

两个不等式的解集可能会出现无公共部分的情况. 此时, 这个不等式组无解.



做一做

解下列不等式组:

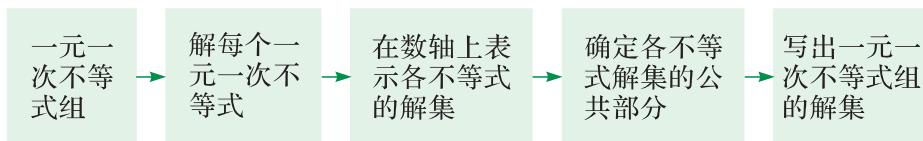
$$(1) \begin{cases} \frac{x-2}{3} \leq 1, \\ 3x+2 \leq 11; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 5(x-1) > 3(x+1), \\ -\frac{7}{2}x-1 \geq 7-\frac{3}{2}x. \end{cases}$$



大家谈谈

请你结合下面的框图, 谈谈解一元一次不等式组的一般步骤.



例 3 求不等式组

$$\begin{cases} 4x+3 > 0, & \text{①} \\ 2x-5 < 0 & \text{②} \end{cases}$$

的整数解.

解: 解不等式①, 得

$$x > -\frac{3}{4}.$$

解不等式②, 得

$$x < \frac{5}{2}.$$

所以, 不等式组的解集是 $-\frac{3}{4} < x < \frac{5}{2}$.

因此, 不等式组的整数解是 0, 1, 2.



练习

1. 解下列不等式组:

$$(1) \begin{cases} 3(3x+1) < -6, \\ 5x+9 > 3(3x-1); \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x+5 \leq -1, \\ 3-x > \frac{1}{2}x; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x-2(x-1) \geq 1, \\ \frac{1+x}{2} > x-1; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x-5 \geq 2x-1, \\ 3x-2 > 4-\frac{3}{2}x. \end{cases}$$

2. 求不等式组 $\begin{cases} x-1 \geq 1-x, \\ x+8 > 4x-1 \end{cases}$ 的整数解.



习题

A 组

1. 解下列不等式组:

$$(1) \begin{cases} x+3 < 0, \\ 3(x-1) \leq 2x-1; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 4(x+1) > 5x, \\ 2(x+1) > 3x; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2(x+2) < 1+x, \\ 3x+2 > 2x; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} \frac{1}{2}x+1 < x, \\ 2x-4 > 3x+3. \end{cases}$$

2. 求满足不等式组 $\begin{cases} 3x+5 \geq -1, \\ 3-x > \frac{1}{2}x \end{cases}$ 的最大整数和最小整数.

B 组

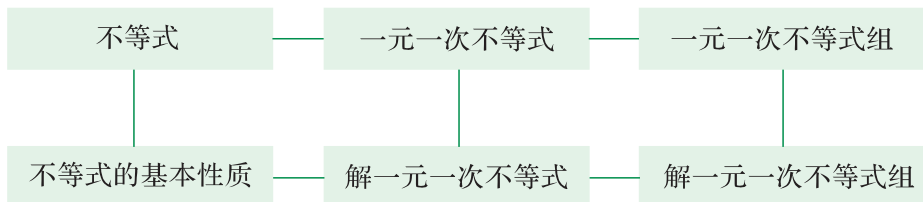
1. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > m-1, \\ x > m+2 \end{cases}$ 的解集是 $x > -1$. 求 m 的值.

2. 已知方程组 $\begin{cases} 2x-y=1, \\ 2x+y=m \end{cases}$ 的解 x 的值小于等于 1, y 大于 $\frac{1}{2}$. 求 m 的取值范围.

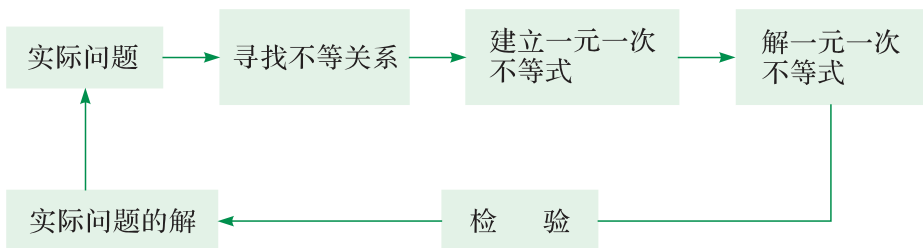


回顾与反思

一、知识结构



用一元一次不等式解决实际问题的过程：



二、总结与反思

1. 在一些涉及同类量之间不等关系的实际问题中，需要把相关的量用含未知数的代数式表示，根据问题中数量之间的不等关系，抽象为不等式这个数学模型，再利用不等式的基本性质，求出不等式的解集，然后检验其是否符合实际。在建立不等式模型的过程中，需要把握以下两点：

(1) 明确问题中常用的表示不相等关系词语的意义。如“大于”“超过”“还多”“高于”等抽象为“ $>$ ”，“小于”“不足”“还少”“低于”等抽象为“ $<$ ”，“不大于”对应“ $\leq$ ”，“不小于”对应“ $\geq$ ”。

(2) 在有些实际问题中，不相等关系是隐含在具体情境中的。如买东西，花去的钱应不超过原有的钱；汽车装运货物的质量应不超过汽车规定的载重量等。对于这类问题，要具体情况认真分析。

2. 想一想：不等式的基本性质是什么？利用不等式的基本性质解不等式时应注意什么？

3. 解一元一次不等式与解一元一次方程的过程有什么异同？如何确定一元一次不等式组的解集？

三、注意事项

1. 在不等式两边都乘(或除以)同一个负数时，要改变不等号的方向。不能用0同乘不等式两边。

2. 要注意不等式的解集 $x > a$ (或 $x < a$) 与 $x \geq a$ (或 $x \leq a$) 是不相同的, 前者不包含 a , 后者包含 a . 在数轴上表示时, 表示 a 的点前者用空心圆圈, 后者用实心点.

3. 解一元一次不等式组时, 如果各个一元一次不等式的解集没有公共部分, 那么这个一元一次不等式组无解.



复习题

A 组

1. 指出下列不等式变形的根据:

(1) 由 $3x < 2x + 5$, 得 $x < 5$.

(2) 由 $2y > -4$, 得 $y > -2$.

(3) 由 $-\frac{1}{5}x < 1$, 得 $x > -5$.

(4) 由 $9x - 2 > 5x + 6$, 得 $x > 2$.

2. 解下列不等式, 并把它们的解集在数轴上表示出来:

(1) $3x - 7 > 2x + 4$;

(2) $-6x + 1 < 11$;

(3) $4(2x - 1) < 5(3x + 2)$;

(4) $\frac{1-x}{2} \leq \frac{x-1}{5} + 1$.

3. 当 x 为何值时, 代数式 $4x + 3$ 的值满足下列条件?

(1) 是正数;

(2) 等于 0;

(3) 不大于 0;

(4) 不小于 27.

4. 当 x 为何值时, 代数式 $-\frac{1}{6}x + 3$ 的值比 $6x - 3$ 的值大?

5. 求不等式 $-10x + 52 > 9$ 的正整数解.

6. 解下列不等式组:

$$(1) \begin{cases} 6x + 5 > 4x, \\ 18 - 7x < 10 - 3x; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x - 3(x - 2) \geq 4, \\ \frac{1 + 2x}{3} > x - 1; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} \frac{1}{4}(x+4) < 1, \\ x+2 > \frac{2(x+3)}{3}; \end{cases} \quad (4) \begin{cases} 8(x-0.3) > x+11.6, \\ 15-x > -\frac{3}{4}x+3. \end{cases}$$

7. 张老师和学生们一起步行去植树. 他们步行的速度是 4 km/h. 出发 1 h 后, 学校打电话通知张老师在 10 min 内(含 10 min)返校开会, 并让张老师在原地等候, 学校立即派人骑摩托车去接他. 摩托车的速度至少为多大才能保证张老师按时参加会议?
8. 甲、乙两人准备整理一批新到的实验器材. 若甲单独整理, 则需要 40 min 完成; 若乙单独整理, 则需要 80 min 完成. 若乙单独整理时间不超过 30 min, 则甲单独整理至少多少分钟才能完成?

B 组

1. 已知 a, b 是常数, 且 $a \neq 0$, 关于 x 的不等式 $ax+b > 0$:

(1) 当_____时, 不等式的解集是 $x > -\frac{b}{a}$.

(2) 当_____时, 不等式的解集是 $x < -\frac{b}{a}$.

2. 求不等式 $-2 \leq 3x-11 < 4$ 的整数解.

3. 观察下列图形:

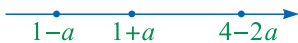


(第 3 题)

它们是按一定规律排列的, 并且后一个图形中“★”的个数是依照排列规律递增的, 那么到第几个图形所用的“★”超过 100 个?

4. 已知一个三角形的最大角的度数为 $x+30$, 最小角的度数为 $2x-30$. 求 x 的范围.

5. 已知 $1-a$, $1+a$ 和 $4-2a$ 在数轴上的位置如图所示. 求 a 的取值范围.



(第5题)

6. 某人想租用一辆汽车. 现有甲、乙两家出租公司, 甲公司的出租条件为汽车每行驶 1 km 需付租车费 1.10 元; 乙公司的出租条件为每月付 3 000 元租车费, 另外, 汽车每行驶 1 km, 租车人需再付 0.10 元汽车磨损费. 这个人租哪家的汽车较合算?

C 组

1. 当 a 为何值时, 不等式组 $\begin{cases} 2-3x < 8, \\ x+a > 0 \end{cases}$ 的解集是 $x > -2$?
2. 当 k 为何值时, 满足方程组 $\begin{cases} 3x+y=k, \\ y=2x \end{cases}$ 的 x 和 y 的值都小于 1?
3. 某商厦以 200 元/件的价格购进某种商品 1 000 件, 在进价基础上加价 25% 作为销售定价. 商厦计划在节日期间拿出 100 件按九折出售, 而在销售淡季按六折甩卖. 为使这批商品赢利, 需要在节日和淡季之外按原定价销售这种商品多少件?